

Федеральное государственное бюджетное научное учреждение
«Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики
Российской академии наук»
(ИПФ РАН)

Емелина Анна Сергеевна

ГЕНЕРАЦИЯ ГАРМОНИК ВЫСОКОГО ПОРЯДКА ЛАЗЕРНОГО
ИЗЛУЧЕНИЯ СРЕДНЕГО ИК ДИАПАЗОНА В ГАЗАХ

01.04.21 – лазерная физика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук
Рябикин Михаил Юрьевич

Нижний Новгород
2018

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Генерация высоких гармоник квазимонохроматического излучения среднего ИК диапазона в атомарных газах.....	25
1.1. Постановка задачи.....	26
1.2. Модифицированная модель Левенштейна.....	27
1.2.1. Учёт опустошения атомарных уровней в модели Левенштейна.....	32
1.2.2. Учёт влияния магнитного поля в модели Левенштейна.....	35
1.2.3. Совместный учёт опустошения основного состояния и влияния магнитного поля.....	38
1.3. Результаты расчётов на основе модифицированной модели Левенштейна.....	39
1.3.1. ГГВП излучения с длиной волны 0.8-3.9 мкм.....	40
1.3.2. ГГВП излучения с длиной волны 8-10.6 мкм.....	48
1.4. Выводы.....	60
Глава 2. Генерация ультракоротких рентгеновских волновых форм с использованием интерференции электронных траекторий.....	65
2.1. Постановка задачи.....	65
2.2. Влияние магнитного поля лазерного импульса на формирование рентгеновских волновых форм.....	70
2.3. Формирование рентгеновских волновых форм при использовании лазерных источников с центральной длиной волны в диапазоне от 9 мкм до 14 мкм: расчеты в рамках и за рамками электродипольного приближения...	74
2.4. Поиск оптимальных параметров для формирования рентгеновских волновых форм минимальной длительности.....	77
2.5. О рассмотрении ГГВП на макроскопическом уровне.....	82
2.6. Выводы.....	83
Глава 3. Генерация высоких гармоник двухкомпонентного лазерного излучения в атомарных газах.....	86
3.1. Постановка задачи.....	87
3.2. Описание результатов экспериментов по ГГВП двухцветного лазерного поля в плазменном факеле.....	89
3.3. Теоретическое описание ГГВП двухцветного лазерного поля в атомарных газах.....	92
3.4. Описание нелинейного макроскопического отклика газовой среды.....	102
3.5. Выводы.....	108
Основные результаты.....	112
Список литературы.....	113

Введение

Актуальность работы

Генерация гармоник представляет собой нелинейно-оптическое явление, при котором некоторое число фотонов падающего на среду излучения преобразуется в один фотон с суммарной энергией. Под генерацией гармоник высокого порядка (ГГВП) принято подразумевать такой режим, в котором число генерируемых гармоник и их интенсивности значительно превышают значения, предсказываемые теорией возмущений. Явление ГГВП начало наблюдаться и исследоваться в конце 80х - начале 90х годов 20го века [21, 29, 53 57] в связи с появлением мощных фемтосекундных лазерных источников.

Интерес к эффекту ГГВП продиктован большими возможностями его различных приложений. Так, на протяжении многих лет зондирование быстропротекающих процессов в веществе являлось и является очень актуальной задачей. Обычно используемый для этого pump-probe метод (накачка-зондирование) основан на проведении серии измерений, в каждом из которых система подвергается воздействию последовательности двух импульсов – возбуждающего и зондирующего. Импульс накачки инициирует исследуемый процесс, а зондирующий импульс используется для измерения той или иной физической величины, характеризующей состояние исследуемого образца. Очевидно, что для получения временного разрешения, необходимого для исследования данного процесса, длительности импульсов накачки и зондирования должны быть меньше или хотя бы сравнимы с характерным временем развития исследуемого процесса. Зондирование молекулярной колебательно-вращательной динамики, как правило, требует использования фемтосекундных импульсов, в то время как для зондирования электронной динамики необходимо использование импульсов аттосекундной длительности, а для исследования внутриядерных процессов требуются уже зептосекундные импульсы. Важным условием для получения ультракоротких

импульсов является наличие излучения с широким спектром. Например, для получения ультракоротких импульсов длительностью порядка сотни аттосекунд необходимо излучение с шириной спектра порядка 20 эВ, тогда как для получения спектрально ограниченного импульса длительностью 1 ас требуется излучение спектральной шириной не менее 1.8 кэВ. Таким образом, ГГВП интенсивного лазерного излучения в газах является одним из методов получения аттосекундных и зептосекундных импульсов, так как обеспечивает необходимую для этого спектральную ширину генерируемого излучения. Получение и использование таких импульсов является основным предметом аттосекундной физики, науки, получившей в последнее время стремительное развитие [22].

Благодаря компактным источникам излучения, созданным на основе ГГВП лазерного излучения в газах, был произведён ряд выдающихся фундаментальных исследований. Впервые оказались возможными исследование и контроль внутриатомной электронной динамики (см. обзоры [8, 16, 33]) на её собственных временных масштабах; примерами её экспериментального исследования стали: спектроскопия Оже-релаксации в атомах криптона с аттосекундным временным разрешением [26], наблюдение туннелирования атомного оптического электрона через потенциальный барьер в сильном лазерном поле [85], прямое измерение времен задержки между моментами ионизации из разных электронных состояний атома [71] и твёрдого тела [17] с аттосекундным временным разрешением, исследование динамики локализации электрона в результате аттосекундной фотоионизации молекулы [67], исследование сверхбыстрых обратимых лазерно-индуцированных превращений «изолятор-проводник» в диэлектрике [70] и др.

ГГВП может являться основой для создания компактных источников когерентного ВУФ и рентгеновского излучения, которые в свою очередь могут использоваться для приложений в спектроскопии и микроскопии различных материалов, в том числе наноструктур и биологических сред.

Измерение спектров ГГВП позволяет получать информацию о структуре молекул. Использование длинноволновой накачки, которая обеспечивает широкое плато в спектре гармоник, позволяет получать структурную информацию о сечениях элементарных процессов в атомах и молекулах, о структуре и внутренней динамике молекул и др. С помощью ГГВП в газах можно получать когерентное излучение в «водяном окне» [18, 78], которое важно для биохимических исследований в области длин волн между 2.3 и 4.4 нм, или энергий фотонов от 284 эВ до 543 эВ, где углеродсодержащие биологические объекты эффективно поглощают излучение, в то время как вода относительно прозрачна.

Благодаря высокой когерентности излучения, генерируемого в процессе ГГВП, оно может эффективно использоваться для управления временными характеристиками излучения лазеров ВУФ и рентгеновского диапазона. Так, экспериментальные исследования показали возможность значительного улучшения когерентных свойств излучения рентгеновских плазменных лазеров [89, 92] и лазеров на свободных электронах [7, 52] с использованием одной из гармоник лазерного поля высокого порядка в качестве затравки.

Параллельно с развитием экспериментальной техники генерации высоких гармоник и получения аттосекундных импульсов развивались и теоретические методы описания указанных процессов. Полуклассическая теория перерасеяния [21] дала ключ к пониманию важнейших аспектов этих процессов; более детальное их описание стало возможным в результате развития численных и аналитических методов решения соответствующих задач. Развито значительное количество различных численных методов, позволяющих (как правило, в приближении одного активного электрона) получать решение нестационарного уравнения Шредингера «из первых принципов» (см., например, [11, 23, 30, 51, 59, 66, 79, 83]). В рамках определенных предположений удастся также построить аналитические и полуаналитические теории (см., например, [6, 12, 32, 53, 61, 79]),

позволяющие описать процесс ГГВП, не прибегая к численному решению уравнения Шредингера.

Современный уровень развития техники аттосекундного эксперимента ставит новые задачи перед теорией. Так, в последние годы наблюдается значительный прогресс в создании мощных фемтосекундных источников с большими длинами волн (от единиц до десятка микрон) по сравнению с широко использовавшимися до недавнего времени титан-сапфировыми лазерами (с длиной волны около 0.8 мкм). Выявился ряд значительных преимуществ использования таких длинноволновых источников (см. ниже).

Однако, оказывается, например, что численные исследования процесса ГГВП при использовании источников среднего ИК-диапазона требуют столь огромных вычислительных и временных ресурсов, что зачастую делает расчёты физически невозможными. С другой стороны, выясняется, что имеющиеся аналитические методы не учитывают ряд физических эффектов, становящихся всё более важными по мере увеличения длины волны действующего на атомы или молекулы лазерного излучения. Поэтому разработка аналитической теории, позволяющей учитывать факторы, ограничивающие эффективность ГГВП в длинноволновом режиме, а также проводить расчёты в широком диапазоне параметров лазерного излучения и для различных активных сред, является актуальной проблемой. Решение данной проблемы составляет значительную часть данной диссертации.

Целью работы является:

- разработка аналитического описания генерации гармоник высокого порядка с учётом свойств атомарных состояний газов, а также ограничивающих факторов, таких как опустошение основного состояния атома и влияние магнитного поля лазерного излучения;
- применение развитого аналитического подхода к изучению влияния ограничивающих факторов на процесс ГГВП для различных параметров лазерного излучения и для различных газовых сред;

- поиск возможностей эффективной генерации ультракоротких рентгеновских волновых форм;
- поиск способов повышения эффективности ГГВП лазерного излучения среднего ИК диапазона.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Общий объем работы – 123 страницы, включая 45 рисунков. Список литературы состоит из 100 наименований.

Краткое содержание диссертации

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована ее цель, аргументированы научная новизна исследований и достоверность полученных результатов, показана практическая значимость полученных результатов, представлены сведения об апробации работы, сформулированы выносимые на защиту научные положения и дан краткий обзор литературы по теме диссертации.

В первой главе диссертации развит теоретический подход, позволяющий рассчитывать нелинейный отклик атома на воздействие высокоинтенсивного излучения на основе аналитических квантово-механических расчётов. Этот подход основан на использовании приближения сильного поля [53], модифицированного с целью учёта опустошения связанных уровней атомов рабочей среды и магнитного дрейфа электрона в высокоинтенсивном лазерном поле. В рамках этого подхода исследована генерация высоких гармоник лазерного излучения среднего ИК диапазона в различных газах. Показана возможность генерации высоких гармоник с энергиями фотонов более 10 кэВ при воздействии на атомы и ионы гелия фемтосекундными импульсами мощного лазерного излучения с центральной длиной волны, соответственно, 8 – 10.6 мкм и порядка 4 мкм. Также проанализирована относительная роль опустошения основного состояния и влияния магнитного поля в ограничении эффективности генерации и формировании

спектрального профиля излучения гармоник, создаваемого импульсами среднего ИК диапазона в различных газовых мишенях. На основе этих расчетов оценена максимальная ширина спектра высоких гармоник, которая может быть получена с использованием мощных источников излучения среднего ИК диапазона.

Во второй главе с использованием теоретического описания ГГВП за пределами электродипольного приближения рассмотрено влияние магнитного дрейфа электронов на реализуемость и предельные возможности предложенного недавно [40] метода генерации зептосекундных рентгеновских осцилляций; в основе этого метода лежит интерференция вкладов в излучение высоких гармоник от множественных возвратов электронного волнового пакета к иону. Показано, что магнитный дрейф электронов может служить спектральным фильтром, изменяющим относительные веса вкладов в сигнал высоких гармоник от различных событий перерасеяния. Показано, что для источников среднего ИК диапазона управление фазой заполнения импульса в сочетании со спектральной фильтрацией позволяет скомпенсировать влияние магнитного дрейфа электрона и обеспечивает формирование интенсивных высококонтрастных биений длительностью менее 0,8 аттосекунд. Ограничения на длину волны лазера для реализации этого подхода определяются растущим дисбалансом между вкладами интерферирующих электронных траекторий, а также общим снижением эффективности ГГВП при продвижении в более длинноволновую область.

Третья глава диссертации посвящена теоретическому и экспериментальному изучению генерации гармоник высокого порядка в плазме серебра, золота и цинка, облучаемой двухцветным лазерным полем с ортогонально поляризованными спектральными компонентами. Обнаружено увеличение выхода гармоник по сравнению с одноцветным случаем, которое существенно зависит от элементного состава плазмы и номера гармоники. В экспериментах, проведенных Р. Ганеевым с коллегами, наблюдается

увеличение выхода гармоник более чем на порядок величины для плазмы серебра, тогда как для золота и цинка рост выхода гармоник не столь высок; эти результаты воспроизведены в представленных в диссертации теоретических расчетах, которые включают в себя исследования как на микроскопическом, так и на макроскопическом уровне. Показано, что широко используемый теоретический подход, предполагающий, что основным состоянием частицы является $1s$ состояние, не воспроизводит результаты реального эксперимента; в связи с этим развитая в главе 1 теория модифицирована таким образом, чтобы учитывать такой фактор, как тип основного состояния для каждого вида частиц. Учет этого фактора позволил достичь согласия с экспериментом. Более того, в данной главе проводится детальный анализ, показывающий, что перераспределение электронной плотности в волновом пакете состояний континуума является важнейшей причиной повышения выхода гармоник в двухцветных ортогонально поляризованных полях с сопоставимыми интенсивностями.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- Усовершенствована теория Левенштейна (приближение сильного поля) с целью учёта факторов (опустошение основного состояния атома и влияние магнитного поля лазерного излучения), ограничивающих эффективность генерации высоких гармоник.
- Впервые проведены детальные исследования явления ГГВП в поле интенсивного излучения ближнего и среднего ИК диапазонов с учётом влияния существенных ограничивающих факторов для широкого диапазона параметров лазерного излучения и для различных газов; сделаны выводы об абсолютной и относительной роли исследованных ограничивающих факторов в процессе ГГВП в зависимости от параметров излучения и нелинейной среды и об их влиянии на форму и предельно достижимую ширину спектров высоких гармоник.

- Показано, что магнитное поле лазерного излучения не всегда оказывает разрушительное влияние на процесс ГГВП, а при определенных условиях может играть полезную роль при получении высококонтрастных рентгеновских волновых форм субаттосекундной длительности.
- На основе проведенных детальных исследований процесса ГГВП при воздействии на среду двухцветным лазерным полем различных конфигураций показано, что при использовании комбинации полей первой и второй гармоник с взаимно ортогональными линейными поляризациями эффективность генерации гармоник может быть значительно выше, чем в случае полей с параллельными поляризациями; найдены микроскопические и макроскопические факторы, обеспечивающие наблюдаемый выигрыш.
- Усовершенствованная модель Левенштейна модернизирована таким образом, чтобы учитывать начальное квантовое состояние, характерное для частиц определенной нелинейной среды.

Практическая ценность

Для изучения физических процессов с достаточным временным разрешением необходимо использовать импульсы длительностью не больше длительности изучаемого физического процесса. Таким образом, для изучения внутриатомных и внутриядерных процессов необходимо уметь получать импульсы аттосекундной и субаттосекундной длительности. Одним из способов получения таких ультракоротких импульсов является ГГВП. Использование источников среднего ИК диапазона позволяет получать рентгеновские волновые формы субаттосекундной длительности. В результате проведенных исследований найдены оптимальные условия для достижения максимально эффективной генерации таких импульсов.

Увеличение энергии генерируемых фотонов, то есть расширение плато в спектре гармоник, является одним из необходимых условий получения ультракоротких импульсов. В данной работе показана возможность получения фотонов с энергиями порядка 10 кэВ в разных газовых мишенях

при оптимально подобранных параметрах источников ближнего или среднего ИК диапазона.

Низкая интенсивность генерируемых ультракоротких импульсов является одним из недостатков ГВП как способа получения таких импульсов. Одним из результатов настоящей диссертации является предложенный способ увеличения выхода гармоник в протяженной газовой среде посредством использования двухцветного лазерного поля скрещенной конфигурации.

На защиту выносятся следующие **основные положения**:

- Эффекты опустошения атомарных уровней и магнитного дрейфа электрона в высокоинтенсивном лазерном поле, влияние которых на процесс генерации высоких гармоник возрастает с увеличением длины волны лазерного излучения, могут быть адекватно учтены путем соответствующей модификации аналитической теории, основанной на приближении сильного поля.
- По мере увеличения длины волны лазерной накачки в интервале от ближнего до среднего ИК диапазона, наряду с общим уменьшением выхода гармоник, происходят существенные изменения профиля спектральной интенсивности высоких гармоник; эти изменения связаны с изменением относительных вкладов различных групп электронов в суммарный сигнал гармоник.
- Использование лазерных источников среднего ИК диапазона позволяет генерировать в различных газовых средах гармоники высокого порядка с энергиями фотонов порядка 10-20 кэВ.
- На основе эффекта генерации высоких гармоник при использовании предельно коротких импульсов излучения среднего ИК диапазона, несмотря на ограничения, связанные с магнитным дрейфом электрона, возможна генерация рентгеновских волновых форм субаттосекундной длительности.

- Использование двухцветной лазерной накачки со скрещенными линейными поляризациями спектральных компонент позволяет значительно повысить эффективность генерации гармоник в протяженной газовой среде.

Достоверность полученных результатов подтверждается хорошим согласием аналитически полученных выводов с результатами численных расчётов и физических экспериментов. Так, достоверность развитой в диссертации аналитической теории, учитывающей опустошение основного атомарного состояния и влияние магнитного поля лазерного импульса, подтверждается согласием аналитически полученных результатов с результатами имеющихся трёхмерных численных расчётов. В ряде частных и предельных случаев полученные в диссертации результаты согласуются с имеющимися литературными данными. Результаты теоретического рассмотрения ГГВП в двухцветном поле демонстрируют хорошее согласие с результатами реального эксперимента, проведенного группой Р. Ганеева (Япония).

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на 27 российских и международных конференциях, в том числе:

Frontiers of Nonlinear Physics (FNP) – Нижний Новгород-Елабуга-Нижний Новгород, Россия (2013 г.), Нижний Новгород- Санкт Петербург, Россия (2016 г.);

International Laser Physics Workshop (LPHYS) – Sophia, Bulgaria (2014 г.), Armenia, Erevan (2016 г.);

International Conference on Multiphoton Processes (ICOMP) – Shanghai, China (2014 г.), Budapest, Hungary (2017 г.);

Ultrafast Optics 2013 (UFO IX) – Davos, Switzerland;

International Conference on Coherent and Nonlinear Optics / International Conference on Lasers, Applications, and Technologies (ICONO/LAT 2013) – Москва, Россия;

4th International Conference on Attosecond Physics (ATTO 2013), Paris, France;
High-Intensity Lasers and High-Field Phenomena (HILAS), Berlin, Germany (2014 г.);

XXIX International Conference on Photonics, Electronics and Atomic Collisions (ICPEAC 2015), Toledo, Spain;

11th Super Intense Laser Atom Physics Conference (SILAP 2015), Bordeaux, France;

VII International Symposium and Young Scientist School "Modern Problems of Laser Physics" (MPLP 2016), Новосибирск, Россия;

XVII научная конференция по радиофизике, Россия (Нижний Новгород);

XVIII научная конференции по радиофизике, Россия (Нижний Новгород);

XIX научная конференции по радиофизике, Россия (Нижний Новгород); XX

научная конференции по радиофизике, Россия (Нижний Новгород);

Семинар по физике многофотонных процессов на тему «Генерация высоких гармоник интенсивным двухцветным лазерным излучением в газовых средах», ИОФ РАН, Москва, 14 октября 2015 г.

По теме диссертации опубликовано 33 работы, из которых 4 статьи в реферируемых журналах, 8 статей в сборниках и 21 тезис докладов в сборниках материалов конференций.

Генерация высоких гармоник лазерного излучения в газах (обзор литературы)

Генерация гармоник является одним из первых нелинейно-оптических явлений, которые наблюдались уже вскоре после создания первых лазеров. Это явление состоит в том, что при прохождении электромагнитной волны через нелинейную среду в ней возбуждается излучение на частоте, в целое

число раз превышающей частоту падающего излучения, то есть N фотонов с энергией $\hbar\omega$ преобразуются в фотон с энергией $N\hbar\omega$. Первой работой по генерации гармоник, а именно по наблюдению второй гармоники излучения рубинового лазера в кварце, стала экспериментальная работа Питера Франкена с соавторами, опубликованная в 1961 году [31]. Результаты по генерации третьей гармоники и взаимодействию большего числа волн были представлены в работе [10].

Феноменологически эффект генерации гармоник объясняется тем, что поляризация среды зависит от электрического поля $\mathbf{P}=\mathbf{P}(\mathbf{E})$. В нелинейной среде наводимая поляризация является нелинейной функцией от поля $\mathbf{E}(t)$, благодаря чему при разложении в ряд функции $\mathbf{P}(t)$ появляются новые спектральные компоненты, кроме тех, которые присутствуют в поле падающего излучения.

При достаточно слабом внешнем поле (по сравнению с внутренними полями среды), можно разложить функцию \mathbf{P} по степеням \mathbf{E} . При маленьком поле члены разложения быстро убывают, то есть убывают интенсивности гармоник с ростом их номера и спектр имеет спадающий вид (см. рис. 1).

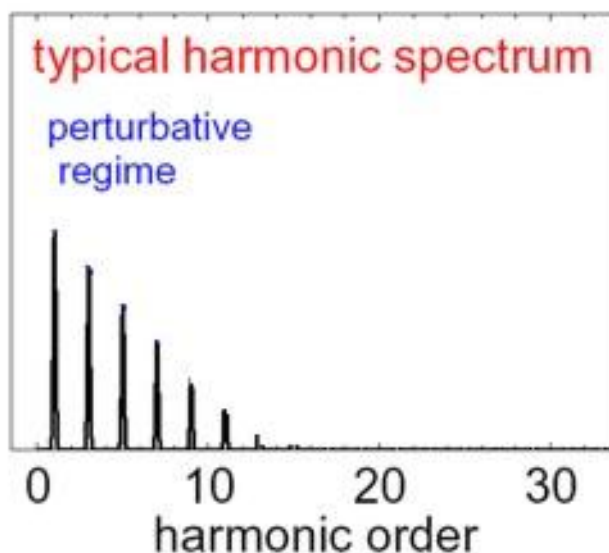


Рис. 1. Спектр генерации гармоник линейно поляризованного лазерного излучения в газе в режиме слабого поля.

При сильном поле, как показывают эксперименты, спектр гармоник приобретает иной вид. Кроме спадающего участка (рис. 1) появляется широкое платообразное распределение, простирающееся в область высоких частот, которое резко обрывается на частоте, многократно превышающей частоту падающего излучения (см. рис. 2). Такое явление и называется генерацией гармоник высокого порядка (ГГВП).

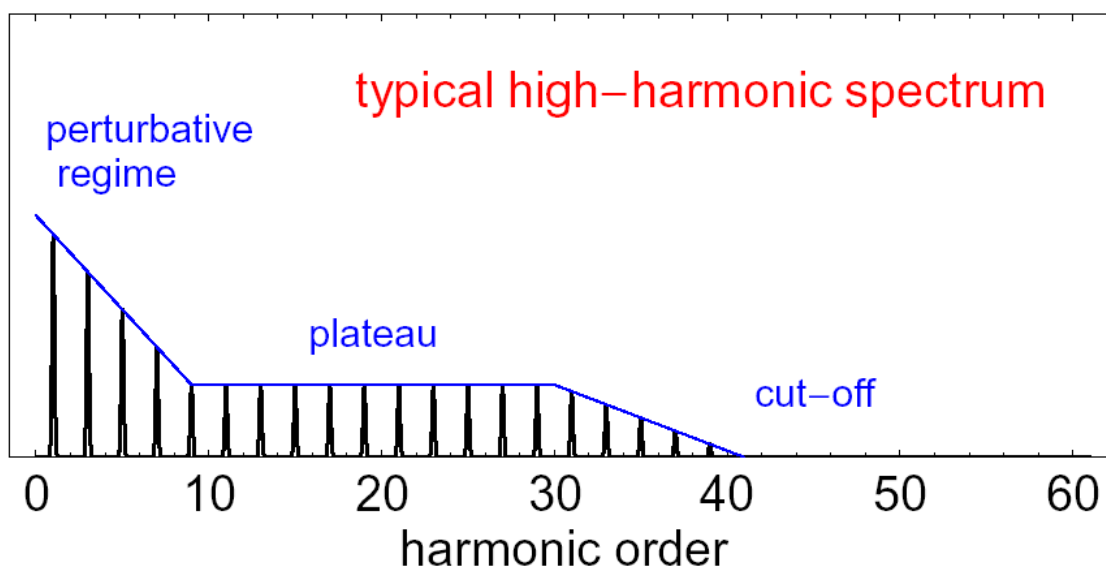


Рис. 2. Спектр генерации гармоник линейно поляризованного лазерного излучения в газе в режиме сильного поля.

Эксперименты, в которых реализуется режим ГГВП, стали возможны после создания мощных фемтосекундных лазерных источников. Один из первых результатов по ГГВП был опубликован в 1987 году [57]. В данном эксперименте была получена семнадцатая гармоника при облучении разреженного газа, состоящего из атомов неона, излучением с центральной длиной волны 246 нм и интенсивностью 10^{15} - 10^{16} Вт/см². Ещё один из первых экспериментов по ГГВП был представлен в работе [29]. В этой работе были получены нечетные гармоники, достигающего 33 порядка (32.2 нм) в разреженном газе аргона при использовании Nd:YAG лазера с интенсивностью около 10^{13} Вт/см².

Несмотря на то, что эксперименты по ГГВП проводились для различных газов и различных лазерных источников, было установлено, что

спектр генерируемого излучения обладает универсальным свойством: ширина плато пропорциональна произведению интенсивности лазерного излучения на квадрат его длины волны. В результате численных расчётов был получен эмпирический закон для максимального номера гармоники, соответствующего краю плато:

$$N_{\max} \approx \frac{I_p + 3U_p}{\omega}, \quad (0.1)$$

где $U_p = e^2 E^2 / 4m\omega^2 \sim I\lambda^2$ – ponderomotorная энергия электрона, I_p – потенциал ионизации атома, ω – частота лазерного излучения (здесь и далее используются атомные единицы). Полученный эмпирический закон хорошо согласуется с результатами реальных экспериментов.

Спадающий низкочастотный участок спектра гармоник обусловлен нелинейностью внутриатомного отклика, его граница определяется потенциалом ионизации атома I_p . Более высокочастотная область спектра возникает из-за сверхбыстрой составляющей нелинейного отклика, которая обусловлена ионизацией (движением электрона вне атома). Современное понимание механизма ГГВП связано с трёхступенчатым механизмом, предложенным в [21] Полом Коркумом.

Трёхступенчатый механизм ГГВП

Согласно полуклассической модели, предложенной в [21], в основе генерации гармоник высокого порядка лежит трёхступенчатый процесс, состоящий из элементарных актов: 1) отрыва электрона от атома вследствие туннельной ионизации, 2) его ускорения оптическим полем и 3) соударения электрона с родительским ионом. В результате такого соударения может происходить один из следующих процессов:

а) упругое рассеяние электрона, которое может сопровождаться дополнительным набором энергии (надпороговая ионизация высокого порядка);

- б) неупругое рассеяние электрона, сопровождающееся ударным возбуждением или дальнейшей ионизацией родительского иона;
- в) испускание высокоэнергетичного фотона (ГТВП) (см. рис. 3).

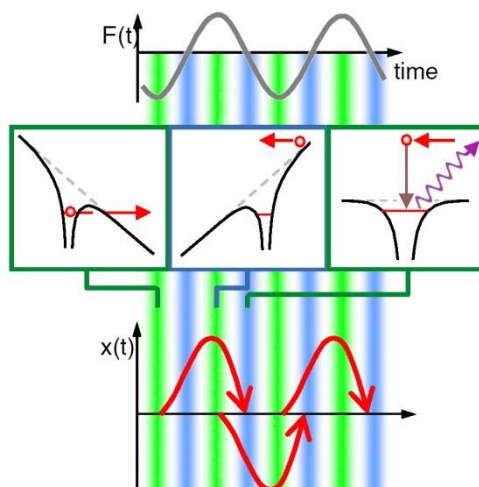


Рис. 3. Трёхступенчатый механизм генерации высоких гармоник интенсивного линейно поляризованного лазерного излучения в газе.

Согласно представлениям, лежащим в основе полуклассической теории ГТВП, максимальная энергия фотона, излучаемого в данном процессе, определяется максимальной кинетической энергией E_{\max} , которую может приобрести электрон к моменту соударения с ионом. В результате рекомбинации электрона с родительским ионом первый может перейти в основное состояние в атоме, испустив при этом фотон с энергией $\omega_{\max} = I_p + E_{\max}$. Формула (0.1), определяющая зависимость положения края плато от параметров лазерного излучения, может быть получена с помощью анализа классических уравнений движений электрона в переменном однородном электрическом поле $F(t)$. Для случая синусоидального электрического поля $F(t) = F \times \sin(\omega t)$ решения для координаты $x(t)$ и скорости $v(t)$ электрона имеют вид:

$$v(t) = \frac{F}{\omega} [\cos(\omega t) - \cos(\varphi)], \quad (0.2)$$

$$x(t) = \frac{F}{\omega^2} \{ [\sin(\omega t) - \sin(\varphi)] - (\omega t - \varphi) \cos(\varphi) \}, \quad (0.3)$$

где $\varphi = \omega t_0$ – фаза поля в момент ионизации.

Анализ классических траекторий, определяемых выражением (0.3), показывает, что существует два типа траекторий: траектории электронов, оторванных от атома при фазе поля в интервалах $0 \leq \varphi \leq \pi/2, \pi \leq \varphi \leq 3\pi/2$ и т.д., больше никогда не проходят через точку расположения родительского иона $x=0$; электроны, которые появились при фазах поля $\pi/2 \leq \varphi \leq \pi, 3\pi/2 \leq \varphi \leq 2\pi$ и т.д., один или несколько раз возвращаются к родительскому иону.

Из условия на момент возврата электрона к родительскому иону $x(t_r)=0$ можно получить соотношение, связывающее фазу поля в момент отрыва электрона с её приращением к моменту возврата электрона к иону:

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\tau - \sin \tau}{\cos \tau - 1}, \quad (0.4)$$

где $\tau = \omega_0(t_r - t_0)$ – приращение фазы поля за время свободного движения электрона (или, что то же самое, время свободного движения электрона, отнесённое к периоду лазерного поля). Кинетическая энергия электрона в момент возврата к родительскому иону представляется следующим выражением:

$$E_{\text{kin}} = 2U_p \left[\frac{C^2(\tau)\tau}{\tau - \sin \tau - C(\tau)} \right], \quad (0.5)$$

где $C(\tau) = \sin \tau - \frac{2(1 - \cos \tau)}{\tau}$.

Из анализа выражений (0.4) и (0.5) следует, что максимум кинетической энергии равен $E_{\text{max}} = 3.17U_p$. Отсюда можно получить выражение (0.1) для номера гармоники, соответствующей краю плато. Траектории электрона, для которых время движения электрона в свободном пространстве лежит в пределах $0 < t_r - t_0 < 0.65T$, называются "короткими" траекториями, остальные "длинными".

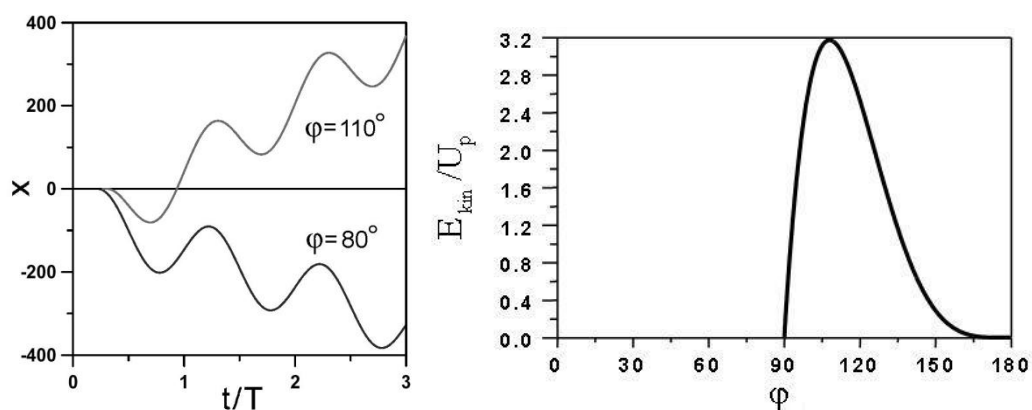


Рис. 4. Слева: траектории электронов для двух различных моментов ионизации; справа: зависимость кинетической энергии электрона при возврате к родительскому иону от фазы поля в момент ионизации.

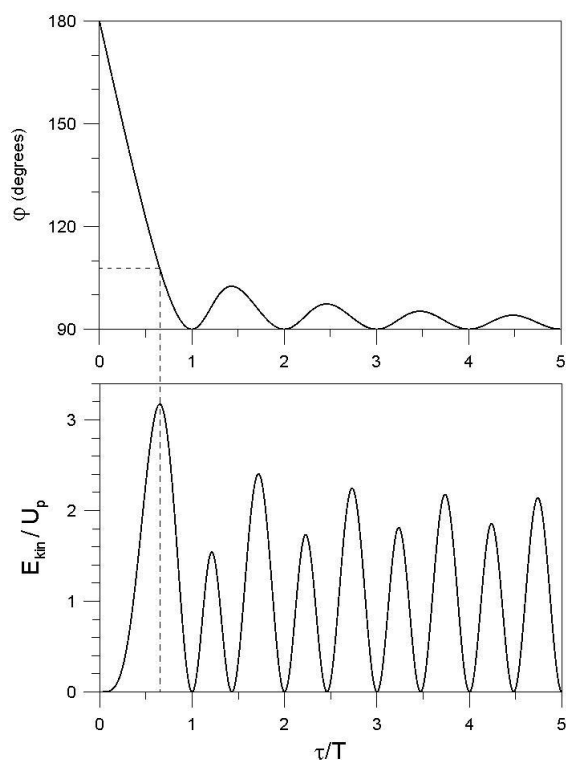


Рис. 5. Связь между фазой поля в момент отрыва электрона от родительского иона и временем его свободного движения в пространстве (верхняя кривая); зависимость кинетической энергии электрона в момент его возврата к родительскому иону от времени движения в свободном пространстве (нижняя кривая).

Из рис. 5 видно, что значениям энергии в области $2.4U_p < E_{kin} < 3.17U_p$ соответствуют две траектории (короткая и длинная), остальному диапазону энергий соответствует большее количество электронных траекторий. Это означает, что вклад в гармоники с энергиями, доходящими примерно до 3/4 от ширины плато, вносят электронные траектории с неоднократными возвратами к родительскому иону.

Как видно из рис. 5 (нижняя кривая), энергия налетающего на ион электрона в зависимости от времени его свободного движения демонстрирует то возрастающие, то падающие участки. Соответственно, следует ожидать, что энергия фотона, испускаемого электроном при возврате к родительскому иону, на одних промежутках времени будет расти, а на других убывать со временем, следовательно, частота генерируемых гармоник тоже будет то расти, то убывать. Этот вывод из полуклассической теории подтверждается квантовомеханическим анализом. Такая частотная модуляция излучения гармоник получила названия атточирпа, поскольку продолжительность участка с определённым знаком чирпа составляет порядка 0.25 периода лазерного поля, то есть, например, для титан-сапфирового лазера менее 0.8 фс. Области возрастания и убывания частоты гармоник являются, соответственно, областями с положительным и отрицательным атточирпом.

Дополнительные замечания

ГГВП является одним из методов получения узконаправленного рентгеновского излучения высокой интенсивности и основой для создания компактных рентгеновских источников [63]. Полезной особенностью данных источников является высокая степень пространственной и временной когерентности и минимальная длительность импульсов, в настоящее время составляющая порядка 50 ас [36, 54, 93]. Однако, для фотонов с достаточно высокой энергией (≥ 100 эВ), ГГВП проигрывает по мощности другим методам генерации высокочастотных полей.

Плазменные рентгеновские лазеры, основанные на многократной ионизации вещества (как правило, твёрдого тела или жидкости), позволяют генерировать импульсы пикосекундной длительности с энергией до единиц мДж в диапазоне длин волн от 3 до 50 нм и высокой средней мощностью [80]. Однако, длительность импульсов рентгеновских лазеров ограничена снизу временем релаксации когерентности на инвертированном переходе (~ 1 пс), что препятствует их непосредственному использованию для исследования динамики фемто- и аттосекундных процессов. Еще один класс источников представляют собой лазеры на свободных электронах, позволяющие получать импульсы рентгеновского излучения фемтосекундной длительности с энергией фотонов до 10 кэВ и интенсивностью до 10^{17} Вт/см² [62]. К недостаткам данного класса источников можно отнести присущие им громадные размеры и эксплуатационные расходы, а также низкую временную когерентность излучения. Таким образом, компактные рентгеновские источники, основанные на ГГВП, являются наиболее удобным инструментом для зондирования сверхбыстрых процессов.

Большинство первых экспериментов по ГГВП были проведены с использованием твердотельного лазера на основе кристалла титана, допированного ионами сапфира. В 1997 году в работе [18] были опубликованы результаты по получению коротковолнового когерентного света с рекордно короткой на тот момент длиной волны. С помощью использования титан-сапфирового лазера с центральной длиной волны 800 нм и длительностью импульса 26 фс были получены когерентные гармоники мягкого рентгеновского диапазона с энергиями фотонов до 460 эВ (2.7 нм) для иона гелия и с энергиями фотонов до 239 эВ (5.2 нм) для неона. В ионах гелия дискретные пики гармоник наблюдались до 221-го порядка, тогда как неразрешенное по частотам излучение гармоник наблюдалось вплоть до 297-го порядка. Эти длины волн находятся в пределах области «водяного окна» рентгеновского пропускания или близки к нему. В том же

году в работе [78] было получено когерентное ультрафиолетовое излучение, простирающееся до длин волн 4.37 нм (коротковолновая граница полосы пропускания углерода), сгенерированное с помощью фокусировки излучения 5-фемтосекундного лазера с центральной длиной волны 780 нм в струю газа ионов гелия. Наблюдаемое рентгеновское излучение простирается по частоте далеко вглубь «водяного окна» и представляет собой хорошо коллимированный пучок (расходимость менее 1 миллирадиана).

Один из первых экспериментов по получению гармоник с энергиями фотонов порядка 1 кэВ был описан в работе [72], в которой было получено излучение сильно коллимированных пространственно-когерентных рентгеновских лучей на длине волны около 1 нм с энергиями фотонов до 1.3 кэВ от атомов, ионизированных 5-фемтосекундным лазерным импульсом.

В последние несколько лет достигнут значительный прогресс в создании мощных фемтосекундных параметрических лазерных источников излучения ближнего и среднего ИК диапазонов. Созданы различные типы источников, генерирующие импульсы с энергией порядка или более миллиджоуля; центральные длины волн излучения этих источников лежат в диапазоне 1.5 – 4 мкм [9, 25, 37, 38, 68, 86]. Создание таких источников открывает новые перспективы при исследовании взаимодействия высокоинтенсивного лазерного излучения с веществом [87]. Одной из областей исследований, где эти новые возможности проявляются особенно ярко, является физика процессов, связанных с перерассеянием электронов при туннельной ионизации. К числу таких процессов относится, в частности, генерация гармоник высокого порядка лазерного излучения.

Важной характеристикой различных процессов, связанных с ионизацией газов интенсивным лазерным излучением, является величина средней энергии осцилляций электрона в переменном электрическом поле с амплитудой E и частотой ω (пондеромоторная энергия)

$$U_p = e^2 E^2 / 4m\omega^2 \sim I\lambda^2, \quad (0.6)$$

где e и m – заряд и масса электрона, I и λ – соответственно интенсивность и длина волны лазерного излучения. Величина U_p , в частности, определяет энергетические характеристики свободных электронов и фотонов, генерируемых при туннельной ионизации атомов и молекул. Так, положение высокоэнергетической границы платообразного распределения [29, 57] в спектре ГВП в газах, как отмечалось выше, определяется универсальным выражением [51]

$$\hbar\Omega_{\max} \approx I_p + 3.17 U_p, \quad (0.7)$$

где I_p – потенциал ионизации атома.

Пропорциональность осцилляторной энергии электрона U_p квадрату длины волны лазерного излучения указывает на принципиальную возможность значительного расширения плато в спектре ГВП в высокочастотную область [24, 82] при использовании источников среднего ИК диапазона. Яркой демонстрацией такой возможности стал недавний эксперимент [65], где при ионизации атомов гелия излучением источника с центральной длиной волны $\lambda = 3.9$ мкм был получен когерентный широкополосный суперконтинуум с максимальной энергией фотонов, достигающей 1.6 кэВ.

Эксперименты [65] по генерации ГВП с использованием источника излучения на $\lambda = 3.9$ мкм проводились при относительно невысокой (3.3×10^{14} Вт/см²) пиковой интенсивности лазерных импульсов. Эта интенсивность лишь незначительно превышает порог ионизации атома гелия и была выбрана исходя из условия малости концентрации плазмы, образующейся при ионизации гелия, что позволяло реализовать условия фазового синхронизма [65] для получения ультраяркого излучения ГВП в капилляре, наполненном газом при высоком давлении. Вместе с тем большой интерес представляет вопрос о предельно достижимой ширине спектра ГВП, которая в принципе (при соответствующем решении проблемы фазового синхронизма или квазисинхронизма) может быть получена с использованием источников среднего ИК диапазона.

В то время как процесс ГВП излучения ближнего ИК диапазона к настоящему времени достаточно хорошо и широко изучен, особенности процесса ГВП в более длинноволновом режиме исследованы гораздо меньше; настоящая диссертация призвана в значительной мере заполнить этот пробел.

ГЛАВА 1. Генерация высоких гармоник квазимонохроматического излучения среднего ИК диапазона в атомарных газах

В данной главе диссертации представлена аналитическая теория ГГВП, представляющая собой вариант приближения сильного поля, учитывающий опустошение связанных уровней атомов рабочей среды и магнитный дрейф электрона в высокоинтенсивном лазерном поле. На основе аналитических квантово-механических расчётов в рамках этого приближения исследована генерация высоких гармоник лазерного излучения среднего ИК диапазона в нейтральных и ионизованных газах.

В §1.1 описывается общая постановка задачи. В §1.2 описывается модифицированная с учётом ограничивающих факторов (опустошение основного состояния и влияние магнитного поля) модель Левенштейна. В §1.3 на основе модифицированного приближения сильного поля исследуется ГГВП излучения с центральной длиной волны в диапазонах 0.8-3.9 мкм и 8-10 мкм. Исследования проводятся как с учётом, так и без учёта ограничивающих факторов; анализируется относительная роль опустошения основного состояния и влияния магнитного поля на ограничение эффективности генерации и на формирование спектрального профиля излучения гармоник, создаваемого импульсами среднего ИК диапазона в различных газовых мишенях (атомы водорода, гелия и ион гелия). В заключительном параграфе (§1.4) приведены основные результаты, полученные в данной главе.

1.1. Постановка задачи

Зависимость энергии отсечки в спектре ГВП от параметров лазерного излучения и атомного потенциала дается формулой (0.7). При заданной длине волны излучения лазерного источника ширина плато в спектре ГВП, согласно (0.6) и (0.7), может быть принципиально увеличена за счёт роста интенсивности лазерного излучения. Однако одним из серьёзных ограничивающих факторов при этом является опустошение атомарных уровней при высоких интенсивностях падающего излучения; этот эффект приводит к уменьшению выхода гармоник и прекращению роста ширины спектра ГВП при интенсивностях, значительно превышающих порог ионизации [58, 79]. Другим фактором, который может ограничивать эффективность генерации гармоник и их максимальную энергию при высоких интенсивностях лазерного излучения, является влияние магнитного поля лазерного излучения. Это влияние выражается в отклонении («магнитном дрейфе») траекторий электронов, движущихся с субрелятивистскими скоростями, от прямолинейных и, как следствие, в уменьшении эффективности механизма генерации ГВП, в основе которого лежат столкновения электронов с родительскими ионами [49, 81, 88]. При взаимодействии излучения видимого или ближнего ИК диапазона с нейтральными атомами этот фактор не существен, так как скорость свободного электрона при тех интенсивностях излучения, при которых происходит ионизация атомов, значительно меньше скорости света. Следует, однако, ожидать, что в силу приведенного выше скейлинга осцилляторной энергии электрона (0.6), при использовании длинноволновых источников влияние этого фактора может оказаться значительным даже при весьма умеренных пиковых интенсивностях лазерных импульсов. Совместное рассмотрение указанных факторов важно как для выяснения их относительной роли в процессе ГВП при различных условиях, так и для формулировки общих выводов о предельной возможности генерации высокоэнергетичных фотонов при ГВП лазерного излучения в газах.

В данной диссертационной работе задача о ГГВП с учётом указанных выше ограничивающих факторов решается аналитически с помощью модифицированной модели Левенштейна.

1.2. Модифицированная модель Левенштейна

Физическая задача, которой посвящена данная глава, рассматривалась ранее [3] на основе численных расчётов в рамках двумерной модели. Для проведения более реалистичных трёхмерных расчётов, а также для рассмотрения ГГВП в более широком диапазоне параметров лазерного излучения и рабочего вещества нами было развито аналитическое описание данного процесса [4, 28]. Это описание основано на наиболее широко используемой аналитической теории ГГВП – теории Левенштейна [53] (одной из версий так называемого приближения сильного поля), модифицированной таким образом, чтобы учесть оба вышеупомянутых фактора, ограничивающих процесс ГГВП.

В то время как полуклассическая теория обеспечивает понимание и, в ряде случаев, количественное описание многих важных аспектов процесса ГГВП, для полного рассмотрения элементарных актов, лежащих в основе этого процесса, необходимо квантово-механическое описание. В принципе, для одноэлектронных систем задача нахождения нелинейного отклика в сильном поле может решаться “из первых принципов” (*ab initio*), то есть путем прямого численного интегрирования нестационарного уравнения Шредингера. Однако с увеличением длины волны необходимый для этого объем вычислений растёт примерно как λ^5 , вследствие чего трёхмерные численные расчёты в интересующей нас задаче оказываются практически невозможными. В связи с этим большое значение имеет развитие аналитических методов описания ГГВП.

Модель Левенштейна

В основе применяемого в настоящей работе теоретического подхода лежит модель Левенштейна. Теория Левенштейна представляет собой

квантовомеханическое обобщение полуклассической модели [21], давшей объяснение механизма и основных закономерностей ГТВП в газах. В теории Левенштейна используется приближение одного активного электрона; волновая функция электрона в рамках этой теории представляется в виде суперпозиции невозмущённой собственной функции основного связанного состояния в атоме и набора функций непрерывного спектра, представляемых, в соответствии с приближением сильного поля, в виде плоских волн без учёта влияния кулоновского потенциала. Зависящий от времени средний дипольный момент системы при этом выражается как интеграл по времени и компонентам канонического импульса электрона, содержащий быстро осциллирующий подынтегральный множитель в виде экспоненты, показатель которой представляет собой квазиклассическое действие электрона $S(\mathbf{p}, t, t')$ (\mathbf{p} – канонический импульс электрона, t – текущее время, t' – временная переменная интегрирования). Основной вклад в интегралы по импульсу дают стационарные точки действия: $\Delta_p S(\mathbf{p}, t, t') = 0$. Наличие таких точек, с одной стороны, значительно упрощает вычисления, позволяя использовать метод стационарной фазы. С другой стороны, эти стационарные точки имеют наглядный физический смысл: их вклад в высокочастотный нелинейный отклик системы соответствует траекториям свободного электрона, начинающимся на ядре и заканчивающимся на нём же в более поздние моменты времени; эта картина отвечает предположениям полуклассической теории [21]. Более подробное изложение теории Левенштейна представлено ниже.

Рассмотрим в одноэлектронном приближении атом (или ион) под действием лазерного поля $\vec{E}(t)$, линейно поляризованного в направлении оси x . В калибровке длины уравнение Шредингера имеет вид (здесь и далее используются атомные единицы):

$$i \frac{\partial |\Psi(\vec{r}, t)\rangle}{\partial t} = \left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + V(\vec{r}) + E(t)x \right] |\Psi(\vec{r}, t)\rangle, \quad (1.1)$$

где $\Psi(\vec{r}, t)$ – волновая функция электрона, $V(\vec{r})$ – потенциал взаимодействия электрона с ядром, $-\frac{1}{2}\nabla^2$ – оператор кинетической энергии электрона.

Под воздействием лазерного поля электрон, изначально находившийся в основном состоянии $|0\rangle$, переходит в состояния с более высоким значением энергии. В теории Левенштейна учитываются переходы только из основного состояния в непрерывный спектр и обратно. В континууме электрон может рассматриваться как свободная (не взаимодействующая с атомным ядром) частица, движущаяся в электрическом поле $\vec{E}(t)$. В пренебрежении опустошением основного энергетического состояния зависящая от времени волновая функция электрона может быть представлена в виде:

$$|\Psi(\vec{r}, t)\rangle = e^{iI_p t} \left(|0\rangle + \int d^3\vec{v} b(\vec{v}, t) |\vec{v}\rangle \right), \quad (1.2)$$

где I_p – потенциал ионизации атома, $b(\vec{v}, t)$ – амплитуды соответствующих состояний непрерывного спектра. Уравнение для $b(\vec{v}, t)$ имеет вид:

$$\dot{b}(\vec{v}, t) = -i \left(\frac{\vec{v}^2}{2} + I_p \right) b(\vec{v}, t) - E(t) \frac{\partial b(\vec{v}, t)}{\partial v_x} + iE(t) d_x(\vec{v}), \quad (1.3)$$

где $d(\vec{v}) = \langle \vec{v} | x | 0 \rangle$ – дипольный матричный элемент для свободно-связанных переходов, в котором содержится основная информация об атоме; $d_x(\vec{v})$ – компонента, параллельная оси поляризации лазерного излучения.

Уравнение (1.3) может быть решено точно:

$$b(\vec{v}, t) = i \int_0^t dt' E(t') d_x(\vec{v} + \vec{A}(t) - \vec{A}(t')) \exp \left\{ -i \int_{t'}^t dt'' \left[\left(\vec{v} + \vec{A}(t) - \vec{A}(t'') \right)^2 / 2 + I_p \right] \right\}, \quad (1.4)$$

где $\vec{A}(t)$ – векторный потенциал лазерного поля.

x -компонента усредненного дипольного момента, которую далее будем обозначать $x(t)$, может быть найдена как

$$x(t) = \langle \Psi(t) | x | \Psi(t) \rangle. \quad (1.5)$$

Используя выражения (1.2) и (1.5), можно получить:

$$x(t) = \int d^3\vec{v} d_x^*(\vec{v}) b(\vec{v}, t) + c.c. \quad (1.6)$$

При написании последнего выражения пренебрегается вкладом переходов между состояниями непрерывного спектра и учитываются только переходы между основным состоянием и состояниями непрерывного спектра.

Введя канонический импульс

$$\vec{p} = \vec{v} + \vec{A}(t) \quad (1.7)$$

и подставив выражение для $b(\vec{v}, t)$ из (1.4), получаем выражение:

$$x(t) = i \int_0^t dt' \int d^3 \vec{p} \cdot E(t') d_x(\vec{p} - \vec{A}(t')) d_x^*(\vec{p} - \vec{A}(t)) \exp[-iS(\vec{p}, t, t')] + c.c., \quad (1.8)$$

где $S(\vec{p}, t, t')$ - квазиклассическое действие, которое описывает свободное движение электрона в поле лазерного импульса:

$$S(\vec{p}, t, t') = \int_{t'}^t \left(\frac{[\vec{p} - \vec{A}(t'')]^2}{2} + I_p \right) dt'' \quad (1.9)$$

Для водородоподобных атомов матричный элемент, описывающий переходы из основного состояния в непрерывный спектр, имеет вид:

$$\vec{d}(\vec{p}) = i \left(\frac{2^{7/2} (2I_p)^{5/4}}{\pi} \right) \frac{\vec{p}}{(\vec{p}^2 + 2I_p)^3} \quad (1.10)$$

В настоящей работе мы использовали данное выражение для всех исследуемых нами квантовых систем (атомы водорода, гелия и ион гелия). Несмотря на то, что гелий не является водородоподобным атомом, мы описываем его структуру как ядро с эффективным зарядом, равным единице, и один активный электрон, что в интересующей нас задаче является достаточно хорошим приближением (что подтверждается многими имеющимися в литературе примерами). Соответственно, для атомов гелия матричные элементы используются те же, что и для водородоподобных систем (водород, ион гелия), разница между атомами состоит в различии их потенциалов ионизации. Так как в интенсивном линейно поляризованном лазерном поле импульс электрона определяется его x -компонентой, то выражение для матричных элементов можно переписать в виде:

$$d_x(p_x) = i \left(\frac{2^{7/2} (2I_p)^{5/4}}{\pi} \right) \frac{p_x}{(p_x^2 + 2I_p)^3}. \quad (1.11)$$

Выражение для дипольного момента (1.8) имеет понятную физическую интерпретацию. Это произведение амплитуд вероятностей следующих процессов:

- 1) $E(t') d_x(\bar{p} - \bar{A}(t'))$ – амплитуда вероятности перехода электрона в момент времени t' в состояние непрерывного спектра с каноническим импульсом \bar{p} ;
- 2) во время движения в свободном пространстве волновая функция электрона приобретает фазу, описываемую множителем $\exp[-iS(\bar{p}, t, t')]$;
- 3) в момент времени t происходит рекомбинация электрона с родительским ионом, описываемая посредством множителя $d_x^*(\bar{p} - \bar{A}(t))$.

Строго говоря, канонический импульс \bar{p} в моменты времени t и t' не обязательно должен быть один и тот же. Но мы считаем \bar{p} сохраняющейся величиной в промежутке времени $t - t'$ из-за пренебрежения взаимодействием электрона с родительским ионом.

За время $(t - t')$ квазиклассическое действие изменяется гораздо быстрее, чем другие множители в интеграле (1.8). Поэтому основной вклад в этот интеграл дают стационарные точки, определяющиеся выражением

$$\nabla_{\bar{p}} S(\bar{p}, t, t') = 0, \quad (1.12)$$

и интеграл по пространству импульсов в (1.8) может быть вычислен методом стационарной фазы, в результате чего мы получаем следующее выражение для дипольного момента:

$$x(t) = i \int_0^\infty d\tau \left(\frac{\pi}{\varepsilon + i\tau/2} \right)^{3/2} d_x^*(p_{st}(t, \tau) - A_x(t)) d_x(p_{st}(t, \tau) - A_x(t - \tau)) \times \\ \times E(t - \tau) \exp[-iS_{st}(t, \tau)] + c.c., \quad (1.13)$$

где $\tau = t - t'$ – время между отрывом и возвратом электрона к родительскому иону, $p_{st}(t, \tau)$ – стационарное значение импульса, следующее из выражения (1.12) и записываемое в виде:

$$p_{st}(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_{t-\tau}^t \frac{A_x(t')}{c} dt' . \quad (1.14)$$

Выражение (1.13) получено без учета опустошения связанных атомных уровней и без учета влияния магнитного поля лазерного импульса на динамику электрона. Далее мы получим выражения, которые позволяют учесть оба этих эффекта.

1.2.1. Учёт опустошения атомных уровней в модели Левенштейна

Выражение для дипольного момента (1.13) было получено в приближении постоянства амплитуды основного энергетического состояния атома в процессе ионизации, что, строго говоря, неверно. Для более точного описания нужно учитывать тот факт, что в процессе ионизации амплитуда основного состояния не остается постоянной, а изменяется с течением времени. Это изменение определяется скоростью ионизации, которая, в свою очередь, зависит от характеристик самого атома. Для того, чтобы понять, как учитывать эффект опустошения уровней, напомним физический смысл каждого из множителей, входящих в выражение для дипольного момента: $d_x^*(p_{st}(t, \tau) - A_x(t))$ – матричный элемент, описывающий переходы из непрерывного спектра в основное состояние; $d_x(p_{st}(t, \tau) - A_x(t - \tau))$ – матричный элемент, описывающий переходы из основного состояния в непрерывный спектр; $\exp[-iS_{st}(t, \tau)]$ – фазовый множитель, возникающий из-за движения электрона в свободном пространстве.

Для того, чтобы описать эффект опустошения уровней, нужно учесть тот факт, что в процессе ионизации амплитуда основного состояния уменьшается, а, значит, и число переходов в единицу времени из основного состояния в непрерывный спектр и обратно должно спадать пропорционально амплитуде основного состояния. Таким образом, с учетом опустошения уровней дипольный момент будет выглядеть следующим образом:

$$x(t) = i \int_0^{\infty} d\tau \left(\frac{\pi}{\varepsilon + i\tau/2} \right)^{3/2} d_x^*(p_{st}(t, \tau) - A_x(t)) a^*(t) d_x(p_{st}(t, \tau) - A_x(t - \tau)) \times \\ \times a(t - \tau) E(t - \tau) \exp[-iS_{st}(t, \tau)] + c.c., \quad (1.15)$$

где $a(t)$ – амплитуда основного состояния, эволюционирующая во времени. В свою очередь, $a(t)$ можно представить в виде:

$$a(t) = a_0 \exp\left(-\int_0^t \frac{W(t')}{2} dt'\right), \quad (1.16)$$

где $W(t)$ – мгновенная скорость ионизации атома, $a_0 = 1$ – амплитуда связанного состояния до прихода лазерного импульса.

В данной работе выражение для скорости ионизации было взято из [84] и имеет вид:

$$W(t) = C_l^2 \left(\frac{2\kappa^2}{|E(t)|} \right)^{\frac{2Z}{\kappa}-1} \exp\left(-\frac{2\kappa^3}{3|E(t)|}\right) \exp\left(-\frac{\alpha Z^2 |E(t)|}{I_p \kappa^3}\right), \quad (1.17)$$

где C_l^2 – числовой коэффициент, который определяется из условия нормировки волновой функции; $\kappa = \sqrt{2I_p}$, где I_p – потенциал ионизации атома; $E(t)$ – поле лазерного импульса, Z – эффективный заряд ядра.

Множитель $C_l^2 \left(\frac{2\kappa^2}{|E(t)|} \right)^{\frac{2Z}{\kappa}-1} \exp\left(-\frac{2\kappa^3}{3|E(t)|}\right)$ представляет собой хорошо известное выражение для скорости туннельной ионизации атома в статическом поле. Но при увеличении интенсивности лазерного излучения атомный барьер может понижаться до такой степени, что ионизация происходит в надбарьерном режиме. В этом режиме туннельная формула завышает скорость ионизации. Это завышение, как продемонстрировано в [84], может быть скомпенсировано путём введения поправочного множителя $\exp\left(-\frac{\alpha Z^2 |E(t)|}{I_p \kappa^3}\right)$, который в широком диапазоне значений электрического поля приближает скорость ионизации в надбарьерном режиме к реальному значению. В [84] были подобраны оптимальные значения для коэффициента

α в поправочном множителе для различных атомов; для атомарного водорода оно равно $\alpha = 6$.

Таким образом, выражение для скорости ионизации (1.17) является универсальным для широкого диапазона интенсивностей лазерного импульса и хорошо согласуется с имеющимися литературными данными. Выражение для дипольного момента с учётом опустошения основного состояния будет иметь вид:

$$x(t) = i \int_0^{\infty} d\tau \left(\frac{\pi}{\varepsilon + i\tau/2} \right)^{3/2} d_x^*(p_{st}(t, \tau) - A_x(t)) d_x(p_{st}(t, \tau) - A_x(t - \tau)) E(t - \tau) \exp \left[-iS_{st}(t, \tau) - \int_0^t \frac{W(t')}{2} dt' - \int_0^{t-\tau} \frac{W(t')}{2} dt' \right] + c.c. \quad (1.18)$$

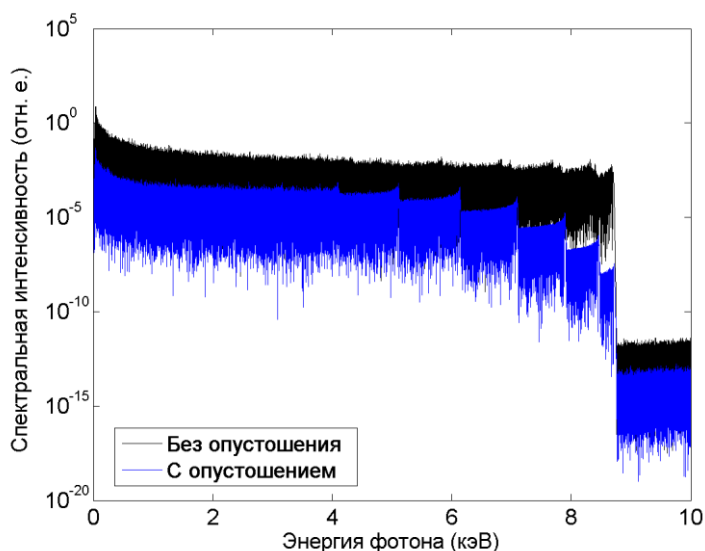


Рис. 1.1. Спектры высоких гармоник для атома гелия без учёта (черная линия) и с учётом (синяя линия) опустошения уровней. Пиковая интенсивность лазерного импульса $I = 1.9 \times 10^{15}$ Вт/см², длина волны лазерного излучения $\lambda = 3.9$ мкм.

На рис. 1.1 представлены два спектра высоких гармоник, полученных с учётом и без учёта опустошения основного энергетического состояния атома гелия. При используемых в расчетах параметрах лазерного излучения наглядно видно, что при учёте опустошения основного состояния в сильном поле интенсивность генерируемых гармоник может быть на несколько порядков ниже, чем без учёта этого эффекта. Результаты расчетов,

приведенные на рис. 1.2, показывают, при интенсивности излучения, соответствующей рис. 1.1, к моменту окончания лазерного импульса основное атомное состояние практически полностью опустошается.

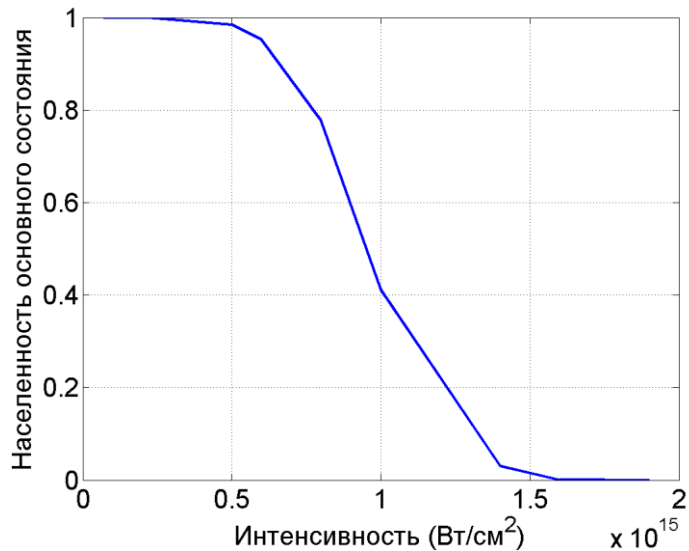


Рис. 1.2. Населенность основного состояния атома гелия к моменту окончания лазерного импульса. Длина волны лазерного излучения $\lambda=3.9$ мкм.

1.2.2. Учет влияния магнитного поля в модели Левенштейна

Запишем уравнение Шредингера с учётом магнитного поля лазерной электромагнитной волны:

$$i \frac{\partial |\Psi(\vec{r}, t)\rangle}{\partial t} = \frac{1}{2} \left[i \nabla + \frac{1}{c} \vec{A}(\vec{r}, t) \right]^2 |\Psi(\vec{r}, t)\rangle + V(\vec{r}) |\Psi(\vec{r}, t)\rangle, \quad (1.19)$$

где $\vec{A}(\vec{r}, t)$ - векторный потенциал, который соотносится с электрическим и магнитным полем лазерного излучения следующим образом:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (1.20)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \nabla \times \vec{A}(\vec{r}, t). \quad (1.21)$$

Так как в нашей задаче мы считаем, что электрическое поле лазерной волны поляризовано вдоль оси x и лазерный импульс распространяется вдоль оси

z , то векторный потенциал имеет только x -компоненту, зависящую от времени и координаты z :

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = (A(z, t), 0, 0). \quad (1.22)$$

Соответственно, электрическое и магнитное поле можно записать в виде:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = (E(z, t), 0, 0) = \left(-\frac{1}{c} \frac{\partial A(z, t)}{\partial t}, 0, 0 \right), \quad (1.23)$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = (0, B(z, t), 0) = \left(0, \frac{\partial A(z, t)}{\partial z}, 0 \right). \quad (1.24)$$

Так как в бегущей волне выполняется соотношение

$$A(z, t) = A(t - z/c), \quad (1.25)$$

то для производных от векторного потенциала, входящих в выражения для электрического и магнитного полей, справедливо равенство:

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} = -\frac{1}{c} \frac{\partial A(z, t)}{\partial t}. \quad (1.26)$$

Для учета влияния магнитного поля лазерного импульса на нелинейный отклик атома необходимо будет учесть несколько моментов, следующих из учета движения электрона в направлении распространения излучения. Первое изменение коснется квазиклассического действия, которое с учетом магнитного поля может быть записано в виде:

$$S(\vec{p}, t, t') = \int_{t'}^t dt'' \times \left\{ \frac{1}{2} \left[\vec{p} - \vec{T}(t'') - \frac{1}{c} \vec{A}(t'') \right]^2 + I_p \right\}, \quad (1.27)$$

где величина $\vec{T}(t) = (0, 0, T_z)$ описывает импульс электрона в направлении распространения лазерного излучения, приобретаемый под действием магнитной части силы Лоренца:

$$T_z = -\frac{1}{c} \int dt \left[p_x - \frac{1}{c} A(t) \right] \frac{\partial A(t)}{\partial z} = \frac{1}{c^2} \int dt \left[p_x - \frac{1}{c} A(t) \right] \frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{c} \left(\frac{A(t)}{c} \right) p_x - \frac{1}{2c} \left(\frac{A(t)}{c} \right)^2. \quad (1.28)$$

С учетом (1.28) выражение для квазиклассического действия с учётом магнитного поля (1.27) можно переписать в виде двух слагаемых:

$$S(\vec{p}, t, t') = S_d + S_m, \quad (1.29)$$

где первое слагаемое

$$S_d = \int_i^t \left\{ \frac{1}{2} \left[p_x - \frac{1}{c} A(t'') \right]^2 + I_p \right\} dt'' \quad (1.30)$$

является частным случаем, соответствующим записанному выше выражению (1.9), а второе

$$S_m = \int_i^t \frac{1}{2} \left\{ p_z - \left[\frac{p_x}{c} \left(\frac{A(t'')}{c} \right) - \frac{1}{2c} \left(\frac{A(t'')}{c} \right)^2 \right] \right\}^2 dt'' \quad (1.31)$$

является добавкой к фазе, приобретаемой электроном при движении в свободном пространстве и возникающей из-за учёта магнитного поля лазерного излучения.

Второе изменение также следует из наличия движения электрона вдоль направления распространения излучения, а именно, стационарное значение импульса теперь будет иметь две проекции (x и z). Выражение для x -компоненты останется неизменным и по-прежнему задается формулой (1.14), а для z -компоненты будет иметь вид:

$$p_{st,z}(t, \tau) = \frac{p_{st,x}^2}{c} - \frac{1}{2\pi c} \int_{t-\tau}^t \left(\frac{A(t')}{c} \right)^2 dt' \quad (1.32)$$

Окончательно выражение для дипольного момента с учётом магнитного поля примет вид:

$$x(t) = i \int_0^\infty d\tau \left(\frac{\pi}{\varepsilon + i\tau/2} \right)^{3/2} d_x^*(\vec{p}_{st}(t, \tau) - \vec{A}(t)) d_x(\vec{p}_{st}(t, \tau) - \vec{A}(t - \tau)) \times \\ \times E(t - \tau) \exp[-i(S_d(t, \tau) + S_m(t, \tau))] + c.c., \quad (1.33)$$

где матричные элементы $d_x(\vec{p})$ записываются в виде:

$$d_x(\vec{p}) = i \left(\frac{2^{7/2} (2I_p)^{5/4}}{\pi} \right) \frac{p_x}{(p_x^2 + p_z^2 + 2I_p)^3} \quad (1.34)$$

На рис. 1.3 представлены спектры высоких гармоник, полученные для атома гелия с учётом и без учёта влияния магнитного поля. Как видно из рисунка, интенсивности гармоник, полученные с учётом влияния магнитного поля, ниже, чем без учёта этого эффекта. Это уменьшение интенсивности генерируемых гармоник связано с тем, что, как отмечалось в начале данной главы, магнитное поле отклоняет частицы от прямолинейных траекторий и

тем самым снижает вероятность рекомбинации электрона с родительским ионом.

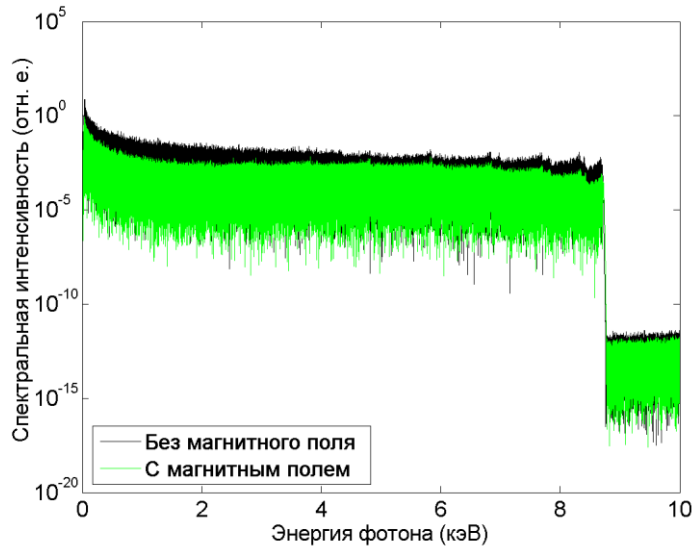


Рис. 1.3. Спектры высоких гармоник для атома гелия без учёта (черная линия) и с учётом (зелёная линия) магнитного поля. Пиковая интенсивность лазерного импульса $I = 1.9 \times 10^{15}$ Вт/см², длина волны лазерного излучения $\lambda = 3.9$ мкм.

1.2.3. Совместный учёт опустошения основного состояния и влияния магнитного поля

Для того, чтобы написать общее выражение для индуцированного дипольного момента с учётом опустошения основного состояния и влияния магнитного поля, нужно учесть все поправки, возникающие из-за влияния обоих эффектов. Так как эти эффекты независимы друг от друга, то конечное выражение для дипольного момента можно записать в виде:

$$x(t) = i \int_0^\infty d\tau \left(\frac{\pi}{\varepsilon + i\tau/2} \right)^{3/2} d_x^*(\vec{p}_{st}(t, \tau) - \vec{A}(t)) d_x(\vec{p}_{st}(t, \tau) - \vec{A}(t - \tau)) E(t - \tau) \exp \left[-i(S_d(t, \tau) + S_m(t, \tau)) - \int_0^t \frac{W(t)}{2} dt - \int_0^{t-\tau} \frac{W(t)}{2} dt \right] + c.c. \quad (1.35)$$

На рис. 1.4 представлены спектры, полученные для атома гелия без учёта опустошения и магнитного поля, с учётом каждого эффекта по

отдельности и с учётом обоих эффектов одновременно. Из рисунка видно, что при выбранных параметрах лазерного импульса влияние опустошения уровней гораздо сильнее, чем влияние магнитного поля. Это связано с тем, что в данном случае интенсивность лазерного излучения недостаточно высока для того, чтобы магнитное поле могло значительно отклонить электроны от первоначальной траектории, но достаточна для того, чтобы значительно сказалось опустошение основного состояния атома.

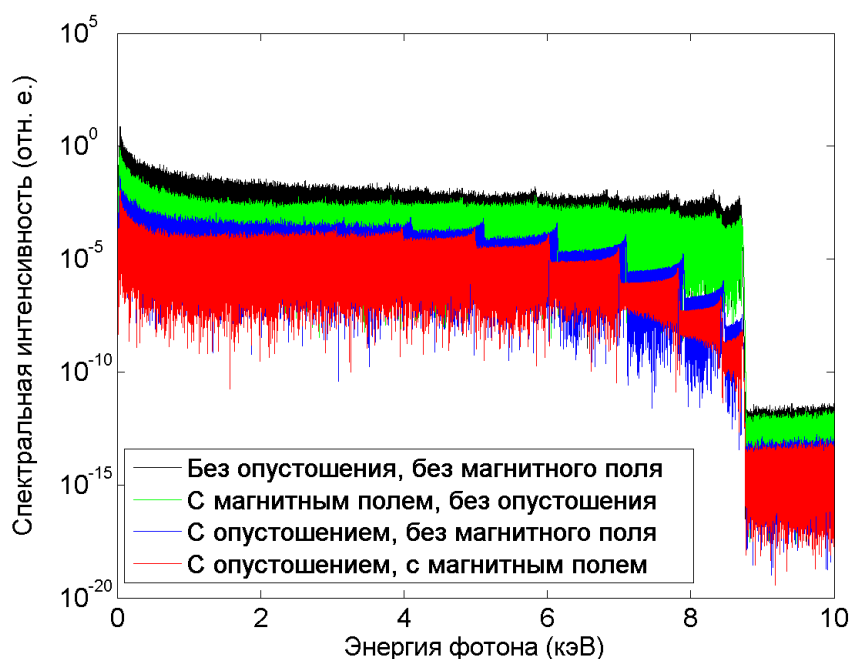


Рис. 1.4. Спектры высоких гармоник для атома гелия без учёта опустошения уровней и магнитного поля (черная линия), с учётом магнитного поля (зелёная линия), с учётом опустошения (синяя линия), с учётом опустошения и магнитного поля (красная линия). Пиковая интенсивность лазерного импульса $I = 1.9 \times 10^{15}$ Вт/см², длина волны лазерного излучения $\lambda = 3.9$ мкм.

1.3. Результаты расчётов на основе модифицированной модели Левенштейна

Ниже приведены результаты расчётов, полученные с помощью развитой аналитической теории. Во всех расчётах лазерное поле задавалось в виде гауссова импульса.

1.3.1. ГГВП излучения с длиной волны 0.8-3.9 мкм

В настоящем разделе представлены результаты расчётов, выполненных для атомов водорода, гелия и иона гелия, для разных длин волн ($\lambda=0.8, 2$ и 3.9 мкм).

Интегральная энергия гармоник в высокочастотной части плато

Результаты детальных численных расчетов интегральной энергии гармоник в высокочастотной части плато представлены на рис. 1.5-1.13. На данных графиках представлены зависимости интегральной энергии гармоник в высокочастотной области спектра от интенсивности лазерного излучения во всевозможных приближениях, для различных квантовых систем и разных длин волн лазерного излучения. Интегрирование проводилось по гармоникам с энергиями квантов, превышающими $I_p + 0.1\Delta$, где $\Delta = 3.17U_p$ – ширина плато.

Из рисунков хорошо видно, что при относительно небольшом потенциале ионизации основным ограничивающим фактором является опустошение основного состояния. Это связано с тем, что для полной ионизации атома требуются относительно небольшие интенсивности лазерного излучения, при которых осцилляторная скорость электрона $\frac{E}{\omega}$ много меньше скорости света, а, значит, релятивистские эффекты практически не влияют на эффективность генерации. При относительно небольшой длине волны лазерного излучения скорость, набираемая электроном при движении в свободном пространстве, также много меньше скорости света, что соответствует тому, что магнитное поле очень слабо влияет на эффективность генерации, и основным ограничивающим фактором по-прежнему является опустошение основного состояния. С ростом потенциала ионизации (атомарный и ионизованный гелий) для ГГВП требуются гораздо большие интенсивности; соответствующая осцилляторная скорость электрона $\frac{E}{\omega}$ растет и при некоторых значениях интенсивности

лазерного излучения становится по порядку величины сравнима со скоростью света. Аналогично, при увеличении длины волны (то есть уменьшении частоты) лазерного импульса электрон приобретает возможность разгоняться до больших скоростей. В результате, как хорошо видно из представленных графиков, в некоторой области параметров (большой потенциал ионизации атома, большая длина волны лазерного излучения и относительно умеренная пиковая интенсивность импульса) магнитное поле оказывает более сильное влияние на эффективность генерации, чем опустошение основного состояния.

Атом водорода:

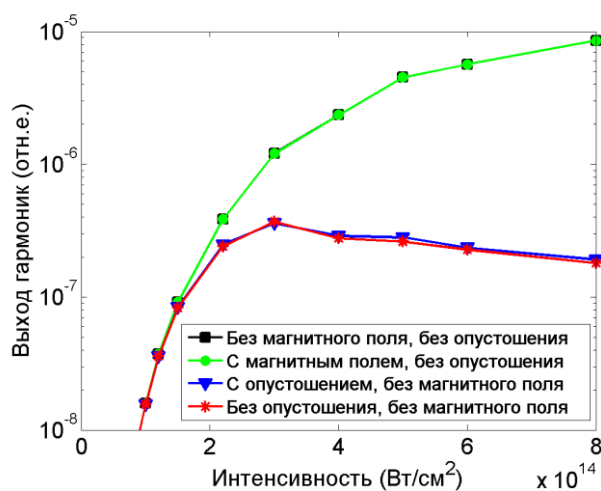


Рис. 1.5. Зависимость интегрального выхода ГВП в атомарном водороде от пиковой интенсивности лазерного импульса с центральной длиной волны $\lambda=0.8$ мкм. Приведены результаты расчетов в различных приближениях (см. подписи на вставке).

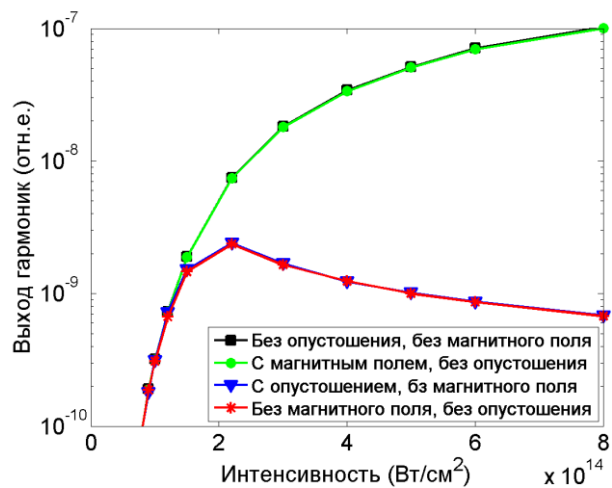


Рис. 1.6. То же, что на рис. 1.5, но для $\lambda=2$ мкм.

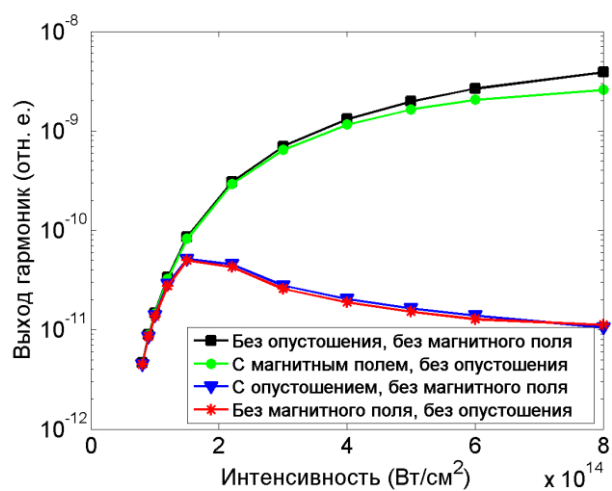


Рис. 1.7. То же, что на рис. 1.5, но для $\lambda=3.9$ мкм.

Атом гелия:

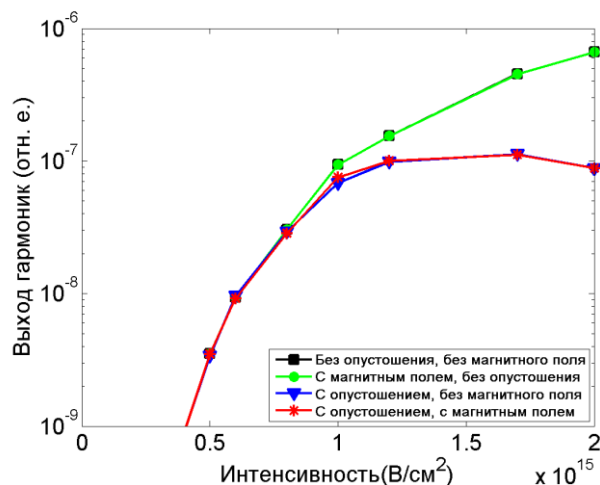


Рис. 1.8. Зависимость интегрального выхода ГВП в атомарном гелии от пиковой интенсивности лазерного импульса с центральной длиной волны $\lambda=0.8$ мкм. Приведены результаты расчетов в различных приближениях (см. подписи на вставке).

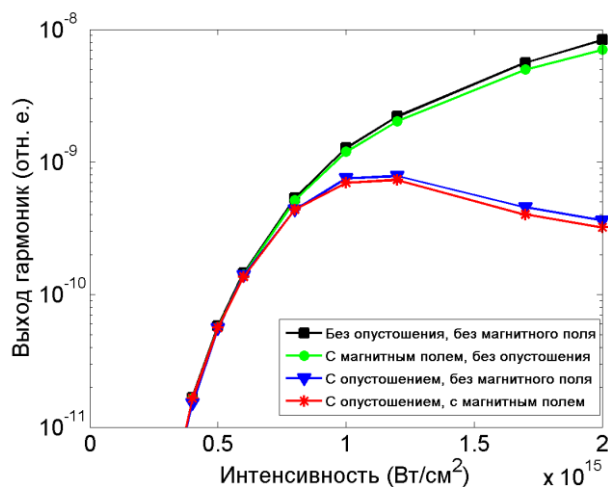


Рис. 1.9. То же, что на рис. 1.8, но для $\lambda=2$ мкм.

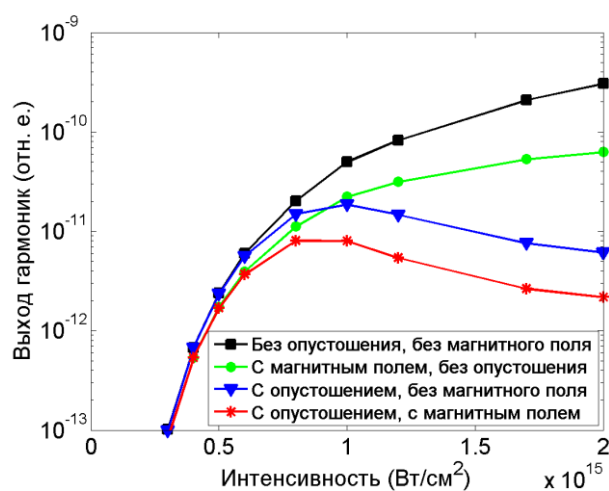


Рис. 1.10. То же, что на рис. 1.8, но для $\lambda=3.9$ мкм.

Ион гелия:

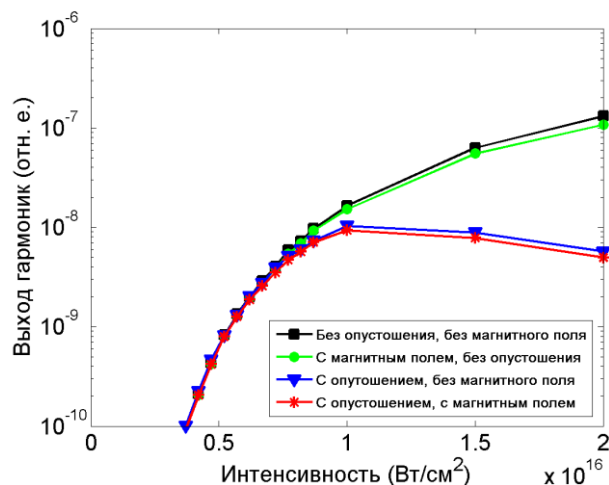


Рис. 1.11. Зависимость интегрального выхода ГВП в ионе гелия от пиковой интенсивности лазерного импульса с центральной длиной волны $\lambda=0.8$ мкм. Приведены результаты расчетов в различных приближениях (см. подписи на вставке).

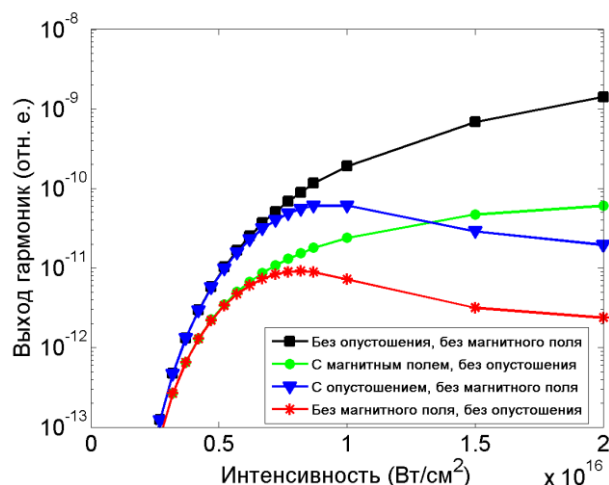


Рис. 1.12. То же, что на рис. 1.11, но для $\lambda=2$ мкм.

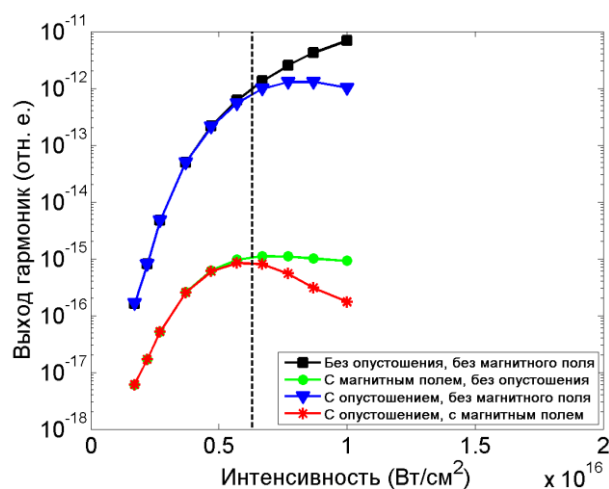


Рис. 1.13. То же, что на рис. 1.11, но для $\lambda=3.9$ мкм. Пунктирная линия соответствует интенсивности лазерного излучения, при которой скорость электрона, определяющего излучение в области отсечки плато, достигает $1/3$ скорости света.

Частотно-временной и спектральный анализ излучения ГВП

Более детально роль магнитного поля можно проследить, используя вейвлет-анализ [1]. Вейвлет-анализ осуществляется с помощью анализирующей функции $T_{t_0, \Omega}(t) = \sqrt{\Omega} \Phi(\Omega(t - t_0))$. Ниже приведены результаты вейвлет-анализа, где в качестве материнского вейвлета использовался

вейвлет Морле $\Phi(\eta) = \frac{1}{\sqrt{\tilde{\tau}}} \exp(i\eta) \exp\left(-\frac{\eta^2}{2\tilde{\tau}^2}\right)$. Здесь t_0 и Ω – переменные, применяемые соответственно для сдвига и масштабирования окна вейвлет-преобразования; при выборе параметра $\tilde{\tau}$ равным $5\pi/\sqrt{2\ln 2} \approx 13.34$ полная ширина анализирующей функции на полувысоте составляет пять периодов поля на частоте Ω .

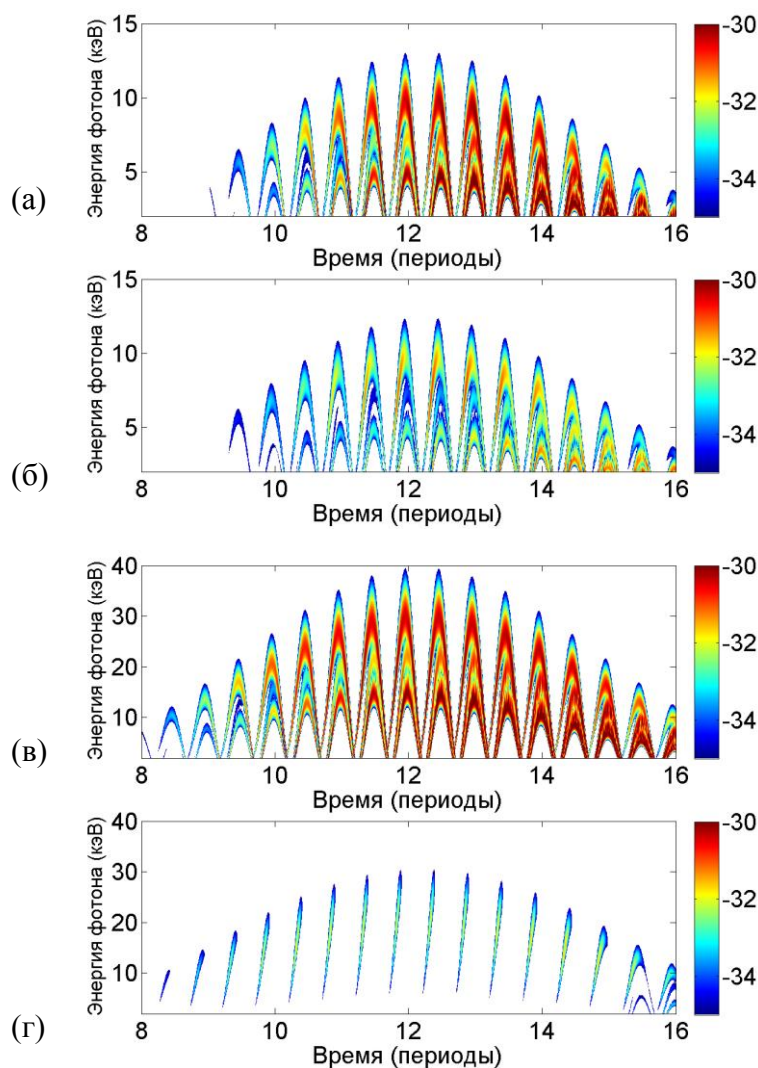


Рис. 1.14. Спектрограммы сигнала ГВП для иона гелия в поле лазерного импульса ($\lambda=3.9$ мкм, $I = 2.2 \times 10^{15}$ Вт/см² (а,б), $I = 6.7 \times 10^{15}$ Вт/см² (в,г)). Спектрограммы (а,в) построены без учёта влияния магнитного поля, (б,г) – с учётом магнитного поля.

Из сравнения первой пары спектрограмм (см. рис. 14 а,б) видно, что при $\lambda=3.9$ мкм и $I = 2.2 \times 10^{15}$ Вт/см² магнитное поле в значительной степени

подавляет вклад длинных траекторий в интенсивность гармоник, генерируемых в ионизованном гелии, но вклад от коротких траекторий остается почти неизменным. С ростом интенсивности (см. рис. 1.14 в,г) влияние магнитного поля возрастает, что приводит к подавлению вклада не только длинных траекторий, но и, в некоторой степени, коротких. В итоге, спектр высоких гармоник вместо платообразной принимает дугообразную форму (см. рис. 1.15). Минимум в области низких гармоник обусловлен тем, что, согласно полуклассической теории, среди электронов, следующих по коротким траекториям, основной вклад в эту область вносят те электроны, которые отрываются от атомов вблизи моментов обращения электрического поля в ноль, т.е. с близкой к нулю вероятностью.

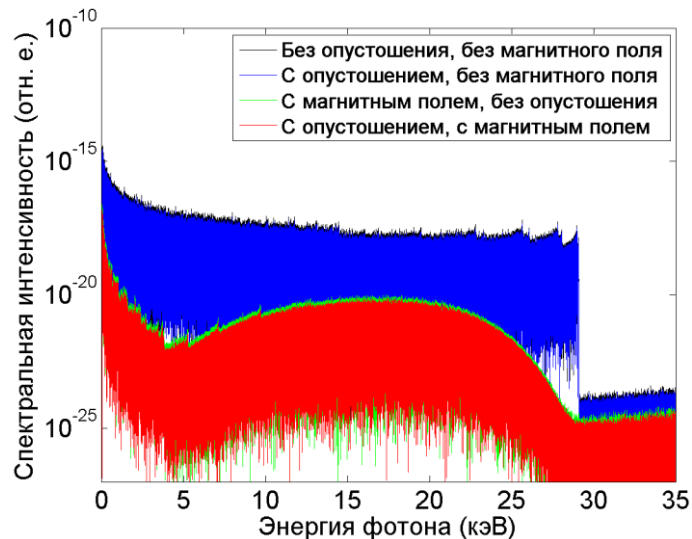


Рис. 1.15. Спектры высоких гармоник для иона гелия без учёта опустошения основного состояния и магнитного поля (чёрная линия), с учётом магнитного поля (зелёная линия), с учётом опустошения (синяя линия), с учётом опустошения и магнитного поля (красная линия). Пиковая интенсивность лазерного импульса $I = 6.7 \times 10^{15}$ Вт/см², длина волны лазерного излучения $\lambda = 3.9$ мкм.

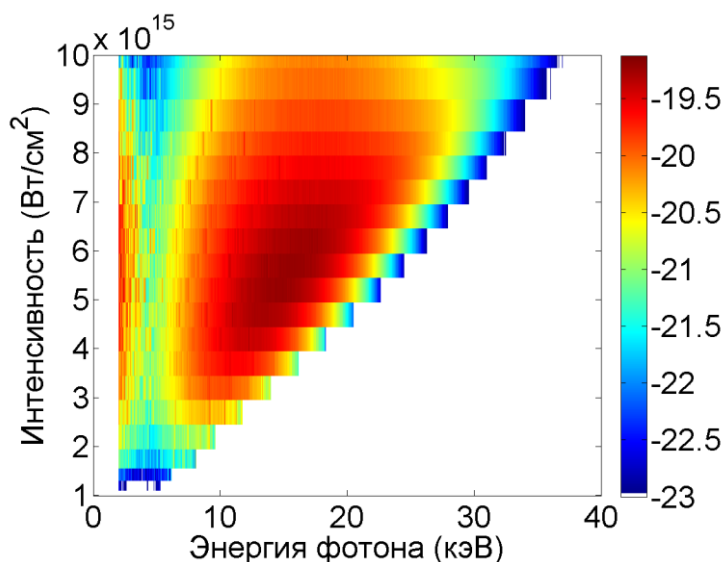


Рис. 1.16. Спектры ГВП для иона гелия в поле излучения с $\lambda=3.9$ мкм в зависимости от пиковой интенсивности лазерного импульса, рассчитанные с учётом опустошения основного состояния и магнитного поля.

На рис. 1.16 представлена «контурная карта», демонстрирующая спектральные зависимости выхода ГВП для различных пиковых интенсивностей лазерного излучения. Из рис. 1.16 видно, что начиная с самых малых интенсивностей магнитное поле оказывает сильное влияние на форму спектра и на интенсивность гармоник, генерируемых при $\lambda=3.9$ мкм в ионизованном гелии. В области высоких интенсивностей начинает проявляться опустошение связанного состояния, о чем свидетельствует падение интенсивности гармоник во всём спектральном диапазоне (см. также рис. 1.13). Наибольший выход высоких гармоник наблюдается при $I = 6.7 \times 10^{15}$ Вт/см²; при такой пиковой интенсивности лазерного импульса в ионизованном гелии наиболее эффективно генерируются сверхвысокие гармоники с энергиями фотонов около 15 кэВ.

1.3.2. ГГВП излучения с длиной волны 8-10.6 мкм

Аналогичная рис. 1.16 «контурная карта», построенная для атомарного гелия (см. рис. 1.17), показывает, что при $\lambda \leq 3.9$ мкм для нейтральных атомов (даже для гелия, обладающим наиболее высоким потенциалом ионизации) доминирующим фактором подавления ГГВП с ростом интенсивности

лазерного излучения является опустошение атомарных уровней (см. также рис. 1.7-1.10). Вследствие действия этого фактора энергии наиболее эффективно генерируемых фотонов не превышают примерно 5 кэВ. В настоящем разделе исследуются возможности эффективной генерации более высокоэнергетичных фотонов в нейтральных газах при воздействии более длинноволновым излучением.

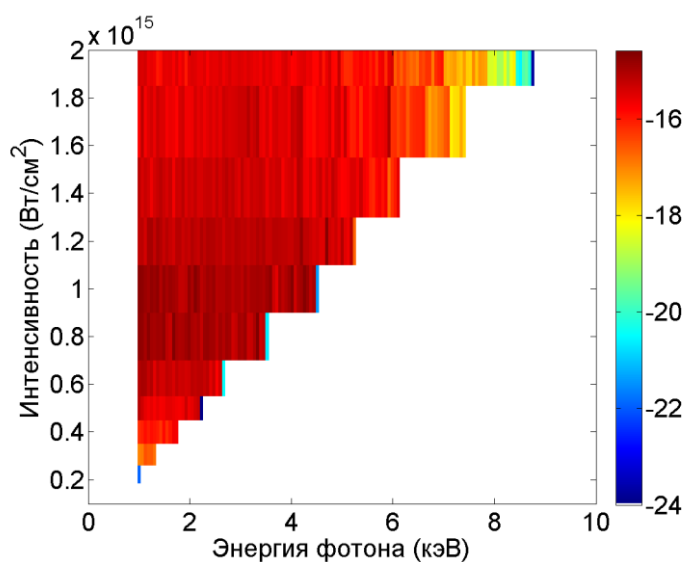


Рис. 1.17. То же, что на рис. 1.16, но для атомарного гелия.

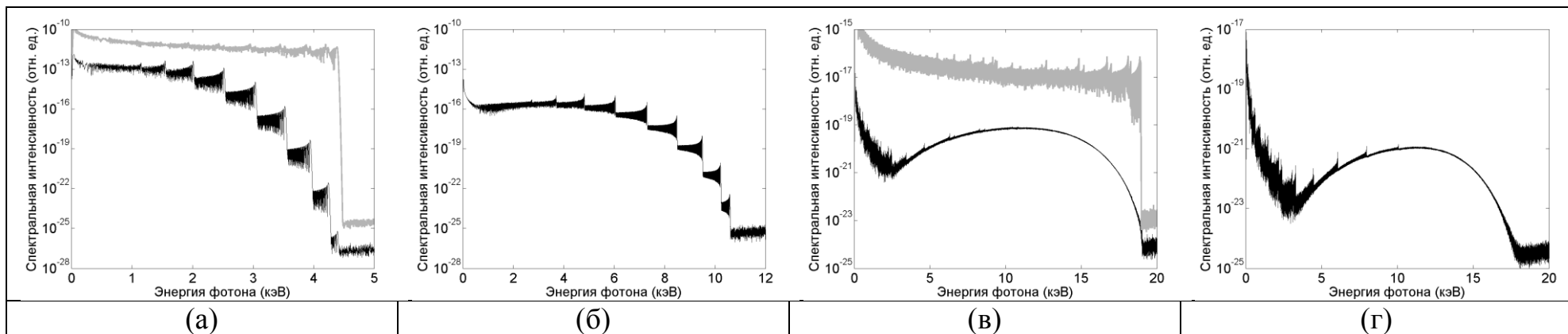


Рис. 1.18. Спектры ГВП для атома гелия в поле лазерных импульсов (импульсы с гауссовым профилем и длительностью на полувысоте $6T$, где T – период лазерного поля) с различными центральными длинами волн излучения и пиковыми интенсивностями: $\lambda=2$ мкм, $I = 3.7 \times 10^{15}$ Вт/см² (а), $\lambda=3.9$ мкм, $I = 2.35 \times 10^{15}$ Вт/см² (б), $\lambda=8$ мкм, $I = 10^{15}$ Вт/см² (в) и $\lambda=10.6$ мкм, $I = 5.5 \times 10^{14}$ Вт/см² (г). Серые кривые – результаты вычислений в рамках теории Левенштейна без учёта ограничивающих факторов.

В расчетах, результаты которых приведены в данном разделе, лазерное поле задавалось в виде гауссова импульса с длительностью на полувысоте максимума интенсивности, равной шести периодом поля; расчёты выполнены для атома гелия в приближении одного активного электрона.

Проведённые расчёты показывают, что для заданной атомарной мишени доминирующий механизм ограничения ширины спектра ГВП и эффективности их генерации зависит от длины волны λ лазерного излучения. Это иллюстрирует рис. 1.18, где для различных λ приведены спектры ГВП, полученные в атомарном гелии в условиях, соответствующих максимально широкому спектру генерируемого излучения.

Спектры для $\lambda=2$ мкм, $I=3.7\times 10^{15}$ Вт/см² (чёрная кривая на рис. 1.18а) и $\lambda=3.9$ мкм, $I=2.35\times 10^{15}$ Вт/см² (рис. 1.18б) имеют ступенчатый вид. Возникновение этих ступенек связано с тем, что в приведенных примерах пиковая интенсивность лазерного импульса в несколько раз превышает значение, соответствующее насыщению ионизации атома гелия, поэтому ионизация атома происходит на фронте импульса. Вследствие ионизации населённость основного атомного состояния на каждом полупериоде лазерного поля уменьшается, а, следовательно, уменьшается и интенсивность генерируемых гармоник. В то же время по мере того как амплитуда лазерного поля на фронте импульса возрастает, спектр излучения, генерируемого при столкновениях с родительскими ионами, с каждым последующим полупериодом поля становится всё шире. В результате формируется спектр гармоник с распределением интенсивностей, качественно отличающимся от случая слабой ионизации (для сравнения на рис. 1.18а приведён спектр ГВП (серая кривая), рассчитанный без учёта опустошения основного состояния и влияния магнитного поля). При наличии сильной ионизации спектр гармоник представляет собой наблюдаемую на рис. 1.18а,б совокупность платообразных участков с отсечками при энергиях, отвечающих максимальным энергиям возвращающегося к родительскому иону электрона, для соответствующих полупериодов осцилляций

электрического поля лазерного импульса. При дальнейшем увеличении пиковой интенсивности лазерного импульса ширина спектра гармоник возрастает, а выход всех генерируемых гармоник уменьшается. В случаях, представленных на рис. 1.18а,б, магнитное поле тоже приводит к уменьшению интенсивности генерируемых гармоник (на десятки порядков для $\lambda=2$ мкм и в несколько раз для $\lambda=3.9$ мкм), но снижение эффективности ГВП из-за опустошения основного состояния в этих случаях на много порядков сильнее, чем из-за влияния магнитного поля.

Расчёты для длин волн $\lambda=8$ и 10.6 мкм показывают, что в случае длинноволновой накачки относительная роль рассматриваемых факторов подавления ГВП кардинально изменяется. Об этом, в частности, свидетельствует изменившийся по сравнению со случаем коротковолновой накачки характер спектров ГВП: в спектрах на рис. 1.18в,г вместо платообразных структур с резкими отсечками наблюдаются плавные дугообразные распределения, характерные для ситуации, когда существенную роль в динамике электрона играет магнитный дрейф. Возникновение таких распределений связано, как пояснялось в разделе 1.3.1, с обусловленным этим эффектом подавлением вкладов длинных траекторий в высокочастотный отклик системы в сильном поле.

Возрастающая при больших λ роль эффектов, связанных с влиянием магнитного поля, становится ещё более очевидной, если обратиться к рисункам 1.19 и 1.20, демонстрирующим зависимость выхода ГВП от интенсивности лазерного излучения для атома гелия, находящегося в поле лазерного импульса (с $\lambda=8$ мкм). На рис. 1.19 показаны зависимости интегральной энергии ГВП в высокочастотной области спектра от интенсивности лазерного излучения, вычисленные в различных приближениях (без учёта опустошения основного состояния и влияния магнитного поля, с учётом опустошения основного состояния, с учётом магнитного поля, с учётом опустошения основного состояния и магнитного поля). Интегрирование, как и при построении графиков на рис. 1.5-1.13,

проводилось по гармоникам с энергиями квантов, превышающими $I_p + 0.1\Delta$, где $\Delta = 3.17U_p$ – ширина плато. Приведенные зависимости свидетельствуют о том, что при $\lambda=8$ мкм магнитное поле оказывает сильное влияние на динамику электрона уже при интенсивности, соответствующей порогу ионизации атома гелия, и далее во всём диапазоне интенсивностей этот эффект является доминирующим фактором подавления ГВП. В то время как при учёте только опустошения атомарных уровней интенсивность лазерного излучения, отвечающая насыщению ГВП, составляет $\approx 9 \times 10^{14}$ Вт/см², а выход ГВП при этом уменьшается всего в несколько раз, учёт влияния магнитного поля приводит к тому, что насыщающая интенсивность уменьшается до $\approx 7 \times 10^{14}$ Вт/см², а выход ГВП – более чем на 2 порядка.

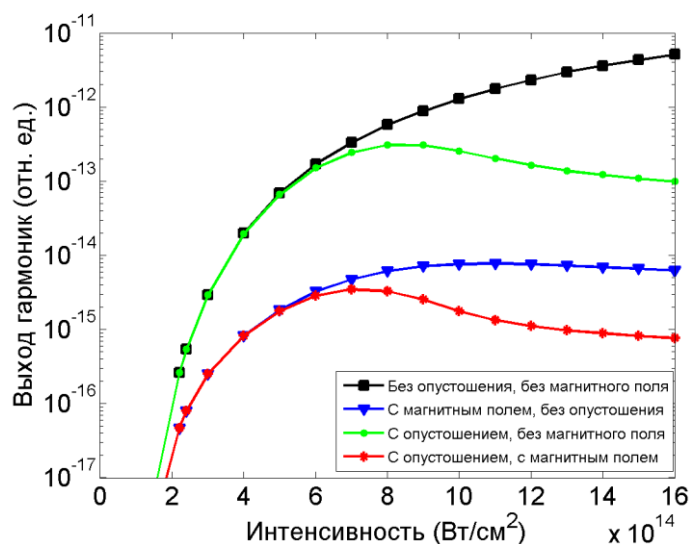


Рис. 1.19. Зависимости интегрального выхода ГВП с энергиями квантов, превышающими $I_p + 0.1\Delta$, для атомарного гелия от пиковой интенсивности лазерного импульса ($\lambda=8$ мкм), рассчитанные во всех четырех приближениях, указанных во вставке.

Более детальную информацию об относительной роли рассматриваемых факторов подавления генерации ГВП дают представленные на рис. 1.20 «контурные карты», которые демонстрируют зависимости выхода ГВП от пиковой интенсивности лазерного излучения, вычисленные в различных приближениях.

Согласно рис. 1.20а, расчёты в рамках теории Левенштейна без учёта ограничивающих факторов дают монотонный рост выхода ГВП с увеличением интенсивности I ; спектры ГВП при этом имеют платообразную форму с энергией отсечки, линейно возрастающей с ростом I в соответствии с универсальным выражением (0.7).

Опустошение основного состояния, учтённое в расчётах, результаты которых представлены на рис. 1.20б, приводит к монотонному снижению выхода ГВП с ростом I , начиная с некоторой интенсивности, при которой скорость ионизации достигает критического значения (см. рис. 1.19). Эффективность генерации ГВП падает с ростом их номера, что в конечном счёте приводит к ограничению ширины спектра генерируемых ГВП (см. рис. 1.20б при больших I).

Магнитный дрейф электрона, учтённый в расчётах, результаты которых представлены на рис. 1.20в, приводит, как и в расчетах, приведенных на рис. 1.16, к формированию дугообразного распределения интенсивностей в спектре ГВП: практически во всём рассмотренном диапазоне интенсивностей выход ГВП имеет максимум в центральной области спектра, в то время как и низшие, и высшие гармоники сильно подавлены.

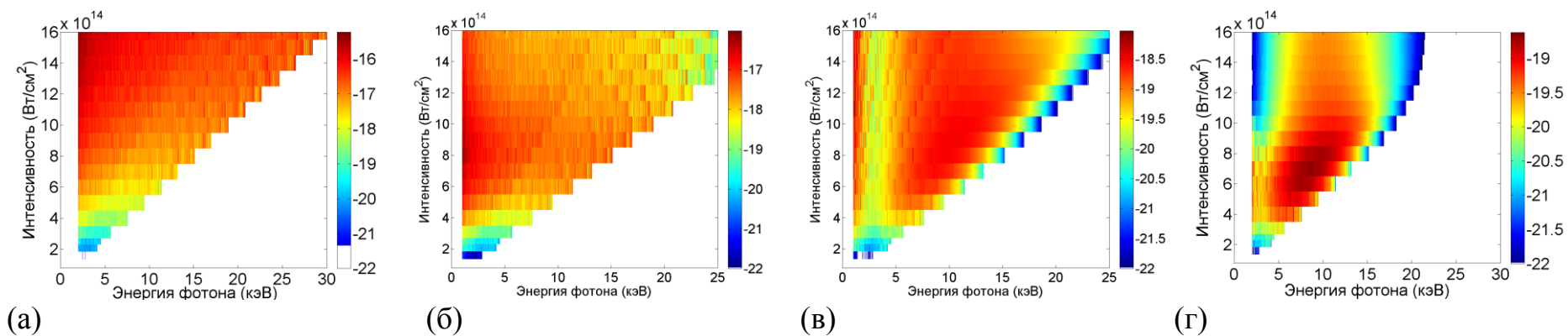


Рис. 1.20. Спектры ГВП для атома гелия в поле излучения с $\lambda=8$ мкм в зависимости от пиковой интенсивности лазерного импульса, рассчитанные без учёта опустошения основного состояния и влияния магнитного поля (а), а также с учётом опустошения основного состояния (б), магнитного поля (в) и опустошения основного состояния и магнитного поля (г).

Это изменение характера спектра ГВП объясняется тем, что вклады различных типов электронных траекторий в поляризационный отклик системы оказываются в различной степени подавленными из-за магнитного дрейфа электронов. В отсутствие магнитного дрейфа сигнал ГВП содержит вклады коротких и длинных электронных траекторий; когерентное сложение вкладов этих траекторий приводит к формированию платообразного распределения с чётко выраженной высокочастотной отсечкой и спектральной интерференцией. При высоких интенсивностях, соответствующих субрелятивистскому режиму взаимодействия электрона с лазерным полем, электроны испытывают магнитный дрейф, причём для траекторий с большим τ этот дрейф больше; следовательно, при достаточно больших интенсивностях вклады длинных траекторий оказываются полностью подавленными, а коротких – частично. В результате спектр приобретает дугообразную форму (см. рис. 1.18в,г), а спектральная интерференция вкладов различных траекторий исчезает, за исключением низкочастотной области. С увеличением интенсивности лазерного излучения максимум спектра ГВП сдвигается в сторону больших энергий, однако, начиная с некоторого значения I , выход ГВП уменьшается с ростом I , а рост ширины их спектра замедляется.

Полные расчёты, результаты которых представлены на рис. 1.20г, демонстрируют влияние обоих рассматриваемых ограничивающих факторов. В случае атомарного гелия в поле излучения с $\lambda=8$ мкм при относительно невысоких интенсивностях лазерного излучения (от порога ионизации примерно до $I=7\times 10^{14}$ Вт/см²) характер спектра ГВП определяется прежде всего влиянием магнитного дрейфа электронов; в этой области спектры на рис. 1.20в,г практически совпадают; положению максимума спектра ГВП при $I=7\times 10^{14}$ Вт/см² соответствуют энергии фотона почти 10 кэВ. При более высоких I , однако, начинает сказываться опустошение основного состояния, в результате чего выход ГВП с ростом I быстро уменьшается, а ширина спектра ограничивается величиной примерно 18 кэВ.

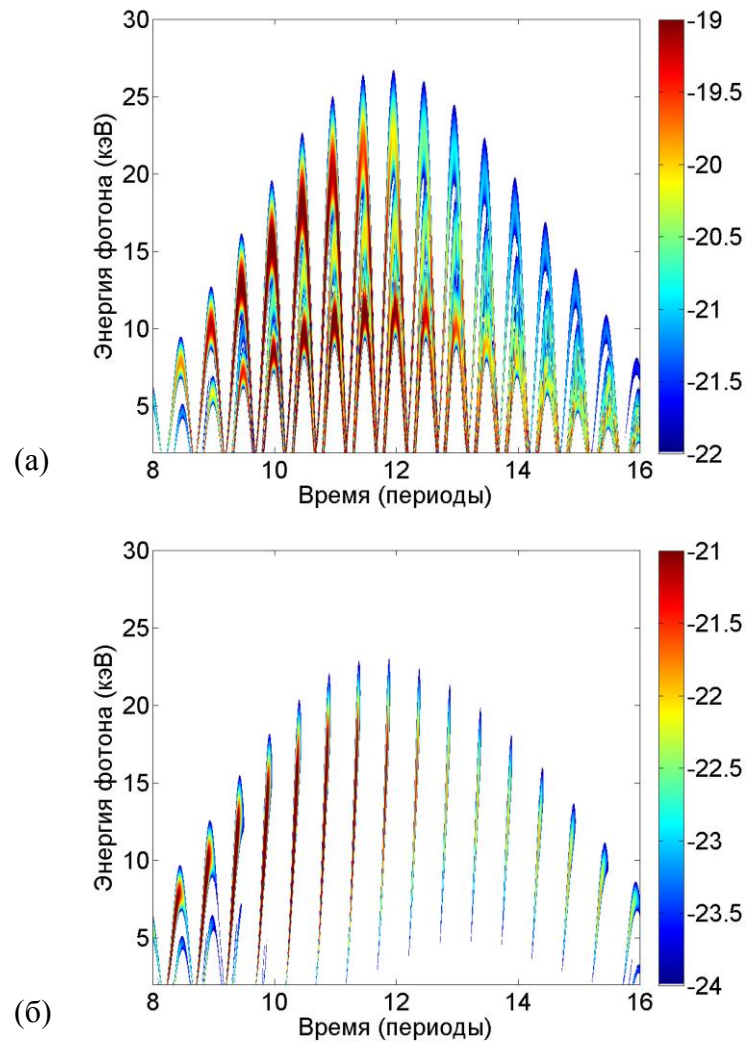


Рис. 1.21. Спектрограммы сигнала ГВП для атома гелия в поле лазерного импульса ($\lambda=8$ мкм, $I=1.2\times 10^{15}$ Вт/см²), рассчитанные в электродипольном приближении (а) и за его рамками (б)

Всё сказанное выше о вкладах различных электронных траекторий в сигнал ГВП наглядно иллюстрируется приведёнными на рис. 1.21 спектрограммами этого сигнала для атомов гелия в поле лазерного импульса ($\lambda=8$ мкм, $I=1.2\times 10^{15}$ Вт/см²). Представлены временные зависимости квадратов коэффициентов вейвлет-преобразования сигнала ГВП. Приведены результаты анализа сигнала ГВП, рассчитанного как в электродипольном приближении, так и за его рамками. В отсутствие магнитного дрейфа электрона (электродипольное приближение, рис. 1.21а) сигнал ГВП, как отмечалось выше, содержит вклады различных типов траекторий, причём

коротким траекториям соответствуют высокочастотные компоненты с положительным чирпом, длинным ($0.65T < \tau < T$) – высокочастотные компоненты с отрицательным чирпом, а ещё более длинным ($\tau > T$) – низкочастотные компоненты как с положительным, так и с отрицательным чирпом. Из-за влияния магнитного дрейфа (расчёты за рамками электродипольного приближения, рис. 1.21б) вклады всех длинных траекторий полностью подавлены, а коротких – частично (наиболее интенсивным оказывается сигнал в области энергий примерно 12 кэВ, что согласуется с рис. 1.20г). В обоих случаях на рис. 1.21 видно и влияние опустошения основного состояния, проявляющееся в постепенном ослаблении сигнала со временем, в результате чего представленные спектрограммы выглядят асимметричными.

На рис. 1.18г, 1.22, 1.23 приведены результаты такого же анализа для лазерного излучения с $\lambda=10.6$ мкм. В целом, они оказываются похожими на результаты для $\lambda=8$ мкм. Следует отметить, что при $\lambda=10.6$ мкм ограничения как на эффективность генерации ГВП, так и на ширину их спектра практически целиком определяются магнитным дрейфом электрона. Об этом, в частности, свидетельствует тот факт, что даже при интенсивности $I=2 \times 10^{14}$ Вт/см², лишь незначительно превышающей порог ионизации гелия, вклады длинных траекторий в сигнал ГВП оказываются сильно подавленными по сравнению со вкладом коротких траекторий (см. рис. 1.23а). Максимум эффективности ГВП достигается при $I=5.5 \times 10^{14}$ Вт/см² (рис. 1.22); соответствующая этому максимуму энергия фотона составляет примерно 12 кэВ (рис. 1.18г). Важно отметить, что при указанных оптимальных условиях степень ионизации среды остается невысокой, что имеет большое значение с точки зрения реализации условий фазового синхронизма для получения ультраяркого излучения ГВП в протяжённой среде. Даже при $I=7.5 \times 10^{14}$ Вт/см² опустошение основного атомарного состояния незначительно. Это подтверждается симметричностью

спектрограммы на рис. 1.23б: сигнал ГВП, генерируемых на спадающем участке лазерного импульса не слабее, чем на его фронте.

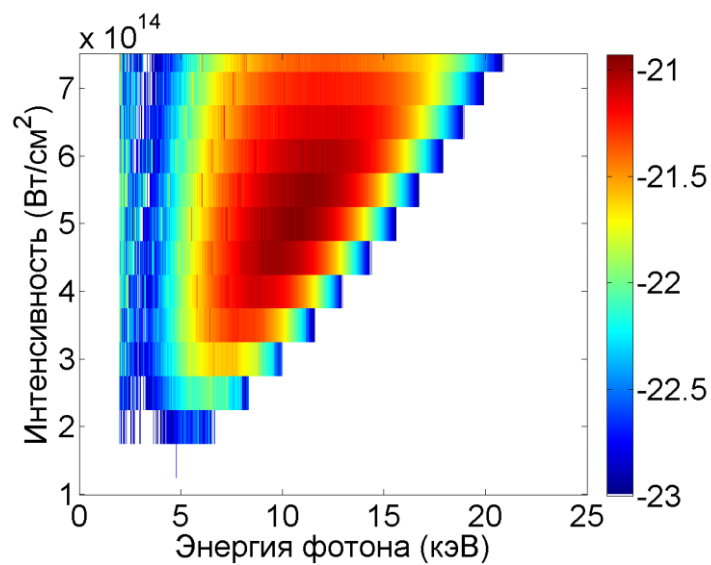


Рис. 1.22. Спектры ГВП для атома гелия в поле излучения с $\lambda=10.6$ мкм в зависимости от пиковой интенсивности лазерного импульса, рассчитанные с учётом опустошения основного состояния и магнитного поля

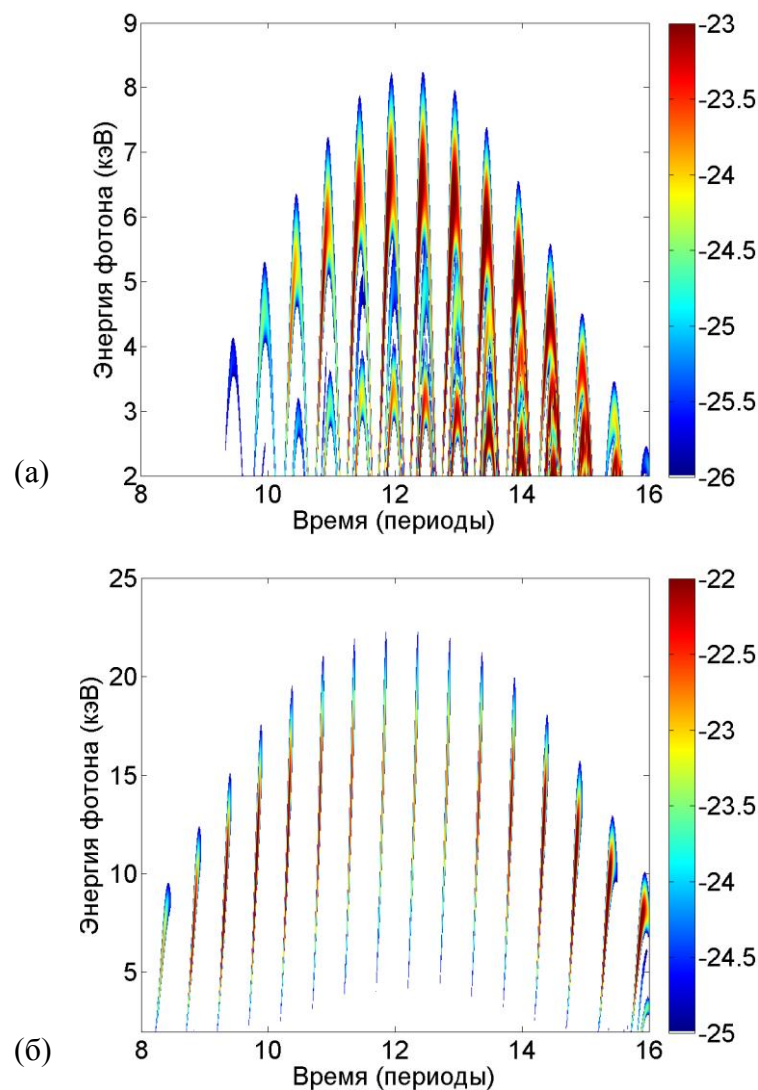


Рис. 1.23. Спектрограммы сигнала ГВП для атома гелия в поле лазерного импульса для $\lambda=10.6$ мкм, $I=2 \times 10^{14}$ Вт/см² (а) и $I=7.5 \times 10^{14}$ Вт/см² (б).

1.4. Выводы

В данной главе на основе аналитических расчетов исследовано влияние магнитного поля лазерного импульса и опустошения связанных уровней атомов рабочей среды при генерации высоких гармоник лазерного излучения ближнего и среднего ИК диапазона в газах. Показано, что относительная роль этих факторов в значительной степени определяется потенциалом ионизации атомов среды и длиной волны лазерного излучения. Также для атомов с различными потенциалами ионизации оценены достижимые

предельные значения ширины спектра высоких гармоник с учетом указанных ограничивающих эффектов.

При воздействии интенсивными фемтосекундными импульсами излучения с центральной длиной волны 3.9 мкм на атомы с невысоким потенциалом ионизации (водород) следует ожидать генерации гармоник с энергиями примерно до 1 кэВ; основным ограничивающим эффектом при этом является опустошение связанных состояний. При воздействии на атомы с высоким потенциалом ионизации (гелий) можно ожидать наблюдения значительно более высоких гармоник с энергией примерно до 5 кэВ. При этом в некотором диапазоне пиковых интенсивностей лазерного импульса доминирующим эффектом, ограничивающим эффективность генерации, уже оказывается магнитное поле импульса. Однако с ростом интенсивности лазерного поля опустошение связанных уровней атомов снова начинает доминировать. При воздействии на частицы с ещё более высоким потенциалом ионизации (ион гелия) ожидается генерация высоких гармоник с энергиями до нескольких десятков кэВ; энергии фотонов наиболее эффективно генерируемых гармоник при этом составляют около 15 кэВ. При этом влияние магнитного поля является доминирующим фактором во всем исследованном диапазоне интенсивностей лазерного излучения. Последнее обстоятельство представляет самостоятельный интерес с точки зрения возможностей экспериментального наблюдения релятивистских эффектов с использованием настольных лазерных источников излучения среднего ИК диапазона.

При воздействии на атомы среды более коротковолновым излучением ($\lambda=0.8-2$ мкм) роль магнитного поля падает. Для атомов водорода и гелия основным ограничивающим фактором в этих случаях является опустошение основного состояния. При ионизации иона гелия релятивистские эффекты также становятся менее значительными с уменьшением длины волны лазерного излучения. При $\lambda=2$ мкм магнитное поле еще остается доминирующим эффектом в некотором диапазоне пиковых интенсивностей,

а при $\lambda=0.8$ мкм во всем диапазоне пиковых интенсивностей основным ограничивающим фактором становится опустошение связанных атомных уровней в результате ионизации, а релятивистские эффекты оказываются практически не наблюдаемыми.

При воздействии на атомы гелия излучением с центральной длиной волны $\lambda=0.8-3.9$ мкм основным ограничивающим фактором является опустошение основного состояния, в то время как при воздействии более длинноволнового излучения ($\lambda=8-10.6$ мкм) основным фактором подавления ГГВП является влияние магнитного поля лазерного излучения. В последнем случае следует ожидать генерации ГВП с энергиями фотонов до 20 кэВ с максимумом эффективности при интенсивности излучения $(5-7)\times 10^{14}$ Вт/см²; при этом энергия наиболее эффективно генерируемых фотонов достигает 10-12 кэВ.

Аналитические результаты, полученные в настоящей работе для атомов водорода и гелия, в целом хорошо согласуются с результатами численных расчётов, проведенных в работе [3] в рамках двумерной модели. Для ионов гелия численные расчёты в наиболее интересных диапазонах значений лазерных параметров практически неосуществимы (даже в 2D случае) из-за чрезвычайно больших требуемых вычислительных ресурсов. Реализованный в настоящей работе аналитический подход даёт возможность преодолеть эти ограничения и позволяет значительно расширить круг квантовых систем и диапазон лазерных параметров, для которых может быть получено адекватное решение задачи о ГГВП в полной (3D) размерности при гораздо меньших вычислительных затратах, чем в случае *ab initio* расчётов.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работах:

1. А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, М.Ю. Рябикин, О возможности генерации высоких гармоник с энергиями более 10 кэВ при взаимодействии

- интенсивного излучения среднего ИК диапазона с нейтральными газами, Квантовая электроника, т.44, №5, с.470-477 (2014).
2. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Multi-keV ultrahigh-order harmonics produced in gases with subrelativistically intense mid-IR laser pulses, *JOSA B*, Vol. 32, No. 12, pp.2478-2487 (2015).
 3. А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, М.Ю. Рябикин, Генерация высоких гармоник в газах лазерными источниками среднего ИК диапазона: влияние магнитного поля импульса на форму спектра гармоник, «Нелинейные волны'2016» (отв. ред. А.М. Сергеев, А.В. Слюняев), Н. Новгород: ИПФ РАН, 2017, с.69-79.
 4. A.S. Bolshukhina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Ultrahigh-order harmonic generation from atoms driven by femtosecond mid-IR laser pulses: ground-state depletion and magnetic-field effects, *Proceedings of V International Conference "Frontiers of Nonlinear Physics" (FNP-2013)*, Nizhny Novgorod – Yelabuga – Nizhny Novgorod, Russia, July 28 – August 2, 2013, pp.81-82.
 5. А.С. Большухина, М.Ю. Емелин, М.Ю. Рябикин, Генерация сверхвысоких гармоник при ионизации атомов фемтосекундными лазерами среднего ИК-диапазона: влияние эффекта опустошения основного состояния атома и магнитного поля импульса, Труды XVII научной конференции по радиофизике, посвященной 100-летию со дня рождения В.С. Троицкого (Н. Новгород, 13–17 мая 2013 г.) / Под ред. С.М. Грача, А.В. Якимова, Н. Новгород: ННГУ, 2013, с.155-157.
 6. A. Emelina, M. Emelin, and M. Ryabikin, Limitations on high-energy photon generation by near- and mid-IR laser sources in atomic gases, *Research in Optical Sciences, OSA Technical Digest (online)* (Optical Society of America, 2014), paper JW2A.19.
 7. А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, М.Ю. Рябикин, Генерация сверхвысоких гармоник в субрелятивистском режиме взаимодействия лазерного излучения среднего ИК диапазона с газами, Труды XVIII научной

- конференции по радиофизике, посвященной Дню радио (Н. Новгород, 12–16 мая 2014 г.) / Отв. ред. В.В. Матросов, Н. Новгород: ННГУ, 2014, с.175-176.
8. A.S. Bolshukhina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Multi-keV high-order harmonics in gases in the subrelativistic regime from mid-IR laser sources, Ultrafast Optics 2013 Conference Materials, Davos, Switzerland, March 4-8, 2013, paper TuP.4.
 9. M.Yu. Emelin, A.S. Bolshukhina, and M.Yu. Ryabikin, Ultrahigh-order harmonics in gases in the subnanometer wavelength range from mid-infrared laser sources, International Conference on Coherent and Nonlinear Optics / International Conference on Lasers, Applications, and Technologies (ICONO/LAT 2013), Conference Program, Moscow, Russia, June 18-22, 2013, paper IFR8.
 10. A.S. Bolshukhina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Ultrahigh-order harmonics in gases from near- and mid-IR laser sources: numerical and analytical study beyond the dipole approximation, 4th International Conference on Attosecond Physics (ATTO 2013), Compilation of contributions, Paris, France, July 8-12, 2013, p.184.
 11. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Magnetic-drift limited high-order harmonic generation in neutral and ionized gases with mid-IR lasers, Book of Abstracts of 23rd International Laser Physics Workshop (LPHYS'14), Sofia, Bulgaria, July 14-18, 2014, paper 2.8.4.
 12. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Generation of high harmonics with energies beyond 10 keV in neutral gases irradiated by mid-infrared laser pulses, Book of Abstracts of 23rd International Laser Physics Workshop (LPHYS'14), Sofia, Bulgaria, July 14-18, 2014, paper P2.3.

ГЛАВА 2. Генерация ультракоротких рентгеновских волновых форм с использованием интерференции электронных траекторий

В данной главе диссертации на основе аналитических квантово-механических расчётов в рамках модифицированного приближения сильного поля исследовано влияние магнитного дрейфа электрона на процесс формирования рентгеновских волновых форм зептосекундной длительности при использовании лазерных источников среднего ИК-диапазона.

В §2.1 описывается общая постановка задачи. В §2.2 дан общий анализ влияния магнитного поля лазерного импульса на формирование ультракоротких рентгеновских волновых форм при использовании источников среднего ИК диапазона. В §2.3 детально исследуется процесс формирования рентгеновских волновых форм для лазерных источников с центральной длиной волны в диапазоне от 10 мкм до 16 мкм, а также влияние на него фазы заполнения лазерного импульса. На основе проведенных исследований в §2.4 находятся оптимальные параметры для получения рентгеновских биений наименьшей длительности. В §2.5 качественно обсуждаются характерные особенности рассматриваемого в данной главе процесса на макроскопическом уровне. В §2.6 приведены основные результаты, полученные в данной главе.

2.1. Постановка задачи

Экспериментально показано [65], что лазерные импульсы излучения среднего ИК-диапазона могут быть использованы для генерации рентгеновского излучения, охватывающего полосу шириной порядка кэВ, которое в Фурье-пределе может являться основой для получения субаттосекундных импульсов. Однако в реальности генерация импульсов

такой длительности трудноосуществима из-за необходимости компенсации аттосекундного чирпа, свойственного процессу ГВП. Недавно был предложен альтернативный и относительно простой способ для преодоления этого аттосекундного барьера [40]. Данный метод основывается на том факте, что спектральная структура рентгеновского излучения ГВП, генерируемого с использованием импульсов среднего ИК диапазона, существенно отличается от той, что наблюдается при использовании источников ближнего ИК диапазона. Одно из основных отличий состоит в том, что по мере увеличения длины волны лазерного источника излучение гармоник становится все более остро локализованным в спектральной области вблизи отсечки, соответствующей максимальной энергии возвращающегося к атому электрона [82, 94, 95] (см. рис. 2.1).

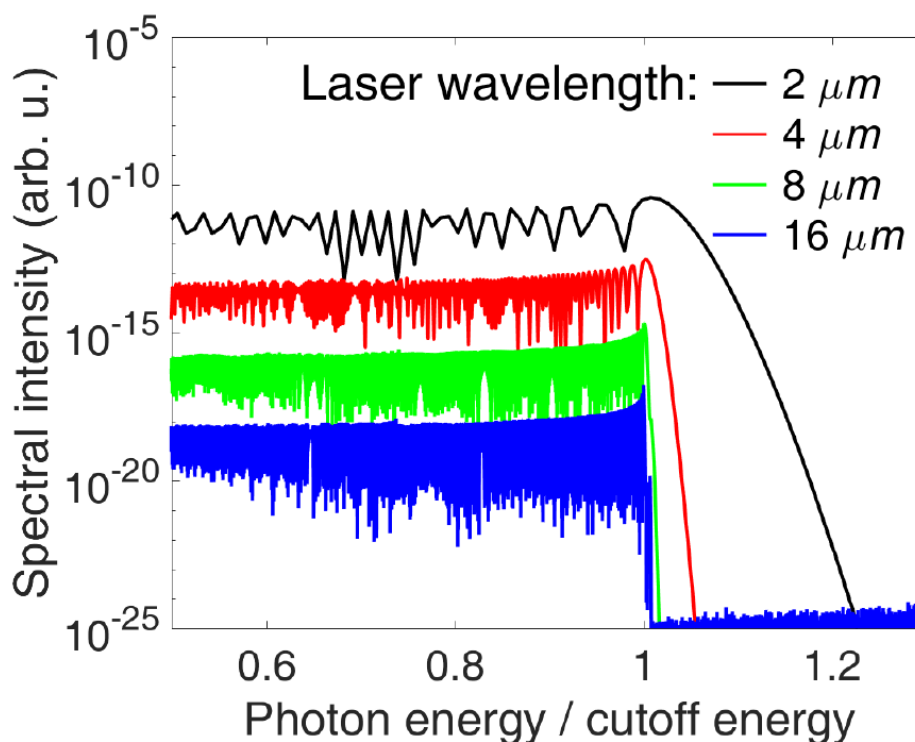


Рис. 2.1. Спектры гармоник, вычисленные для иона гелия при различных длинах волн лазерного излучения. Горизонтальная шкала нормирована на энергию отсечки в приведенных спектрах.

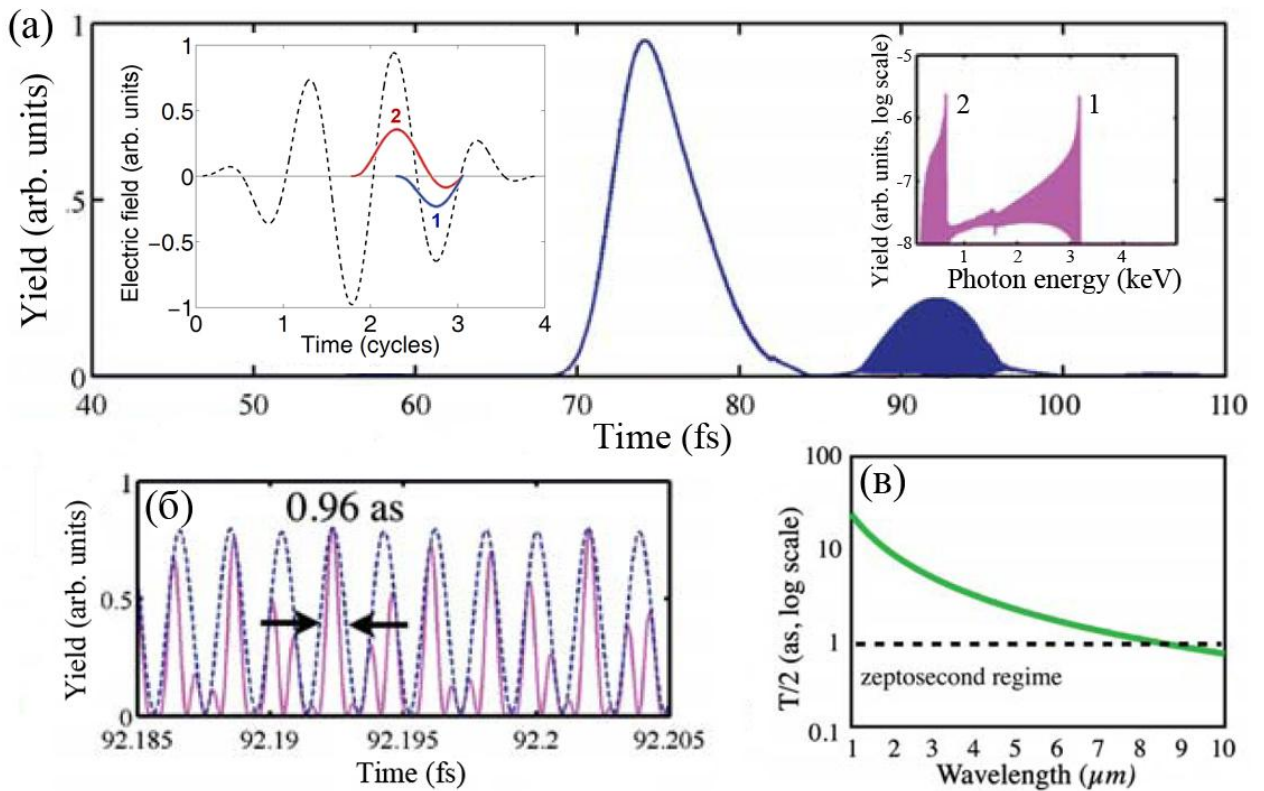


Рис. 2.2. (а) Огибающая рентгеновских всплесков, сгенерированных при использовании лазерного импульса длительностью в полтора периода с центральной длиной волны $\lambda=9$ мкм; на левой вставке изображено поле лазерного импульса (пунктирная линия), длинная (красная линия) и короткая (синяя линия) электронные траектории, участвующие в образовании второго рентгеновского всплеска; (б) тонкая временная структура второго рентгеновского всплеска; (в) длительность каждого из зептосекундных биений как функция длины волны лазерного излучения [40].

В случае лазерного импульса длительностью в несколько полупериодов наблюдается несколько ярко выраженных пиков, которые обусловлены вкладом различных электронных траекторий от различных полупериодов лазерного поля. В определенные интервалы времени вклады от разных электронных траекторий могут интерферировать, формируя регулярную картину интерференционных биений, имеющих длительность вплоть до зептосекундной в случае использования лазеров с центральной длиной волны порядка 10 мкм (см. рис. 2.2). Эти биения могут обладать высоким

контрастом, если фаза заполнения лазерного импульса подобрана должным образом. Одним из возможных препятствий для формирования сигналов зептосекундной длительности с использованием этой схемы является наличие магнитного поля лазерного импульса, влияние которого может значительно изменять спектральные интенсивности гармоник высокого порядка при использовании лазерных источников с центральной длиной волны 10 мкм и более [4] (см. главу 1). Известно, что влияние магнитной части силы Лоренца на движение классического электрона, обусловленное электромагнитным полем с интенсивностью, достаточной для возникновения субрелятивистских эффектов, проявляется как дрейф электронных траекторий в направлении распространения лазерного импульса [46]. Если величина этого дрейфа сравнима с шириной электронного волнового пакета в момент возврата электрона к ядру, то эффективность ГГВП значительно снижается [49, 81, 88]. Более того, поскольку магнитный дрейф, накапливаемый электроном, движущимся по определенной траектории, зависит от длины пути, а также от величины поля, действующего на него во время этого движения, вклады различных электронных траекторий в сигнал гармоник зависят от магнитного поля по-разному, что приводит к изменению относительных интенсивностей разных гармоник [4, 20]. При использовании источников видимого или ближнего ИК диапазона влияние магнитного поля весьма значительно для многозарядных ионов [20], которые могут выдерживать субрелятивистские интенсивности без существенной ионизации, тогда как более слабо связанные атомные системы ионизируются при значительно меньших интенсивностях. В случае использования лазерных источников среднего ИК диапазона ситуация меняется. В главе 1 было показано, что при длине волны 10,6 мкм и интенсивность, и форма спектра высоких гармоник, генерируемых в нейтральных атомах, сильно изменяются из-за влияния магнитного поля при любой интенсивности лазерного излучения, достаточной для ионизации [4]. Поэтому важно изучить ограничения, накладываемые эффектами, связанными с магнитным полем, на

осуществимость вышеупомянутой схемы для генерации зептосекундных импульсов при использовании источников лазерного излучения среднего ИК диапазона.

Из простых аргументов, основанных на сравнении величины магнитного дрейфа электрона с шириной электронного волнового пакета, в работе [40] был сделан вывод о том, что использование лазеров с центральной длиной волны более 9 мкм для получения ультракоротких рентгеновских биений является бесперспективным, поскольку, согласно оценкам, эффективность ГГВП падает на порядок при таких длинах волн лазерного излучения. Из-за этого свойства длительность эффективно генерируемых биений, согласно [40], ограничивается величиной порядка одной аттосекунды.

Следует отметить, что подход, который привел к этим выводам, был слишком упрощен. Магнитный дрейф рассматривался в [40] как равномерное движение со средней скоростью электрона, рассчитанной для случая синусоидального лазерного поля. Это приближение может быть успешно использовано в случае длинного лазерного импульса [60], но, строго говоря, оно неприменимо в случае коротких (в несколько полупериодов) импульсов. Отметим также, что обсуждаемые здесь кэВ биения появляются в интервале времени, соответствующем задней части лазерного импульса [40], а не вблизи его максимума. В этом случае усредненная по периоду дрейфовая скорость электрона не является постоянной, а уменьшается со временем. Поэтому следует ожидать, что ограничения, найденные в [40], могут быть ослаблены. Наконец, поскольку вышеупомянутые биения являются результатом интерференции вкладов в излучение высоких гармоник от различных электронных траекторий, адекватное описание специфического для каждой отдельной траектории магнитного дрейфа электрона имеет решающее значение для правильного нахождения результатов этой интерференции. В настоящей главе проведено подробное исследование

вышеуказанных вопросов, основанное на теоретическом описании генерации высоких гармоник за рамками электродипольного приближения.

2.2. Влияние магнитного поля лазерного импульса на формирование рентгеновских волновых форм

Вычисления проводились для атома гелия, облучаемого коротким лазерным импульсом, задающимся выражением

$$E(t) = E_0 \sin^2\left(\frac{\pi ct}{4\lambda_0}\right) \sin\left(\frac{2\pi ct}{\lambda_0} - \varphi\right) \quad (2.1)$$

(см. рис. 2.3 для нормированного поля $E(t)/E_0$ с фазой $\varphi = \pi/8$, чёрная пунктирная линия).

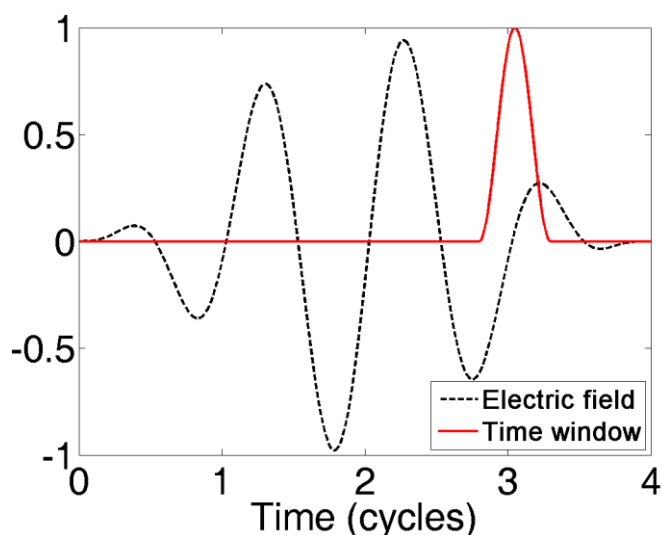


Рис. 2.3 Нормированное электрическое поле лазерного импульса $E(t)/E_0$, $\varphi = \pi/8$ (чёрная пунктирная линия) и оконная функция, используемая при анализе сигнала гармоник высокого порядка (красная сплошная линия).

Ниже, как в работе [40], пиковая интенсивность лазерного импульса выбрана равной $3.4 \times 10^{14} \text{ Вт/см}^2$, в то время как центральная длина волны λ_0 варьируется в пределах от 9 мкм до 16 мкм. Кроме того, рассматриваются различные фазы заполнения φ лазерного импульса. При используемом здесь поле накачки в генерируемом излучении доминируют два фемтосекундных всплеска, происходящие от электронов, отрываемых от атома в окрестности

двух наибольших локальных максимумов лазерного поля. Второй всплеск, образующийся на заднем фронте лазерного импульса, содержит сверхвысокочастотные биения, возникающие из-за интерференции вкладов в излучение высоких гармоник от двух разных столкновений электронного волнового пакета с родительским ионом. В частности, первая, более короткая из двух интерферирующих траекторий, вносящих вклад в этот фемтосекундный всплеск, принадлежит к набору электронных траекторий с интервалом между событиями ионизации и рекомбинации менее одного оптического периода ($\tau < T$), тогда как вторая, более длинная ($T < \tau < 1.5T$) интерферирующая траектория соответствует отрыву электрона вблизи более раннего из двух наибольших локальных максимумов поля. Чтобы сконцентрироваться на анализе интерференции этих вкладов, мы использовали временную фильтрацию посредством оконной функции сгибающейся в виде $\sin^2(2\pi ct/\lambda_0)$ (см. красную сплошную линию на рис. 2.3), центрированной на втором всплеске в сигнале высоких гармоник; ширина этого временного окна равна полупериоду лазерного поля.

На рис. 2.4 показан спектр рентгеновского всплеска, генерируемого на заднем фронте лазерного импульса (2.3) с $\lambda_0 = 9$ мкм и $\varphi = \pi/8$. Черная линия представляет собой спектр, рассчитанный в электродипольном приближении. Этот спектр имеет два доминирующих ярко выраженных пика при энергиях фотонов в окрестности 0,6 кэВ и 3,05 кэВ.

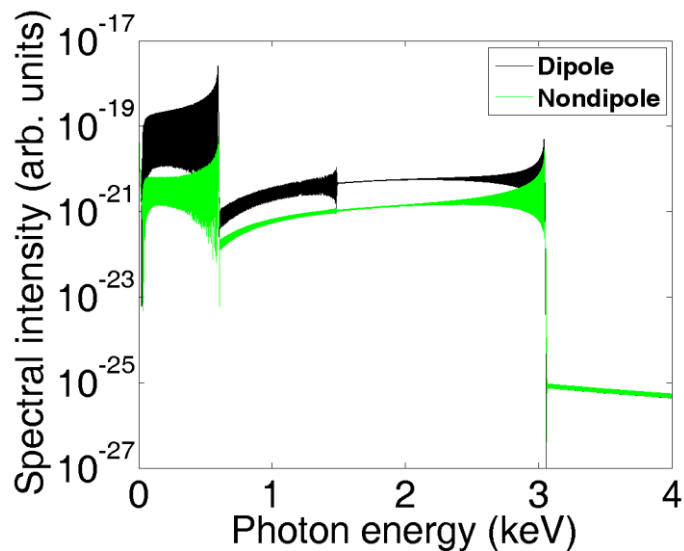


Рис. 2.4. Спектр рентгеновского всплеска, генерируемого на заднем фронте лазерного импульса с центральной длиной волны $\lambda_0 = 9$ мкм и фазой заполнения $\varphi = \pi/8$; показаны результаты, полученные в электродипольном приближении и за его рамками.

Положения этих пиков соответствуют отсечкам плато в спектрах гармоник, испускаемых при втором и первом столкновениях электронного волнового пакета с ионом, соответственно. Высота и ширина каждого плато определяются весом соответствующей траектории и энергией электрона в момент его столкновения с ионом. Двухпиковая структура спектра, показанная на рис. 2.2, приводит к модуляции фемтосекундного рентгеновского всплеска во времени. Очевидно, что получающиеся биения будут наиболее контрастны в случае, когда оба пика сравнимы по интенсивности. На рис. 2.2 интенсивности высокоэнергетичного и низкоэнергетичного пиков в спектре, рассчитанном для электродипольного случая, существенно отличаются. Однако путем ослабления первого пика с использованием спектрального фильтра [40] интенсивности пиков могут быть уравнены. В результате получают идеально контрастные биения, причем длительность каждого биения составляет порядка 1 ас, (см. рис. 2.5(a)), что согласуется с [40].

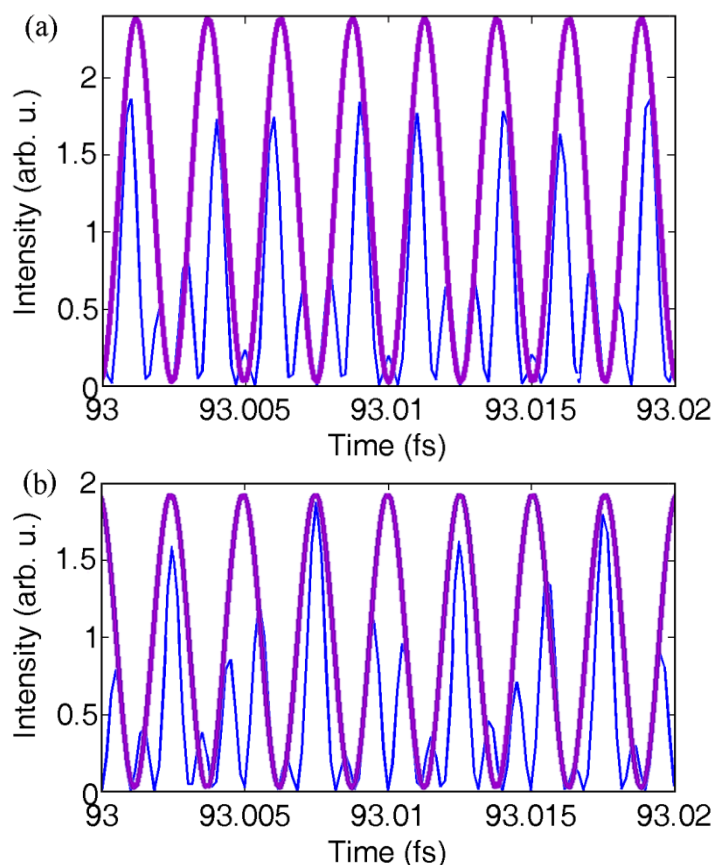


Рис. 2.5 Временная структура рентгеновского излучения, генерируемого на заднем фронте ультракороткого лазерного импульса с центральной длиной волны $\lambda_0 = 9$ мкм и фазой заполнения $\varphi = \pi/8$. Представлены результаты, полученные (a) в электродипольном приближении и (b) за его рамками. Жирной линией представлена огибающая наблюдаемых биений.

Спектр того же самого рентгеновского всплеска, посчитанный за рамками электродипольного приближения, представлен зеленой линией на рис. 2.4. Важно отметить, что влияние магнитного поля, которое в большинстве случаев отрицательно сказывается на ГВВП, в данной ситуации не приводит к фатальным последствиям. Действительно, спектр излучения по-прежнему имеет два ярко выраженных пика. Кроме того, магнитное поле лазерного импульса служит здесь как спектральный фильтр, который может благоприятно изменять соотношение интенсивностей пиков в спектре ГВВП. Именно такая ситуация наблюдается на рис. 2.4. В спектре, посчитанном за рамками электродипольного приближения, низкоэнергетичный пик

значительно уменьшается из-за влияния магнитного поля, тогда как его высокоэнергетичный компаньон практически не изменяется. Это различие можно объяснить тем, что дрейф за счет магнитной части силы Лоренца больше для тех электронов, которые проводят в свободном движении большее количество времени. Более того, поскольку интересующие нас электронные траектории рождаются на заднем фронте лазерного импульса, электрон, отрываемый в более ранний момент времени, ускоряется более сильным полем и, следовательно, испытывает больший магнитный дрейф. Поэтому вклад от траектории, обусловленной вторым возвратом электрона к иону (низкоэнергетичный пик) гораздо сильнее подвержен воздействию магнитного поля, чем вклад от траектории, обусловленной первичным возвратом электрона к иону (высокоэнергетичный пик). В случае, показанном на рис. 2.4, для выравнивания двух пиков требуется только лишь небольшая дополнительная спектральная фильтрация, в результате чего сигнал, полученный за рамками электродипольного приближения (рис. 2.5(b)), лишь на 20% слабее, чем в дипольном случае.

2.3. Формирование рентгеновских волновых форм при использовании лазерных источников с центральной длиной волны в диапазоне от 9 мкм до 16 мкм: расчеты в рамках и за рамками электродипольного приближения

Далее мы рассматриваем, что происходит со спектрами ГГВП при длинах волн лазерного излучения более 9 мкм. На рис. 2.6 показаны результаты расчетов для разных длин волн; все остальные параметры импульса остаются фиксированными. Все спектры, рассчитанные в электродипольном приближении, имеют одинаковую форму, а энергетический зазор ΔE между двумя доминирующими пиками постепенно увеличивается с длиной волны. Это приводит к тому, что, например, характерный временной масштаб биений (который обратно пропорционален ΔE) в подобающим образом отфильтрованном сигнале ГГВП в случае

использования накачки с длиной волны 14 мкм составляет около 0,4 ас. Если же принимать во внимание влияние магнитного поля лазерного излучения, то спектральная форма сигнала ГГВП резко изменяется с длиной волны. В целом, с увеличением длины волны лазера магнитное поле импульса все сильнее снижает эффективность процесса ГГВП. Более того, из-за вышеупомянутой существенной разницы во влиянии магнитного поля на электронные траектории, ответственные за пики с низкой и высокой энергией, интенсивность низкоэнергетического пика падает значительно сильнее с увеличением длины волны лазера по сравнению с интенсивностью высокоэнергетического пика. В частности, с увеличением длины волны от 10,6 до 12 мкм соотношение между интенсивностями низкоэнергетического и высокоэнергетического пиков уменьшается от 10^{-1} до 10^{-3} ; и, наконец, низкоэнергетический пик полностью исчезает при $\lambda_0 = 14$ мкм [см. рис. 2.6 (с)]; результаты для более высоких λ_0 на рисунке не показаны. Как можно оценить из рис. 2.6, минимальная продолжительность биений, полученных таким образом, должна составлять около 0,6 ас; однако, высококонтрастные зептосекундные биения могут быть получены только за счет значительного ослабления высокоэнергетической части излучения путем пропускания его через поглощающий фильтр, следовательно, за счет значительного снижения эффективности всего рассматриваемого процесса.

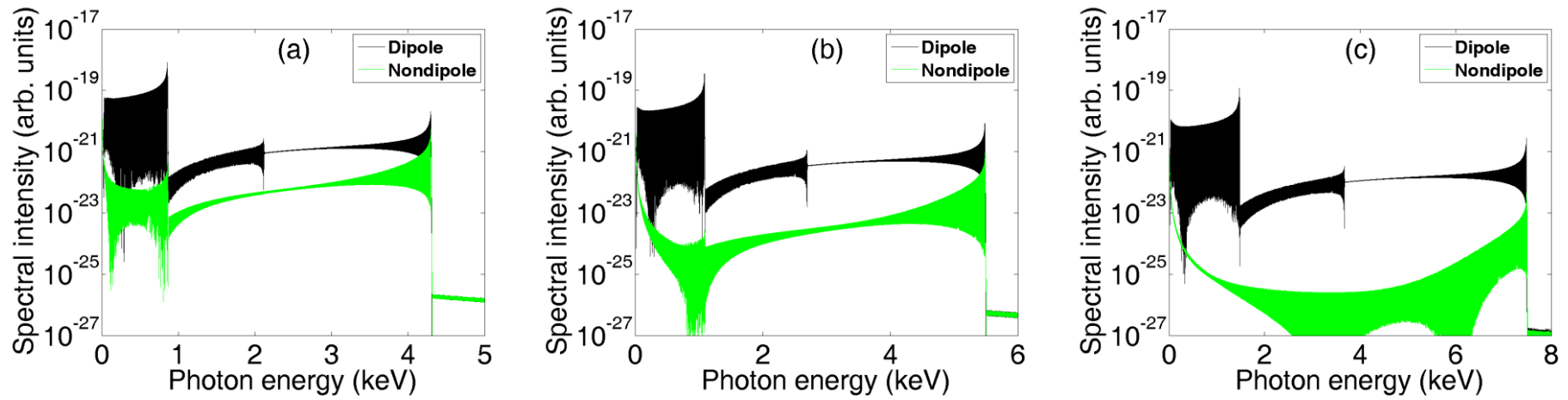


Рис. 2.6. Спектры рентгеновского излучения, генерируемого на заднем фронте лазерного импульса с $\varphi = \pi/8$, вычисленные для разных длин волн лазерного излучения: (a) $\lambda_0 = 10.6$ мкм, (b) $\lambda_0 = 12$ мкм и (c) $\lambda_0 = 14$ мкм. На каждом графике показаны результаты, полученные в электродипольном приближении и за его рамками.

2.4 Поиск оптимальных параметров для формирования рентгеновских волновых форм минимальной длительности

В поисках путей более эффективной генерации зептосекундных сигналов ниже дополнительно рассмотрено использование фазы заполнения лазерного импульса в качестве рычага управления. Для каждой длины волны найдено оптимальное значение фазы заполнения (см. рис. 2.7), которое выравнивает относительные веса вкладов двух доминирующих электронных траекторий в спектре ГВВП, вычисленном за рамками электродипольного приближения.

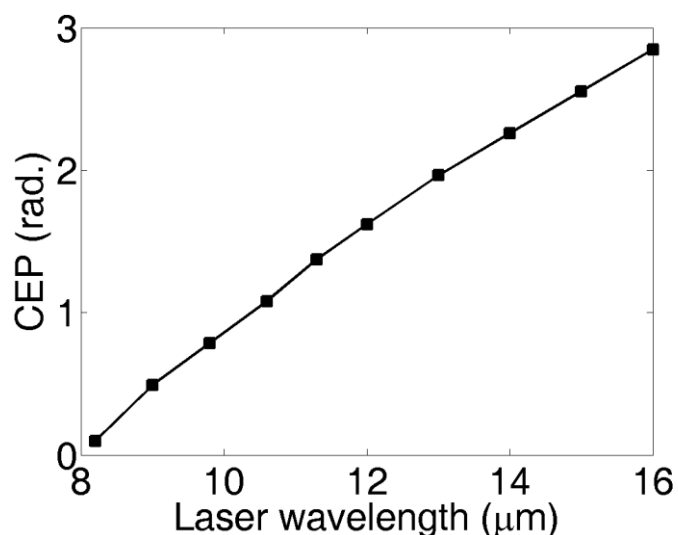


Рис. 2.7. Зависимость оптимального значения фазы заполнения лазерного импульса от длины волны лазерного излучения для расчётов за рамками электродипольного приближения. Примеры спектров с оптимальными значениями фазы заполнения для разных длин волн лазерного излучения в электродипольном приближении и за его рамками представлены на рис. 2.8.

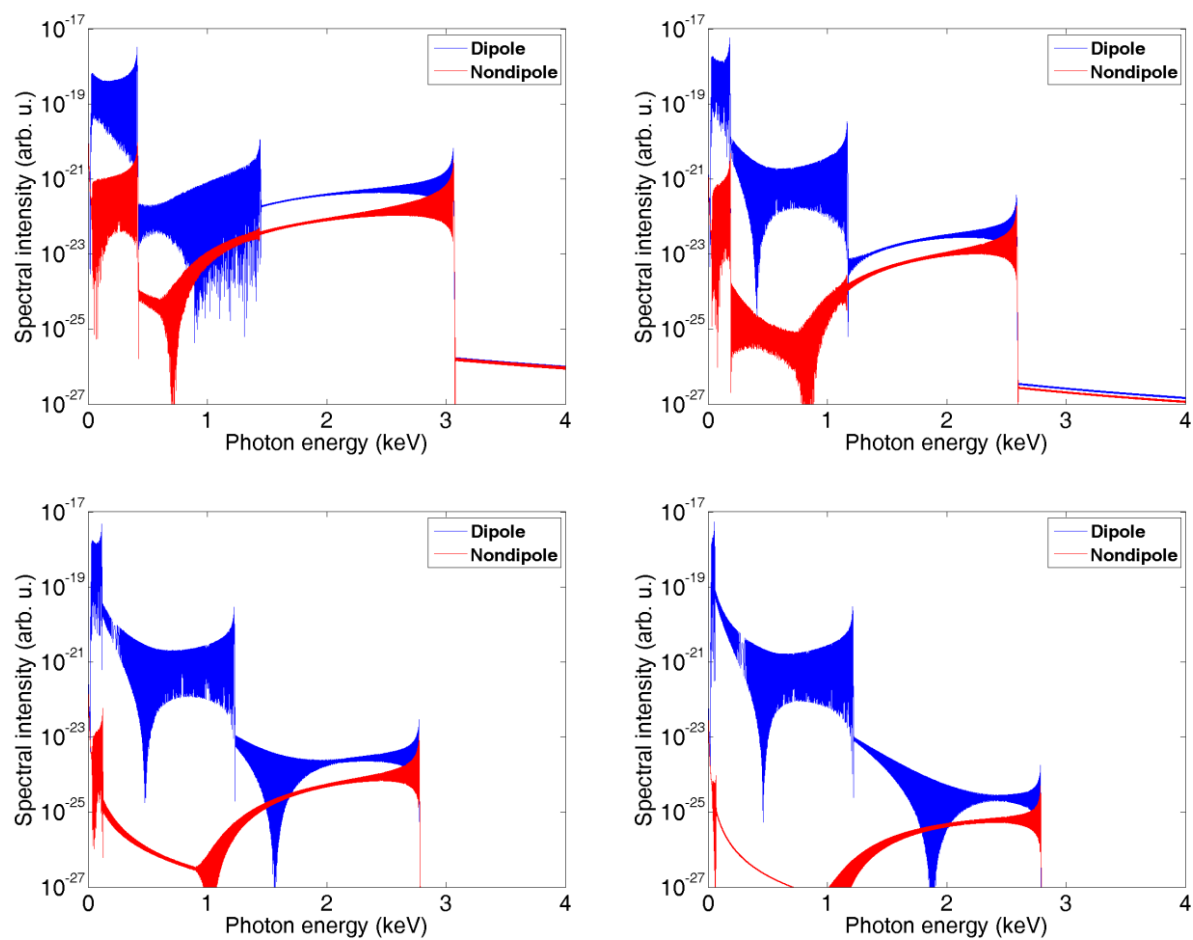


Рис. 2.8 Спектры рентгеновского излучения, генерируемого на заднем фронте лазерного импульса, вычисленные для разных длин волн лазерного излучения и с оптимальными фазами заполнения: (a) $\lambda_0 = 10.6$ мкм, $\varphi = 3\pi/8$, (b) $\lambda_0 = 12$ мкм, $\varphi = 5\pi/8$, (c) $\lambda_0 = 14$ мкм, $\varphi = 6\pi/8$, (d) $\lambda_0 = 16$ мкм, $\varphi = 7\pi/8$. На каждом графике показаны результаты, полученные в электродипольном приближении и за его рамками.

В этих расчетах окно для временной фильтрации смещалось вместе с фазой заполнения лазерного импульса; пиковая интенсивность и длительность лазерного импульса оставались фиксированными. Из полученных результатов следует, что при длинах волн более 9 мкм контрастные субаттосекундные биения получаются со значительно более высокой эффективностью, если фаза заполнения выбирается с учётом влияния магнитного поля, а не остается фиксированной при значении $\varphi_d = \pi/8$, заданном электродипольным приближением. Типичный пример показан на рис. 2.9 (а), где при $\lambda_0 = 10.6$ мкм построены значения интенсивностей высокоэнергетичных и низкоэнергетичных пиков в зависимости от фазы заполнения. Видно, что если значение фазы заполнения выбрано равным $\varphi_{nd} \approx 1.07$, относительные вклады двух траекторий отлично сбалансированы без спектральной фильтрации, в отличие от случая с $\varphi_d = \pi/8 \approx 0.39$, показанного на рис. 2.6, где необходима спектральная фильтрация для выравнивания пиков. Другая сторона медали заключается в том, что, когда фаза заполнения изменяется от значения φ_d к большему значению φ_{nd} , энергетический зазор между пиками в спектре ГВП уменьшается [см. рисунок 2.9 (б)]. Это можно объяснить тем, что из-за подстройки фазы заполнения лазерного импульса положение интересующего нас фемтосекундного рентгеновского всплеска смещается вдоль заднего фронта лазерного импульса к более низкой интенсивности, что приводит к менее энергетичным столкновениям электрона с родительским ионом и, как следствие, к генерации излучения с меньшей частотой. В результате энергетический зазор не возрастает монотонно с длиной волны лазера, как на рис. 2.6, а принимает максимальное значение (около 2,9 кэВ) на длинах волн в диапазоне 12-14 мкм (см. рис. 2.10, черные квадраты). При продвижении в более длинноволновую область растущий дисбаланс между вкладами траекторий не может быть скомпенсирован без существенной потери энергии.

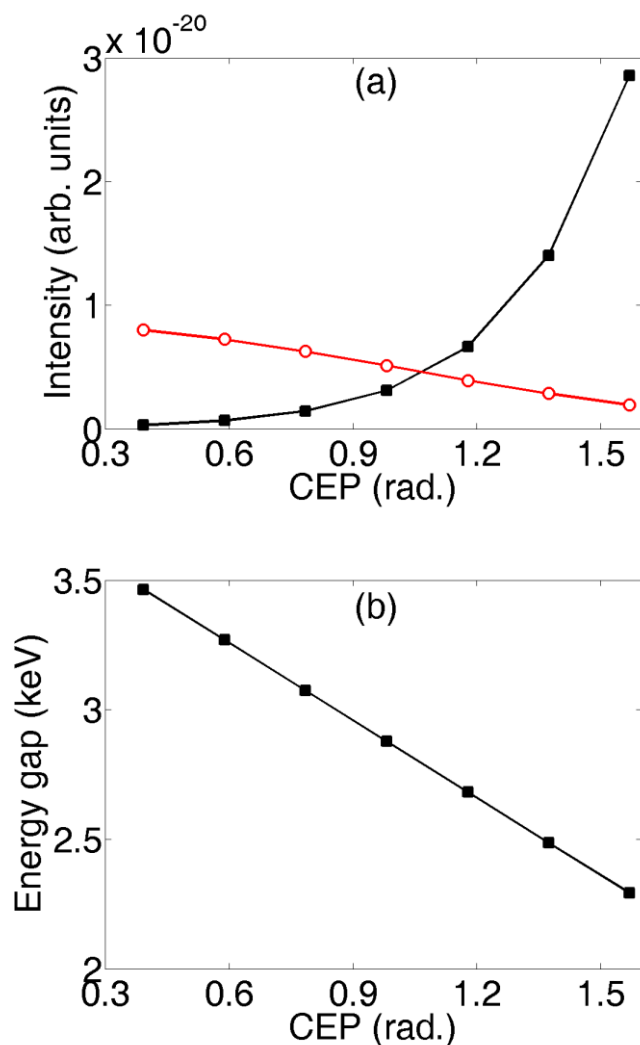


Рис. 2.9. (а) Интенсивности низкоэнергетического (черные квадраты) и высокоэнергетического (красные круги) пиков и (б) энергетический зазор между ними как функции фазы заполнения для рентгеновского излучения, генерируемого с использованием лазера с центральной длиной волны 10,6 мкм.

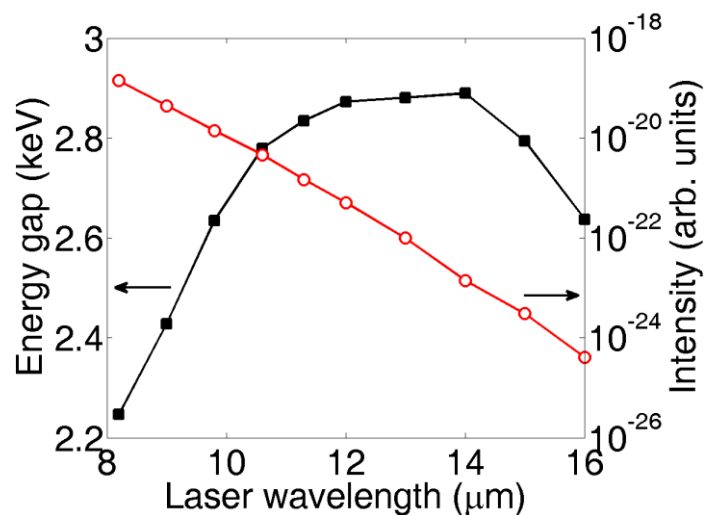


Рис. 2.10. Энергетический зазор между низкоэнергетичным и высокоэнергетичным пиками (черные квадраты) и их интенсивность (красные круги) в зависимости от длины волны лазера для рентгеновского излучения, генерируемого на заднем фронте лазерного импульса с фазой заполнения, оптимизированной, как показано на рис. 2.7.

Отметим также, что имеет место неизбежное снижение общего выхода ГТВП с увеличением длины волны (красные круги на рис. 2.10), которое возникает как из-за магнитного дрейфа электрона, так и из-за расплывания электронного волнового пакета. Учитывая все это, длину волны 12 мкм можно считать оптимальной для генерации ультракоротких высококонтрастных биений.

Из приведенных выше расчетов можно сделать вывод о том, что, с одной стороны, использование фазы заполнения как управляющего параметра позволяет увеличить интенсивность и контрастность генерируемых рентгеновских биений, а с другой стороны, это может помешать получению кратчайших временных модуляций сигнала ГТВП. Как можно оценить из рис. 2.10, интерференционные биения длительностью около 0,8 ас достижимы, если фаза заполнения выбрана равной φ_{nd} . Могут быть получены даже более короткие, хотя и несколько менее интенсивные биения, если фаза заполнения лазерного импульса находится в диапазоне

$\varphi_d < \varphi < \varphi_{nd}$ и используется в сочетании с частичной спектральной фильтрацией низкоэнергетичного пика в спектре ГГВП.

2.5. О рассмотрении ГГВП на макроскопическом уровне

Полное описание процесса ГГВП требует анализа распространения в нелинейной среде на макроскопическом уровне. Для длин волн лазерного излучения порядка 10 мкм расчёт распространения ГВП, особенно в 3D геометрии, требует очень больших вычислительных ресурсов. В более доступном для вычислений случае длины волны 1,6 мкм было показано [94], что при использовании остро сфокусированного лазерного пучка электронные траектории с временем свободного движения более одного периода лазерного поля вносят значительный вклад в макроскопический выход ГГВП только тогда, когда газовая струя находится вблизи лазерного фокуса, и этот вклад становится несущественным в случае газовой струи, расположенной дальше позади фокуса, что как раз считается условием для лучшего фазового синхронизма. В связи с этим следует, однако, обратить внимание на следующие моменты. Прежде всего, соответствующее вычисление проводилось для длинного лазерного импульса (30 периодов лазерного поля). В этом случае общий выход ГГВП в основном определяется фазовым синхронизмом в центральной части лазерного импульса. В то же время, как было отмечено выше, явление интерференции электронных траекторий, рассматриваемое здесь, может появиться только при использовании ультракороткого лазерного импульса. В этом случае можно ожидать, что эффекты нестационарного фазового согласования будут играть важную роль. Например, недавнее численное исследование [90] показало, для гармоник, обусловленных вкладами электронов, движущихся по длинным траекториям, фазовое согласование лучше на заднем фронте лазерного импульса, чем на переднем фронте или вблизи центра импульса. Наконец, известно, что при использовании сильной фокусировки значительное изменение интенсивности лазерного поля в области

взаимодействия приводит к тому, что, как правило, фазовый синхронизм имеет место для коротких траекторий, так как часть волновой функции, соответствующая электронам, движущимся по этим траекториям, за время свободного движения приобретает меньший фазовый набег. Этот фактор, однако, менее важен для гармоник высокого порядка, генерируемых в волноводах или в геометрии слабо сфокусированных лазерных пучков. Путем численного моделирования в приближении плоских волн, соответствующем этим геометриям, было продемонстрировано [40], что модуляции с аттосекундным временным масштабом сохраняются при учете распространения, по крайней мере, для случая относительно короткой длины волны 2 мкм. Более тщательное изучение вышеуказанного вопроса очень желательно, но представляет собой весьма сложную задачу.

2.6. Выводы

В данной главе подробно изучено влияние магнитной части силы Лоренца на свойства рентгеновского излучения высоких гармоник, генерируемого в газах, облучаемых предельно короткими лазерными импульсами среднего ИК диапазона. Основной задачей проведенного исследования было изучение влияния магнитного поля на спектральный профиль высоких гармоник и эффективность их генерации в условиях, когда возможно получение зептосекундных волновых форм с использованием интерференции вкладов различных электронных траекторий в сигнал гармоник. Показано, что при использовании лазерных источников среднего ИК диапазона электронный магнитный дрейф не разрушает механизм образования субаттосекундных биений сигнала гармоник, а только изменяет относительные вклады различных электронных траекторий в суммарный сигнал ГГВП. Дисбаланс, возникающий между этими вкладами, может быть в определенной степени скомпенсирован посредством управления фазой заполнения лазерного импульса, в некоторых случаях в сочетании со спектральной фильтрацией сигнала высоких гармоник. В конечном счёте

показано, что интенсивные высококонтрастные биения в сигнале гармоник с энергиями фотонов порядка 1 кэВ, обладающие длительностями менее 0,8 ас, достижимы при использовании ультракоротких лазерных импульсов с центральной длиной волны около 12 мкм. Более интенсивные биения с еще более короткими длительностями могут быть в принципе достигнуты, если будут найдены эффективные способы компенсации магнитного дрейфа.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работах:

1. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Subattosecond keV beats of high-harmonics x-ray field produced with few-cycle mid-IR laser pulses: Magnetic-field effects, *Phys. Rev. A*, Vol. 93, 043802 (2016).
2. А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, М.Ю. Рябикин, Недипольные эффекты при генерации субаттосекундных рентгеновских биений на заднем фронте интенсивного лазерного импульса среднего ИК диапазона, Труды XIX научной конференции по радиофизике, посвященной 70-летию радиофизического факультета (Н. Новгород, 11–15 мая 2015 г.) / Отв. ред. В.В. Матросов, Н. Новгород: ННГУ, 2015, с.160-162.
3. А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, М.Ю. Рябикин, Генерация субаттосекундных рентгеновских биений на заднем фронте интенсивного лазерного импульса среднего ИК диапазона: влияние магнитного поля, XX Нижегородская сессия молодых ученых. Естественные, математические науки: материалы докладов, 19–22 мая 2015 г. (отв. за вып. Зверева И.А.), Княгинино: НГИЭУ, 2015, с.18-19.
4. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Magnetic field-induced modification of the spectral shape of high harmonics in gases driven by mid-IR laser pulses, *Proceedings of VI International Conference "Frontiers of Nonlinear Physics" (FNP-2016)*, Nizhny Novgorod – St. Petersburg, Russia, July 17–23, 2016, pp.108-109.
5. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Subattosecond keV beats of high harmonic x-ray field produced with midinfrared laser pulses:

magnetic field effects, XXIX International Conference on Photonics, Electronics and Atomic Collisions (ICPEAC 2015), Conference Abstracts, Toledo, Spain, July 22-28, 2015, paper MO-021.

6. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Electron magnetic-drift limited subattosecond X-ray beats at the trailing edge of mid-IR laser pulse, 11th Conference on Super-Intense Laser-Atom Physics (SILAP 2015), Abstracts, Bordeaux, France, September 7-10, 2015, p.110.

7. А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, М.Ю. Рябикин, Генерация высоких гармоник в газах лазерными источниками среднего ИК диапазона: влияние магнитного поля импульса на форму спектра гармоник, Нелинейные волны - 2016, XVII научная школа, 27 февраля–4 марта 2016 г., Тезисы докладов молодых ученых, Нижний Новгород, 2016, с.55.

8. A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, and M.Yu. Ryabikin, Electron magnetic-drift limited subattosecond keV beats of high-harmonic x-ray field at the trailing edge of mid-IR laser pulse, Book of Abstracts of 25th International Laser Physics Workshop (LPHYS'16), Yerevan, Armenia, July 11-15, 2016, paper 2.2.1.

ГЛАВА 3. Генерация высоких гармоник двухкомпонентного лазерного излучения в атомарных газах

В данной главе диссертации на основе аналитических квантово-механических расчётов в рамках теории Левенштейна, модифицированной с целью корректного учета типа исходного атомарного состояния, исследуется процесс ГГВП в двухкомпонентном лазерном поле, представляющем собой суперпозицию основной и второй гармоник лазерного излучения. Приводится сравнение результатов проведенных расчётов с экспериментальными результатами, полученными в Медицинском университете г. Саитама (Япония) группой Р.А. Ганеева. Дается теоретическое объяснение увеличения выхода гармоник при использовании двухцветного лазерного поля скрещенной конфигурации.

В §3.1 описывается общая постановка задачи. В §3.2 приводится описание результатов проведенных группой Р. Ганеева экспериментов по генерации гармоник двухцветного лазерного поля в плазме серебра, золота и цинка. В §3.3 приведено полученное в работе выражение для матричного элемента оператора дипольного момента перехода между произвольным связанным состоянием атомарной системы и состояниями непрерывного спектра и представлены результаты проведенных с использованием этого выражения расчётов ГГВП двухцветного лазерного поля для различных газовых мишеней. §3.4 дано качественное и количественное описание нелинейного макроскопического отклика протяженной газовой среды, проведенное с использованием результатов квантово-механических расчётов. В §3.5 сформулированы основные результаты, полученные в данной главе.

3.1. Постановка задачи

Основным недостатком физического механизма, лежащего в основе процесса генерации гармоник высокого порядка в газах, является очень низкая эффективность преобразования. Одним из способов повышения интенсивности генерируемых гармоник является использование двухцветного лазерного поля. Наиболее часто при этом используется комбинация основной и второй гармоники. Процесс ГГВП в газовых средах с использованием двухцветной накачки был экспериментально изучен для случаев параллельной [27, 39, 55, 56], ортогональной [27, 13, 14, 19, 47, 48] и других [96, 97] конфигураций поля. Теоретическим исследованиям процесса генерации ГВП в двухцветном лазерном поле было посвящено большое количество работ (см., напр., [41, 47, 48, 98-100]). В частности, было показано, что эффективность генерации гармоник сильно зависит от интенсивности поля второй гармоники. ГГВП с очень высокой эффективностью преобразования (5×10^{-5} для 38-й гармоники [48]) может быть достигнута при сравнимых интенсивностях первой и второй гармоник основного излучения. Первое объяснение увеличения эффективности ГГВП в двухцветном поле с сопоставимыми интенсивностями первой и второй ортогонально поляризованных гармоник было дано в [47, 48].

В экспериментальных [13, 14] и теоретических [41] исследованиях была продемонстрирована сильная зависимость выхода ГГВП от относительной фазы между полями ортогонально поляризованных первой и второй гармоник генерирующего излучения. ГГВП в двухцветном лазерном поле с учётом макроскопических факторов была рассмотрена еще в ранних теоретических исследованиях [42, 76] и привлекла большое внимание совсем недавно [45, 69]. В общем случае задача фазового согласования для двухцветной накачки сложнее, чем для одноцветной, поскольку она требует учета не только разности фаз между полями накачки и генерируемого излучения, но и между полями первой и второй гармоник излучения накачки, которые изменяются в процессе распространения.

Подход с использованием двухцветной накачки был применен и к генерации гармоник в лазерной плазме. Фазовое согласование особенно важно для ГГВП в плазме, поскольку концентрация свободных электронов сравнима с концентрацией излучающих частиц, что может привести к значительному фазовому рассогласованию даже для случая разреженной плазмы. Первое наблюдение увеличения эффективности генерации гармоник в узкой ($\sim 0,3$ мм) плазменной струе, облучаемой интенсивным двухцветным ортогонально поляризованным лазерным полем, было представлено в [34]. Интенсивность второй гармоники была слабой по отношению к интенсивности основного излучения (соотношение интенсивностей 1:50).

Следующим этапом экспериментальных исследований ГГВП в двухцветном поле стало применение импульсов излучения среднего ИК диапазона, получаемых в оптических параметрических усилителях, в сочетании с полем их второй гармоники. В частности, схема 1300 нм + 650 нм была успешно применена для ГГВП как в газах [13, 41], так и в плазме [35]. Более высокая эффективность преобразования во вторую гармонику в среднем ИК диапазоне позволяет провести экспериментальное исследование ГГВП в двухцветном лазерном поле для сопоставимых интенсивностей поля первой и второй гармоник.

В данной главе задача о ГГВП в двухцветном поле рассматривается в значительной мере в контексте сравнения с экспериментом, проведенным в Японии группой Р. Ганеева, где исследовалась генерация гармоник в протяженной (5 мм) плазменной струе с использованием излучения оптического параметрического усилителя с центральной длиной волны 1310 нм и его второй гармоники при их сравнимых интенсивностях. В данных экспериментах наблюдалось значительное увеличение выхода гармоник высокого порядка по сравнению со случаем одноцветной накачки; в частности, гармоники высших порядков очень хорошо выражены в двухцветном случае, в то время как в одноцветном они едва заметны. В данной работе рассматривается наблюдавшееся в экспериментах увеличение

выхода ГГВП в случае двухцветной накачки для разных видов плазмы (серебро, золото и цинк), а также проводится сравнение увеличения выхода для гармоник разного порядка. Экспериментальные результаты анализируются в рамках теоретического подхода, основанного на приближении сильного поля. В частности, ставится вопрос о том, может ли широко используемая теория ГГВП, предполагающая основным атомарным состоянием $1s$ состояние, воспроизвести экспериментально наблюдаемый спектр ГГВП, и предлагается развитие теории, корректно учитывающее реальные квантовые состояния различных атомарных систем (в данном случае ионов серебра, золота и цинка). Более того, проведенные в работе теоретические исследования позволяют прояснить важный аспект повышения эффективности ГГВП в двухцветном поле, который ранее не обсуждался. А именно, согласно общеизвестной модели ГГВП, в одноцветном поле большинство оторванных от атома электронов возвращается к родительскому иону с близкой к нулевой кинетической энергией; в настоящей работе показывается, что в двухцветном поле с сопоставимыми интенсивностями ортогонально поляризованных компонент значительная часть электронов может при возвращении иметь энергию, близкую к энергии отсечки; находятся условия, при которых это имеет место.

3.2. Описание результатов экспериментов по ГГВП двухцветного лазерного поля в плазменном факеле

В экспериментах, проводившихся группой Р. Ганеева, в качестве генерирующего излучения использовалось излучение сигнальной волны на выходе параметрического усилителя, накачиваемого титан-сапфировым лазером; центральная длина сигнальной волны составляла около 1300 нм (что соответствует частоте $\omega = 0.035$ атомных единиц). Часть сигнальной волны отщеплялась от основного пучка и пропускалась через кристалл ВВО для получения второй гармоники. Во всех экспериментах компоненты

двухцветного лазерного поля были ортогональны друг другу и имели близкий к гауссовому профиль, т.е. могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} E_x(t) = E_1(t) &= E_0 \exp\left[-\ln(4)\frac{t^2}{T^2}\right] \exp(-i\omega t) + c.c. \\ E_y(t) = E_2(t) &= \sqrt{\alpha} E_0 \exp\left[-\ln(4)\frac{t^2}{T^2}\right] \exp(-2i\omega t + i\varphi) + c.c. \end{aligned} \quad (3.1)$$

где E_0 – амплитуда первой гармоники лазерного поля (во всех экспериментах интенсивность поля первой гармоники составляла примерно 10^{14} Вт/см²); α – отношение интенсивностей компонент лазерного излучения; T – полная ширина импульса по полувысоте, равная 16 периодов поля; φ – относительная фазовая задержка между двумя спектральными компонентами. Эксперименты проводились для различных α и φ и для нескольких ионных мишеней (серебро Ag^+ , золото Au^+ и цинк Zn^+).

Как хорошо видно из рис. 3.1, использование двухцветного лазерного поля позволяет значительно увеличить выход генерируемых гармоник. В случае плазмы серебра при использовании одноцветной накачки (1310 нм) наблюдались нечетные гармоники до 23го порядка (рис. 3.1(а), красная кривая). Двухцветная накачка же позволяет в данном случае генерировать четные и нечётные гармоник вплоть до 40го порядка. Аналогичная тенденция наблюдается и для плазмы золота (см. рис. 3.1(б)): гармоник, сгенерированные при использовании двухцветной накачки, имеют значительно более высокую интенсивность, а плато гармоник расширяется вплоть до 50го порядка. Фактор увеличения выхода гармоник зависит от спектрального диапазона и варьируется от единиц до десятков. Плазма, состоящая из ионов цинка, демонстрирует аналогичную картину (см. рис. 3.1(в)).

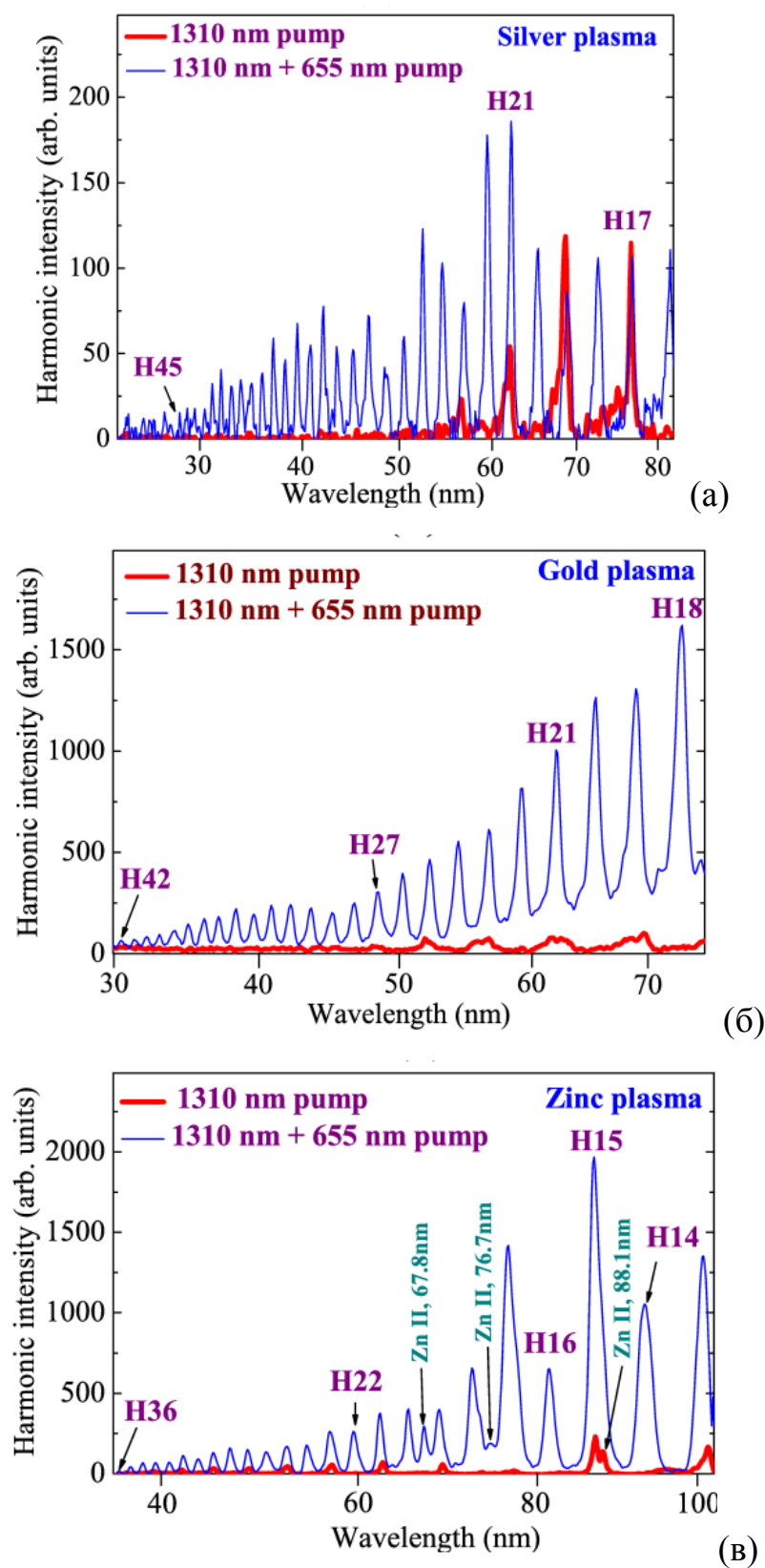


Рис. 3.1. Спектры гармоник, полученные в плазме (а) серебра, (б) золота и (в) цинка с использованием одноцветной (1310 нм, красная кривая) и двухцветной (1310 нм + 655 нм, синяя кривая) лазерной накачки.

Подытоживая приведенные данные, отметим, что фактор увеличения выхода в двухцветном случае по сравнению с одноцветным сильно зависит от области спектра гармоник, а также от вида плазмы. В случае плазмы Ag фактор увеличения выхода гармоник H21-H23 находится в диапазоне от 3 до 5. В случае одноцветной накачки в области более высоких порядков гармоник явных пиков не наблюдалось, тогда как добавление к накачке поля второй гармоники привело к резкому изменению структуры спектра в этом спектральном диапазоне, заключающемся в увеличении выхода гармоник от 30го до 40го порядка практически в 50 раз по сравнению с одноцветным случаем. Подобное поведение фактора увеличения выхода гармоник наблюдается в случае плазмы золота, хотя значение этого фактора меньше по сравнению со случаем плазмы серебра как в длинноволновых, так и в коротковолновых областях спектра. Наконец, в плазме цинка в случае двухцветной накачки наблюдался 5-10-кратный рост эффективности генерации низких гармоник, тогда как для гармоник более высокого порядка этот коэффициент роста оказался значительно меньше.

3.3. Теоретическое описание ГГВП двухцветного лазерного поля в атомарных газах

Представленные ниже теоретические расчёты проводились для тех же параметров, что и физические эксперименты. Теоретический подход, используемый в данной главе, основан на модификации исходной аналитической теории ГГВП, предложенной Левенштейном [53]. Важно отметить, что каждая мишень характеризуется не только своим потенциалом ионизации I_p , но и дипольным матричным элементом $d(p)$. Более того, основные состояния атомарных систем могут различаться в общем случае не только главным квантовым числом внешнего электрона, но и угловым моментом (причем, ни в одном из рассмотренных случаев основное состояние системы не является s-состоянием). В силу этого, помимо описанных в главе 1 модификаций [4, 28] приближения сильного поля, в

данной главе в выражение для нелинейной поляризации, отвечающей ГГВП, вводится ещё одно изменение, корректно учитывающее тип основного состояния исследуемой системы. В рамках проведенного исследования было получено общее выражение для дипольного матричного элемента, соответствующего переходу из произвольного связанного состояния водородоподобного атома в состояние непрерывного спектра, приближенно представляемое в виде плоской волны:

$$d(p) = \frac{i^{l-1} 2^{2l+3/2} (l+1)! \gamma^{l+3/2}}{\pi \sqrt{n}} \sqrt{(n-l-1)! (n+l)! (2l+1)} \times \\ \times \nabla_p \left[p^l P_l \left(\frac{p_z}{p} \right) \sum_{m=0}^{n-l-1} \frac{(2\gamma)^m}{m! (2l+1+m)! (n-l-1-m)!} \frac{d}{d\gamma^m} \frac{\gamma}{(\gamma^2 + p^2)^{l+2}} \right], \quad (3.2)$$

где n – главное квантовое число; l – квантовое число углового момента; m – азимутальное квантовое число; z – ось квантования; P_l – полином Лежандра; $\gamma = \frac{q}{n}$, q – эффективный заряд ядра (во всех расчетах в этой главе $q=2$).

Рис. 3.2 наглядно демонстрирует различие между исходной моделью Левенштейна и предложенной здесь модификацией. На рис. 3.2 сверху показаны интерферирующие части волновой функции в случае исходной модели Левенштейна, где интерференция происходит между плоской волной и $1s$ состоянием атома. На том же рисунке снизу изображены интерферирующие волны, соответствующие представленной здесь усовершенствованной модели Левенштейна. В последнем случае плоская волна интерферирует с $4d$ состоянием.

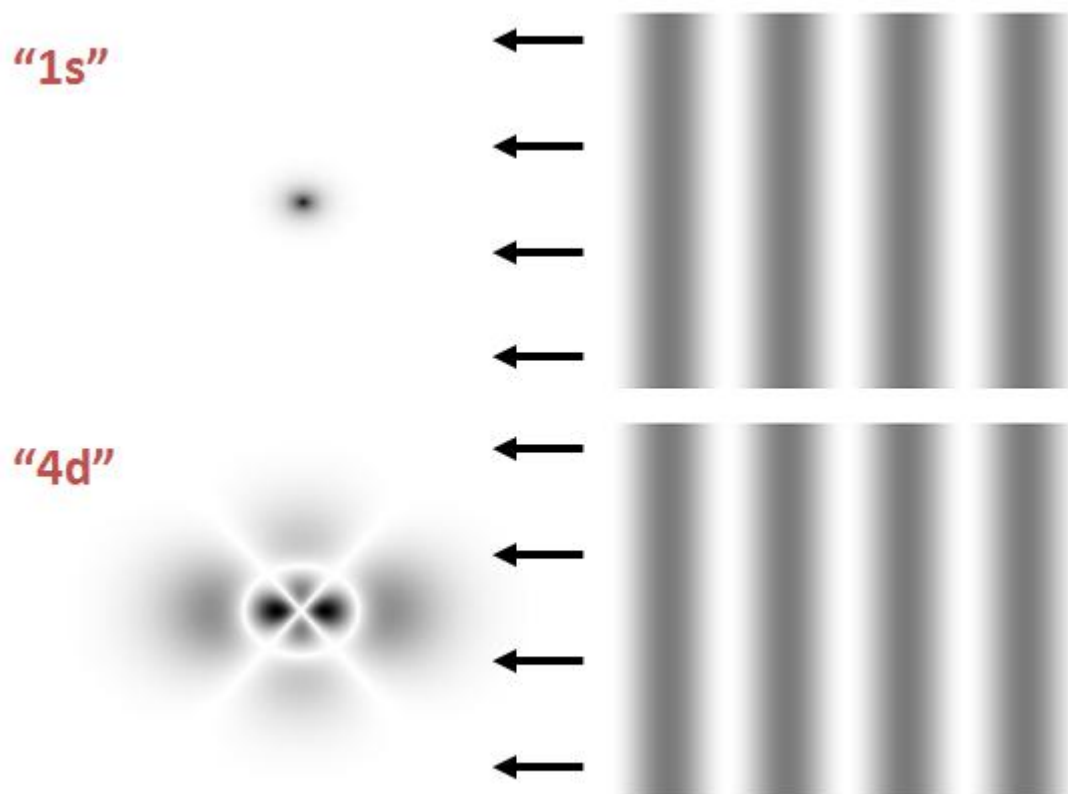


Рис. 3.2. Схематическое изображение интерферирующих частей волновой функции, соответствующих связанному (слева) и свободному (справа) электронным состояниям; изображены случаи 1s (сверху) и 4d (снизу) связанного состояния атома.

На рис. 3.3(а) показаны спектры (шкала длин волн используется для упрощения сравнения с рис. 3.1) отклика ионов серебра, полученные для одного и того же потенциала ионизации $I_p = 21,48$ эВ и различных выражений $d(p)$. Хорошо видно, что от используемого выражения для дипольного матричного элемента сильно зависит форма спектра гармоник. Отметим также, что спектр ГГВП, полученный с обычно используемым выражением для $d(p)$ с $n=1$ и $l=0$, существенно отличается от экспериментального (см. тонкую синюю линию на рис. 3.1(а)). В отличие от этого, форма спектра, полученная с реальными квантовыми числами внешнего электрона в Ag^+ ($n=4$ и $l=2$), весьма близка к экспериментальной.

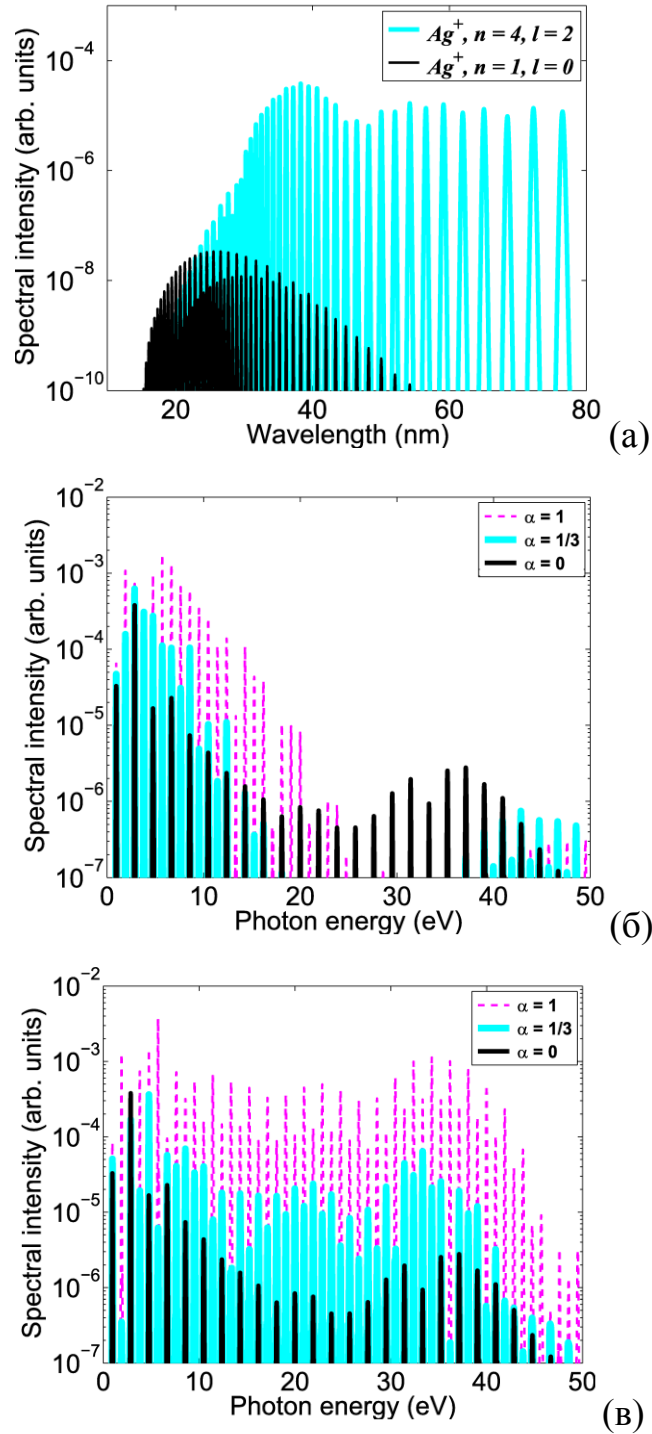


Рис. 3.3. Спектры откликов иона серебра для (а) $\alpha=1/3$, $\varphi=\pi/2$ и для различных $\mathbf{d}(\mathbf{p})$: черная линия – $n=1$ и $l=0$, голубая линия – $n=4$ и $l=2$; (б) $\varphi=0$ и различных α : пунктирная линия – $\alpha=1$, голубая линия – $\alpha=1/3$; черная линия – $\alpha=0$; (в) $\varphi=\pi/2$ и различных α : пунктирная линия – $\alpha=1$, голубая линия – $\alpha=1/3$; черная линия – $\alpha=0$.

Таким образом, правильный выбор выражения для дипольного момента имеет решающее значение для правильного воспроизведения спектра ГТВП в теоретических расчетах.

Приведенные выше результаты основаны на анализе только микроскопического отклика, однако ниже в рамках макроскопического анализа будет показано, что форма спектра после распространения через среду в двухцветном случае оказывается довольно близкой к форме спектра, полученной в микроскопической рассмотрении с $\varphi = \pi/2$. Поэтому выводы о влиянии дипольного матричного элемента на форму спектра высоких гармоник справедливы и для макроскопического отклика среды. Таким образом, для сравнения с экспериментальными результатами во всех дальнейших расчетах используются реальные квантовые числа внешнего электрона и потенциалы ионизации ионных мишеней ($n = 4, l = 2, I_p = 21,48$ эВ для Ag^+ ; $n = 5, l = 2, I_p = 20,5$ эВ для Au^+ ; $n = 4, l = 0, I_p = 17,96$ эВ для Zn^+).

Расчеты выполнялись с шагом $\pi/24$ по переменной φ , для нескольких значений α и для интенсивностей поля основной гармоники в диапазоне $5 \times 10^{13} - 2 \times 10^{14}$ Вт/см² для всех мишеней. Результаты для различных α и различных интенсивностей основного поля качественно очень похожи друг на друга и показывают, что для всех мишеней добавление второго поля приводит к увеличению выхода гармоник. Наилучшее согласие с экспериментальными результатами по ширине спектров гармоник наблюдается для интенсивности основного поля, равной 10^{14} Вт/см². На рисунках 3.3(б) и 3.3(в) показаны спектры $|r_\Omega(\varphi)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{r}(t) \exp(i\Omega t) dt \right|^2$ отклика иона серебра для заданной интенсивности и нескольких значений α и φ . На рисунке 3.3(б) показан наихудший с точки зрения выхода гармоник случай ($\varphi=0$), а на рисунке 3.3(с) – лучший ($\varphi=\pi/2$). Спектры гармоник, полученные с другими значениями φ , находятся по интенсивности между этими двумя спектрами. Очевидно, что влияние второго поля сильно зависит от выбора α

и φ , и в оптимальных условиях увеличение интенсивности гармоник может достигать почти трёх порядков. Результаты, полученные для ионов золота и цинка, качественно похожи на те, что получены для иона серебра, но коэффициент увеличения выхода гармоник для них ниже. Наблюдаемый эффект увеличения выхода гармоник был объяснен в [47, 48] как результат формирования переходной линейной поляризации поля, селекции вклада короткой квантовой траектории, которая характеризуется большей плотностью вероятности соответствующего электронного волнового пакета, и более высокой вероятностью отрыва электрона по сравнению со случаем одноцветной накачки. Однако анализ, проведенный в [47, 48], явно недостаточен для того, чтобы ответить на все вопросы, связанные с увеличением эффективности ГГВП в поле двухцветного лазерного импульса. В данном разделе проведен более подробный анализ классических электронных траекторий в двухцветном лазерном поле рассматриваемой конфигурации.

Из-за ортогональности поляризаций полей первой и второй гармоники излучения накачки движение электрона, вызванное каждой из этих двух компонент поля, можно рассматривать отдельно. Движение электрона в направлении x (т.е. вдоль поляризации основной гармоники) в двухцветном поле точно такое же, как и в одноцветном. Движение в направлении y (вдоль поляризации второй гармоники) синхронизировано с движением вдоль направления x в момент отрыва электрона от родительского иона: движения в обоих направлениях начинаются в начале координат одновременно и с нулевыми скоростями. Электрон может рекомбинировать с родительским ионом, если он приближается к началу координат одновременно по обоим направлениям.

На рис. 3.4(б) показаны y -координата электрона в момент его возвращения в начало координат в направлении оси x и ширина возвращающегося волнового пакета в зависимости от времени ионизации. Ясно, что для достаточно коротких траекторий с моментом рождения,

превышающим $\sim 0,07$ от лазерного цикла (как следует из (3.1), ноль по времени совпадает с максимумом колебаний основного поля, см. также рис. 3.4(а)) смещение электрона в направлении y в момент возврата меньше ширины возвращающегося волнового пакета. Это означает, что только эти траектории вносят существенный вклад в ГВП в случае двухцветной накачки, а вклады более длинных траекторий оказываются подавленными. Аналогичный вывод был сделан в [47, 48]. Однако следует отметить, что рис. 3.4(б) содержит дополнительную важную информацию. Классическая картина, как известно, предсказывает, что гармоника, соответствующая высокочастотной отсечке плато, порождается электронной траекторией, начинающейся в момент времени, равный $0,05$ от периода лазерного поля. Это означает, что почти все короткие траектории могут вносить эффективный вклад в ГВП при оптимальных условиях в случае использования двухцветной накачки (в отличие от [47, 48], где утверждалось, что только очень короткие траектории с временем свободного движения меньше чем $0,3$ оптического цикла вносят существенный вклад в ГВП). Вот почему спектр ГВП в случае двухцветной накачки может быть очень широким.

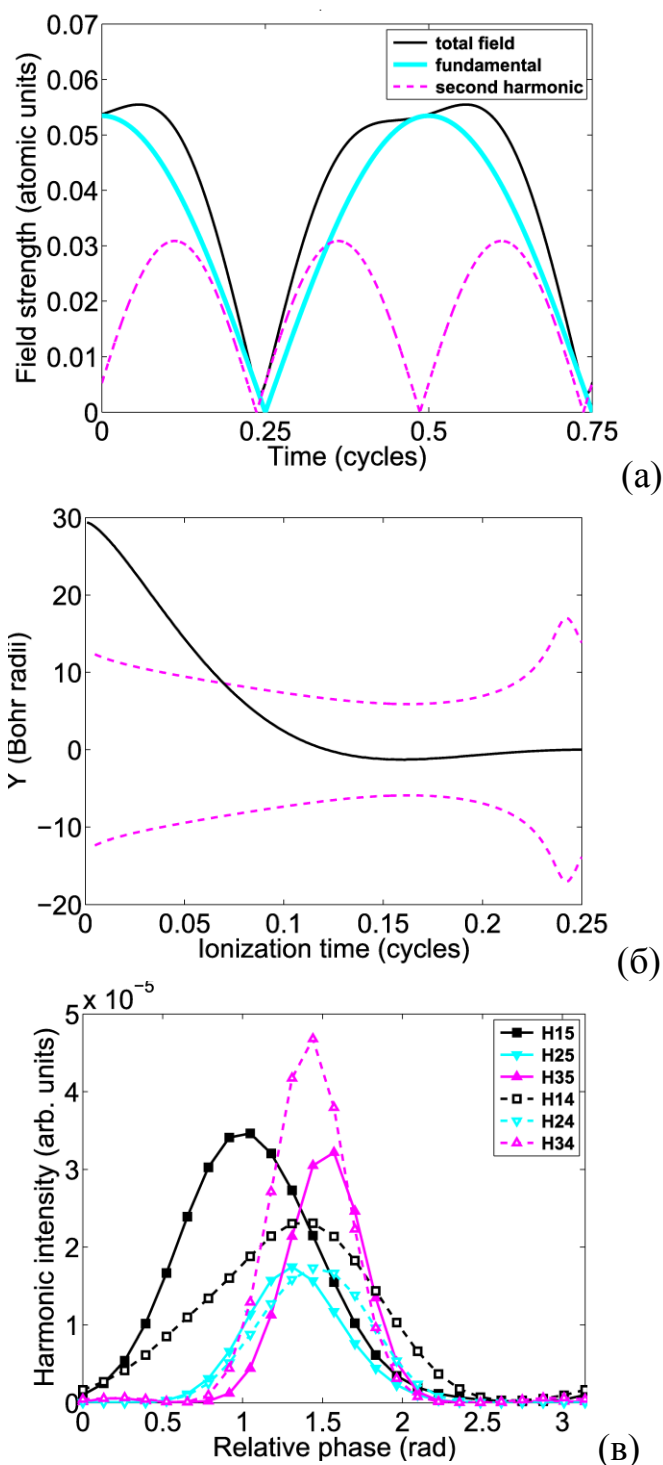


Рис. 3.4. (а) Абсолютное значение суммарного поля (черная кривая) и составляющих его спектральных компонент (голубая и пунктирная кривые) для $\alpha=1/3$, $\varphi=1/4$; (б) поперечное смещение (чёрная кривая) и ширина волнового пакета (пунктирная кривая) электрона в момент его возвращения к родительскому иону для $\alpha=1/3$, $\varphi=1/4$; (в) зависимость интенсивности различных гармоник от относительной фазы между компонентами двухцветного лазерного поля.

На рисунке 3.4(a) показано абсолютное значение полного поля в одноцветном и двухцветном случаях для тех же условий, что и на рисунке 3.4(б). Видно, что в случае двухцветной накачки абсолютное значение суммарного поля больше. Это означает, что скорость ионизации в двухцветном поле выше по сравнению с одноцветным случаем из-за ее очень сильной зависимости от величины лазерного поля. Это увеличение скорости ионизации было отмечено в [47, 48]. Однако ни квазилинейная поляризация поля в некотором интервале между моментами отрыва и возврата электрона к родительскому иону (обсуждалось в [47, 48]), ни увеличение скорости ионизации не могут полностью объяснить резкое увеличение эффективности ГГВП в случае двухцветной накачки. Действительно, используя линейно поляризованное одноцветное поле с более высокой интенсивностью, можно, казалось бы, извлечь выгоду из обоих указанных факторов. Однако, это не совсем так: эффективность ГГВП перестает расти, начиная с некоторой интенсивности лазерного излучения. Для лучшего понимания физики рассматриваемого процесса следует учесть еще одну важную особенность процесса ГГВП в двухцветном поле. Этой особенностью является перераспределение во времени плотности вероятности в волновом пакете состояний континуума: максимальное увеличение абсолютной величины поля и, как следствие, максимальное увеличение скорости ионизации наблюдается на временном интервале, соответствующем рождению коротких траекторий, ответственных за эффективную ГГВП в случае двухцветной накачки, см. рис. 3.4(a). Обобщая результаты, показанные на рис. 3.4(a-б), можно объяснить значительное увеличение выхода ГГВП в двухцветном поле следующим образом. Существует семейство электронных траекторий, которые не сильно отклоняются полем второй гармоники в ортогональном направлении. К счастью, это именно те траектории, весовые коэффициенты которых сильно возрастают из-за изменения динамики туннельной ионизации в двухцветном лазерном поле. В результате выход ГГВП в случае двухцветной накачки значительно увеличивается. Отметим также, что

наибольшая часть электронов всегда высвобождается вблизи максимума лазерного поля. В одноцветном случае половина из них никогда не возвращается к родительскому иону, а из другой половины подавляющая часть электронов вносит вклад только в низкие гармоники в спектре ГГВП (в случае одноцветной накачки самые длинные траектории начинаются в максимуме поля и возвращаются к родительскому иону с близкими к нулю скоростями). В результате за генерацию высших гармоник отвечает лишь небольшая часть электронов. В двухцветном случае глобальный максимум поля сдвигается так, что все электроны, оторванные вблизи этого максимума, возвращаются к родительскому иону с высокими энергиями. В частности, как уже упоминалось, гармоника, соответствующая энергии отсечки, порождается траекторией, начинающейся в момент времени, равный $0,05$ от периода лазерного поля, то есть очень близко к тому моменту, когда суммарное поле двухцветного лазерного импульса является максимальным, см. рис. 3.4(a). Таким образом, в двухцветном случае большая часть оторванных электронов вносит вклад в генерацию высших гармоник, а не просто покидает родительский ион или возвращается к нему с малой скоростью. Эффективность ГГВП поэтому может быть намного выше для случая двухцветной накачки по сравнению с одноцветной даже при одинаковом уровне ионизации газовой среды. Из рис. 3.4(a) также можно сделать вывод, что изменение относительной фазы φ приведет к сдвигу временного интервала с наибольшим увеличением абсолютной величины поля, следовательно, другая группа траекторий (более коротких или более длинных) будет вносить основной вклад в ГГВП. Различные траектории соответствуют различным гармоникам в спектре ГГВП, поэтому оптимальная относительная фаза должна быть разной для разных гармоник. Для нечетных гармоник, возникающих из-за движения электрона в x направлении, этот вывод очень хорошо согласуется с результатами теоретических расчетов, представленных на рис. 3.4(c). Четные гармоники генерируются за счет движения электронов в направлении оси y , и

оптимальная относительная фаза (немного меньше $\pi/2$) одинакова для всех этих гармоник.

3.4. Описание нелинейного макроскопического отклика газовой среды

Как показано в предыдущем разделе, микроскопический отклик очень чувствителен к относительной фазе φ . Из-за дисперсии эта фаза изменяется в процессе распространения полей в среде. Таким образом, хотя в предыдущем разделе было обнаружено значительное увеличение микроскопического отклика при определенных относительных фазах, это, вообще говоря, может в конечном итоге не вызвать сопоставимое по величине увеличение макроскопического сигнала. Поэтому для сравнения теоретических результатов с экспериментальными данными необходимо провести полное исследование фазового синхронизма для ГГВП в двухцветном поле.

Рассмотрим задачу о фазовом синхронизме для одномерного распространения основного поля и второй гармоники вдоль оси z . Поля внутри нелинейной среды запишем как

$$\begin{aligned} E_1(z,t) &= E_0(z,t) \exp[-i\omega(t-z/c) + i\varphi_1(z)] + c.c. \\ E_2(z,t) &= \alpha^{1/2} E_0(z,t) \exp[-2i\omega(t-z/c) + i\varphi_2(z)] + c.c. \end{aligned} \quad (3.3)$$

где $E_0(z,t)$ – медленно меняющаяся огибающая поля. Вводя переменную $t' = t - \delta t$, где $\delta t = \varphi_1/\omega$, спектральные компоненты поля накачки, заданные выражениями (3.3), можно записать в виде

$$\begin{aligned} E_1(z,t') &= E_0(z,t) \exp[-i\omega(t' - z/c)] + c.c. \\ E_2(z,t') &= \sqrt{\alpha} E_0(z,t) \exp[-2i\omega(t' - z/c) + i\varphi_2'(z)] + c.c. \end{aligned} \quad (3.4)$$

где $\varphi_2' = \varphi_2 - 2\varphi_1$.

Нелинейная поляризация $P(z,t')$, индуцированная полями (3.4), может быть записана как

$$P(z, t) = \int_{\Omega} P_{\Omega}(\varphi_2) \exp[-i\Omega(t - z/c)] d\Omega + c.c., \quad (3.5)$$

где $P_{\Omega}(\varphi_2) = Nr_{\Omega}(\varphi_2)/\Omega^2$; N – концентрация частиц нелинейной среды. Расчет спектра микроскопического отклика $r_{\Omega}(\varphi_2)$ для заданной относительной фазы φ_2 между полями первой и второй гармоники был описан в предыдущем разделе. Подставляя в формулу (3.5) выражения для входящих в нее величин, получаем

$$P(z, t) = \int_{\Omega} P_{\Omega}[\varphi_2(z) - 2\varphi_1(z)] \exp\left[-i\Omega(t - z/c) + i\frac{\Omega}{\omega}\varphi_1(z)\right] d\Omega + c.c. \quad (3.6)$$

Интенсивность макроскопического отклика (здесь мы предполагаем, что показатель преломления для поля высокой гармоники равен единице) равна

$$I_{\Omega} = N^2 \left| \int_0^L r_{\Omega}[\varphi_2(z) - 2\varphi_1(z)] \exp\left[i\frac{\Omega}{\omega}\varphi_1(z)\right] dz \right|^2. \quad (3.7)$$

Рассматривая зависимость фаз φ_2 и φ_1 от z , мы учитываем наличие начальной относительной фазы δ :

$$\begin{aligned} \varphi_1(z) &= z\omega(n_1 - 1)/c \\ \varphi_2(z, \delta) &= z2\omega(n_2 - 1)/c + \delta \end{aligned} \quad (3.8)$$

где n_1 и n_2 – показатели преломления для полей основной и второй гармоники.

Макроскопический отклик после усреднения по исходной относительной фазе (в условиях эксперимента эта фаза случайным образом изменялась от выстрела к выстрелу) оказывается равным

$$I_{\Omega} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\delta N^2 \left| \int_0^L r_{\Omega}[\varphi_2(z, \delta) - 2\varphi_1(z)] \exp\left[i\frac{\Omega}{\omega}\varphi_1(z)\right] dz \right|^2. \quad (3.9)$$

Ниже мы предполагаем, что

$$n_1 - 1 = 4(n_2 - 1). \quad (3.10)$$

Такая запись дисперсии плазмы справедлива в условиях, когда дисперсия свободного электрона описывается моделью Друде, а атомной или ионной дисперсией пренебрегается; последнее предположение справедливо для уровня ионизации, превышающего 10-20%, поэтому оно, безусловно,

применимо к условиям рассматриваемых экспериментов. Более того, выражение (3.10) также описывает геометрическую дисперсию для определенной фокусировки.

Теоретические результаты, показывающие поведение макроскопического сигнала с расстоянием вдоль трассы распространения для случаев одноцветной и двухцветной накачки, представлены на рисунке 3.5. Видно, что сигнал q -й гармоники в одноцветном случае снижается до нуля после распространения на расстояние, равное удвоенной длине когерентности L_q^{coh} . Напротив, сигнал в двухцветном случае до нуля никогда не спадает. Это является следствием сильной зависимости микроскопического отклика (как его амплитуды, так и фазы) от относительной фазы в интеграле (3.7). Действительно, из-за этой зависимости лишь ограниченный диапазон относительных фаз (и, соответственно, ограниченный интервал координат z) вносит вклад в интеграл, предотвращая тем самым обнуление этого интеграла, которое возникало бы, если бы изменение фазы в экспоненте достигало 2π .

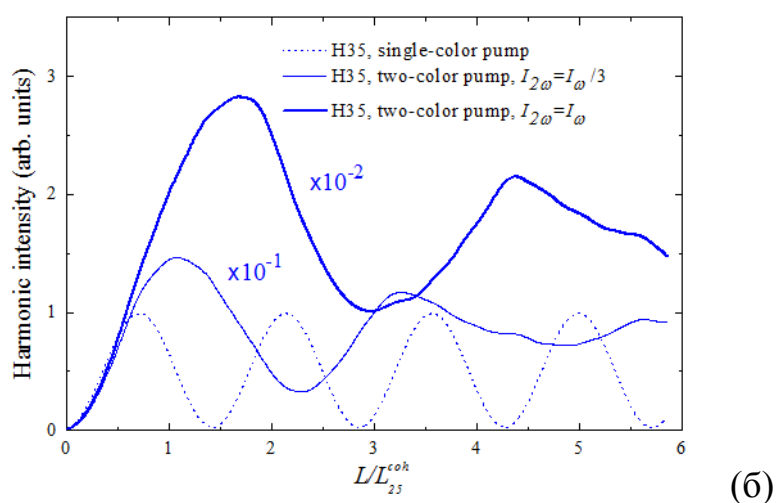
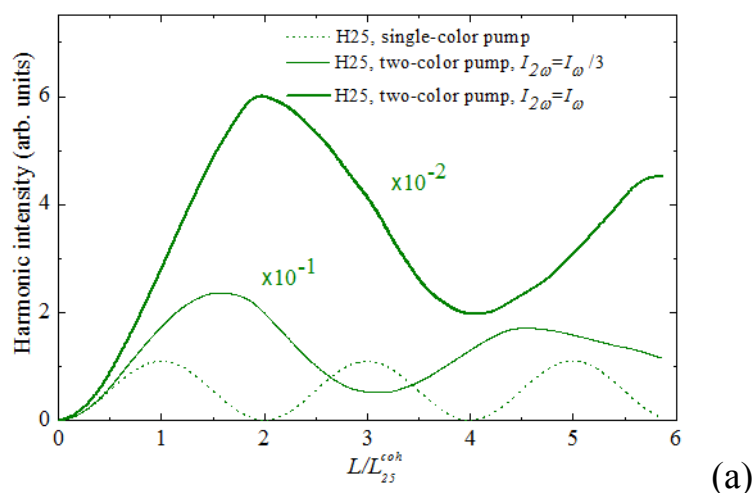
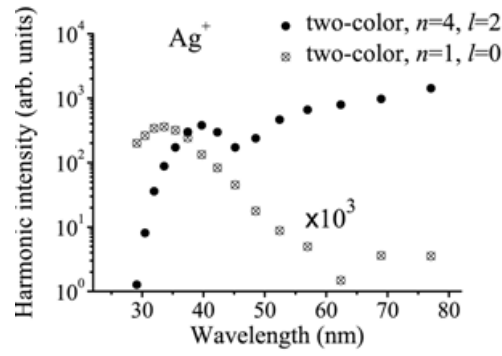
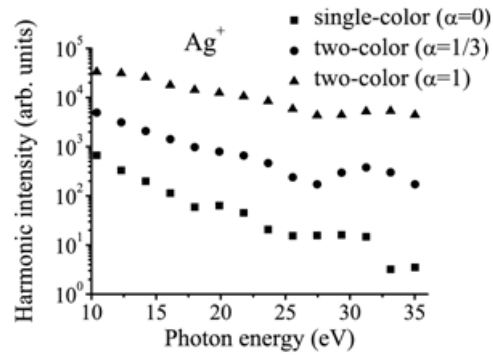


Рис. 3.5. Макроскопический сигнал (а) 25й гармоники и (б) 35й гармоники как функция от расстояния в одноцветном (пунктирные линии) и двухцветном (сплошные линии) случаях, вычисленный для плазмы серебра. Сигналы для двухцветных полей с $I_{2\omega}=I_{\omega}/3$ ($\alpha=1/3$, тонкая линия) и $I_{2\omega}=I_{\omega}$ ($\alpha=1$, жирная линия) умножены на 10^{-1} и 10^{-2} соответственно.

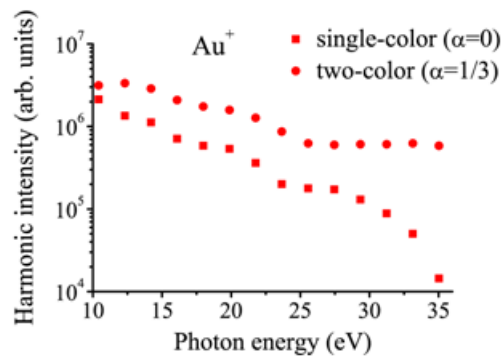
Вычисления макроскопических сигналов как функций длины распространения для Zn^+ и Au^+ в двухцветном случае показывают, что их поведение качественно однотипно для всех условий, рассмотренных в наших расчетах: сигнал заданной гармоники достигает максимума примерно на 1,5–2 длинах когерентности для этой гармоники (рассчитанных для одноцветного случая), а затем осциллирует, но не снижается до нуля на рассматриваемой длине распространения.



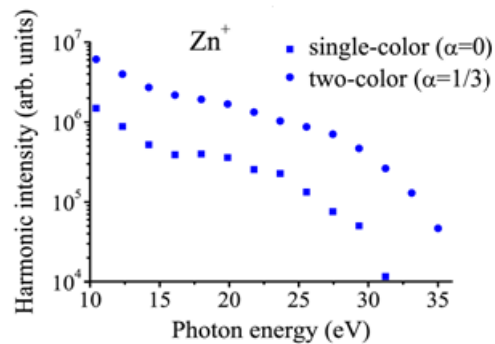
(a)



(б)



(B)



(г)

Рис. 3.6. Спектры макроскопического отклика, вычисленные для (а)-(б) серебра, (в) золота и (г) цинка для случаев одноцветной и двухцветной накачки при длине распространения $L=L_{21}^{\text{coh}}$. Расчеты в случае (а) сделаны для $\alpha=1/3$ и с использованием различных выражений для дипольного момента $\mathbf{d}(\mathbf{p})$.

На рисунке 3.6 представлены спектры, рассчитанные при заданной длине распространения для разных видов плазменных мишеней. Из рис. 3.6(a) видно, что форма спектра после распространения через среду в двухцветном случае довольно близка к микроскопической форме спектра, полученной для фазы $\varphi = \pi/2$, см. рис. 3.3(в). Причиной такого сходства является доминирование вкладов от областей с оптимальной задержкой фазы в результирующем отклике среды. Другим следствием этого факта является то, что сигнал выбранной гармоники в двухцветном случае не падает до нуля при любой длине распространения, как было показано ранее на рис. 3.5. Из сравнения рис. 3.1(a) и 3.6(a) очевидно, что хорошее согласие экспериментальных и теоретических результатов может быть достигнуто только с использованием реальных квантовых чисел, характеризующих состояние внешнего электрона. Таким образом, макроскопический анализ подтверждает сделанный в предыдущем разделе вывод о решающей роли выбора корректного выражения для $d(p)$.

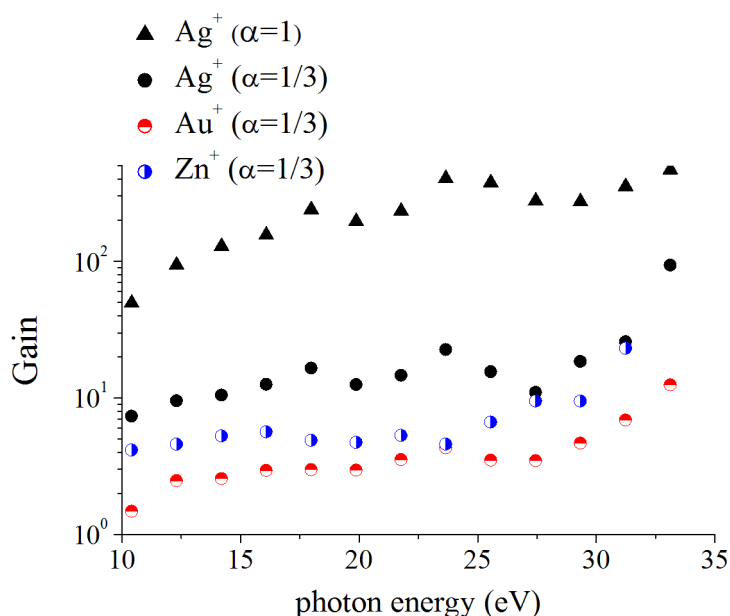


Рис. 3.7. Фактор увеличения выхода гармоник при использовании двухцветной накачки по сравнению с одноцветной для разных типов плазменных мишеней.

Фактор увеличения выхода гармоник, обеспечиваемый двухцветным полем, представлен на рисунке 3.7. Видно, что при фиксированном α наибольший выигрыш достигается для серебра, что хорошо согласуется с экспериментом. При $\alpha = 1/3$ фактор увеличения, полученный в расчетах для иона серебра, составляет 10-30, что достаточно хорошо согласуется с экспериментальным значением (около 50). Сравнивая результаты для той же среды (серебро) и разных интенсивностей второй гармоники (а именно, для $\alpha = 1/3$ и $\alpha = 1$), можно видеть, что выигрыш в выходе гармоник резко возрастает с увеличением α : при $\alpha = 1$ он приблизительно на порядок выше, чем при $\alpha = 1/3$. Эта очень резкая зависимость фактора увеличения выхода гармоник от α может объяснить некоторое несогласие между теоретическими и экспериментальными результатами для $\alpha = 1/3$, которое, вероятно, возникает из-за ограниченной точности экспериментального измерения α и возможной модуляции этой величины во времени и пространстве. Более того, из рисунка 3.7 видно, что увеличение выхода гармоник в плазме серебра более ярко выражено, что согласуется с экспериментом, см. рис. 3.1(а). Для золота и цинка увеличение выхода для разных гармоник примерно одинаково в широком диапазоне гармоник.

3.5. Выводы

В данной главе приведены результаты экспериментального и теоретического исследования генерации гармоник высокого порядка в плазменных факелах, содержащих ионы серебра, золота и цинка, с использованием излучения оптического параметрического усилителя с центральной длиной волны 1310 нм и его второй гармоники. Показано, что этот подход в случае ортогональных линейных поляризаций используемых спектральных компонент позволяет значительно увеличить выход гармоник высокого порядка по сравнению со случаем одноцветной накачки. Наибольшее увеличение (более чем на порядок величины) наблюдается для плазмы серебра; усиление больше для гармоник более высокого порядка.

Наблюдаемые экспериментальные зависимости, а также значения коэффициента увеличения выхода гармоник достаточно хорошо воспроизводятся в проведенных теоретических расчетах. Такое согласие теории с экспериментом достигнуто в результате усовершенствования микроскопической теории ГВП и использования этой улучшенной теории для расчетов макроскопического отклика.

В ходе исследований было обнаружено, что микроскопический спектр ГВП, рассчитанный в рамках широко используемого предположения о том, что основное состояние частиц нелинейной среды является $1s$ состоянием, сильно отличается от экспериментального. В отличие от этого, формы спектров, полученные для реалистических значений квантовых чисел состояния внешнего электрона, довольно хорошо согласуются с экспериментальными результатами. Таким образом, корректное описание основного состояния имеет решающее значение для правильного воспроизведения спектра ГВП в теоретических расчетах.

Ярко выраженная зависимость микроскопического нелинейного отклика частиц среды от относительной фазы между частотными компонентами двухцветного поля сильно влияет на свойства макроскопического сигнала, поскольку относительная фаза изменяется при распространении. Из-за этой зависимости только ограниченный диапазон относительных фаз вносит вклад в интеграл (3.7), определяющий степень фазового синхронизма взаимодействующих волн, предотвращая тем самым обращение в ноль макроскопического сигнала гармоник после распространения на определенное расстояние, равное в одноцветном случае удвоенной длине когерентности.

Проведенные теоретические исследования микроскопического отклика проясняют важный аспект повышения эффективности ГВП в двухцветных ортогонально поляризованных полях с сопоставимыми интенсивностями компонент поля. В одноцветном поле половина электронных траекторий никогда не возвращается к точке расположения родительского иона, а

большая часть других траекторий возвращается с малыми скоростями; в результате в процессе ГТВП эффективно участвует лишь небольшая доля электронов. Напротив, в двухцветном случае (с правильно выбранной относительной фазой спектральных компонент) глобальный максимум поля смещается так, что все электроны, оторванные вблизи этого максимума, возвращаются к иону с большими энергиями. Несмотря на отклонение в направлении поляризации поля второй гармоники, возвращающиеся электронные волновые пакеты достаточно широки, чтобы обеспечить рекомбинацию с почти такой же вероятностью, как и в одноцветном случае. Таким образом, большее количество траекторий, имеющих при рекомбинации высокую энергию, в сочетании со сравнимой вероятностью рекомбинации, приводит к увеличению выхода гармоник в двухцветном поле.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работах:

- 1) A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, R.A. Ganeev, M. Suzuki, H. Kuroda, and V.V. Strelkov, Two-color high-harmonic generation in plasmas: efficiency dependence on the generating particle properties, *Optics Express*, Vol. 24, No 13, 13971-13983 (2016).
- 2) А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, Влияние сорта частиц среды на эффективность генерации высоких гармоник двухцветного лазерного излучения среднего ИК диапазона в газах, Труды XX научной конференции по радиофизике, посвященной 110-летию со дня рождения Г.С. Горелика (Н. Новгород, 12–20 мая 2016 г.), с.169-170.
- 3) А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, Генерация высоких гармоник двухцветного лазерного излучения скрещенной конфигурации в газах, XXI Нижегородская сессия молодых ученых. Естественные, математические науки: материалы докладов, 17–20 мая 2016 г. (отв. за вып. И.А. Зверева), Княгинино: НГИЭУ, 2016, с.19.

- 4) A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, R.A. Ganeev, M. Suzuki, H. Kuroda, and V.V. Strelkov, High harmonic generation in gases with two-color crossed laser fields: species dependence of the yield, Proceedings of VI International Conference "Frontiers of Nonlinear Physics" (FNP-2016), Nizhny Novgorod – St. Petersburg, Russia, July 17 – July 23, 2016, pp.106-107.
- 5) А.С. Емелина, М.Ю. Емелин, В.В. Стрелков, Генерация высоких гармоник в газовых средах с использованием двухцветных лазерных скрещенных полей, Нелинейные волны - 2016, XVII научная школа, 27 февраля – 4 марта 2016 г., Тезисы докладов молодых ученых, Нижний Новгород, 2016, с.56.
- 6) A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, R.A. Ganeev, M. Suzuki, H. Kuroda, and V.V. Strelkov, Two-color high-harmonic generation in plasma plumes: species dependence of the yield, Book of Abstracts of 25th International Laser Physics Workshop (LPHYS'16), Yerevan, Armenia, July 11-15, 2016, paper 2.2.3.
- 7) A.S. Emelina, M.Yu. Emelin, R.A. Ganeev, M. Suzuki, H. Kuroda, and V.V. Strelkov, High harmonic generation in gases with two-color crossed laser fields: theory and experiment, Technical Digest of the VII International Symposium and Young Scientists School "Modern Problems of Laser Physics" (MPLP-2016), Novosibirsk, Russia, August 22-28, 2016, pp.142-143.

Основные результаты

- Аналитическая теория, основанная на приближении сильного поля, модифицирована с целью адекватного учета важных факторов (опустошения основного атомарного состояния и магнитного дрейфа электрона), ограничивающих эффективность процесса генерации высоких гармоник в высокоинтенсивном низкочастотном лазерном поле, а также корректного учета типа исходного атомарного состояния.
- Показано, что по мере увеличения длины волны лазерной накачки в интервале от ближнего до среднего ИК диапазона, наряду с уменьшением эффективности генерации высоких гармоник, происходят значительные изменения профиля спектральной интенсивности генерируемых гармоник, которые связаны с изменением относительных вкладов различных групп электронов в суммарный сигнал гармоник.
- Показано, что при использовании лазерных источников среднего ИК диапазона в различных газовых средах могут быть эффективно сгенерированы гармоники высокого порядка с энергиями фотонов до 10-20 кэВ.
- Доказано, что преобразование предельно коротких импульсов излучения среднего ИК диапазона в рентгеновские волновые формы субаттосекундной длительности на основе эффекта генерации высоких гармоник возможно, несмотря на ограничения, связанные с магнитным дрейфом электрона, и найдены оптимальные условия такого преобразования.
- Показано, что значительного повышения выхода гармоник в протяженной газовой среде можно достичь посредством использования двухцветного лазерного поля со скрещенными линейными поляризациями спектральных компонент, и найдены микроскопические и макроскопические факторы, обуславливающие достигаемый выигрыш.

Список литературы

1. Астафьева Н.М. Вейвлет-анализ: основы теории и примеры применения // УФН. 1996. Т. 166, № 11. С. 1145-1170.
2. Бабин А.А., Ким А.В., Киселев А.М., Сергеев А.М., Степанов А.Н. Взаимодействие сверхсильных лазерных полей с веществом: гипотезы, эффекты, приложения // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1996, Т. 39, № 6. С. 713-734.
3. Емелин М.Ю., Рябикин М.Ю. О возможностях использования лазеров среднего ИК диапазона для генерации высоких гармоник с субнанометровыми длинами волн в газах // Квантовая электроника. 2013. Т. 43, № 3. С. 211-216.
4. Емелина А.С., Емелин М.Ю., Рябикин М.Ю. О возможности генерации высоких гармоник с энергиями более 10 кэВ при взаимодействии интенсивного излучения среднего ИК диапазона с нейтральными газами // Квантовая электроника. 2014. Т. 44, № 5. С. 470-477.
5. Ким А.В., Рябикин М.Ю., Сергеев А.М. От фемтосекундных к аттосекундным импульсам // УФН. 1999. Т. 169, № 1. С. 58-66.
6. Платоненко В.Т. Интерференция электронных траекторий и генерация высоких гармоник света в кулоновской системе // Квантовая электроника. 2001. Т. 31, № 1. С. 55-60.
7. Ackermann S., Azima A., Bajt S. et al. Generation of coherent 19- and 38-nm radiation at a free-electron laser directly seeded at 38 nm // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 111, № 11. Art. no. 114801.
8. Agostini P., DiMauro L.F. The physics of attosecond light pulses // Rep. Prog. Phys. 2004. V. 67, № 6. P. 813-855.
9. Andriukaitis G., Balciunas T., Ališauskas S., Pugžlys A., Baltuška A., Popmintchev T., Chen M.-C., Murnane M.M., Kapteyn H.C. 90 GW peak power few-cycle mid-infrared pulses from an optical parametric amplifier // Opt. Lett. 2011. V. 36, № 15. P. 2755–2757.

10. Armstrong J.A., Bloembergen N., Ducuing J., Pershan P.S. Interactions between light waves in a nonlinear dielectric // *Phys. Rev.* 1962. V. 127, № 6. P. 118-1939.
11. Bauer D., Mulser P. Exact field ionization rates in barrier-suppression regime from numerical time-dependent Schrödinger-equation calculations // *Phys. Rev. A.* 1999. V. 59, № 1. P. 569-577.
12. Becker W., Long S., McIver J.K. Modeling harmonic generation by a zero-range potential // *Phys. Rev. A.* 1994. V. 50, № 2. P. 1540-1560.
13. Brugnera L., Frank F., Hoffmann D.J., Torres R., Siegel T., Underwood J.G., Springate E., Froud C., Turcu E.I.C., Tisch J.W.G., Marangos J.P. Enhancement of high harmonics generated by field steering of electrons in a two-color orthogonally polarized laser field // *Opt. Lett.* 2010. V. 35, № 23. P. 3994–3996.
14. Brugnera L., Hoffmann D.J., Siegel T., Frank F., Zaïr A., Tisch J.W.G., Marangos J.P. Trajectory selection in high harmonic generation by controlling the phase between orthogonal two-color fields // *Phys. Rev. Lett.* 2011. V. 107, № 15. Art. no. 153902.
15. Burnett K., Reed V.C., Cooper J., Knight P.L. Calculation of the background emitted during high-harmonic generation // *Phys. Rev. A.* 1992. V. 45, № 5. P. 3347–3349.
16. Calegari F., Sansone G., Stagira S., Vozzi C., Nisoli M. Advances in attosecond science // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2016. V. 49, № 6. Art. no. 062001.
17. Cavalieri A.L., Müller N., Uphues Th., Yakovlev V.S., Baltuška A., Horvath B., Schmidt B., Blümel L., Holzwarth R., Hendel S., Drescher M., Kleineberg U., Echenique P.M., Kienberger R., Krausz F., Heinzmann U. Attosecond spectroscopy in condensed matter // *Nature.* 2007. V. 449, № 7165. P. 1029-1032.
18. Chang Z., Rundquist A., Wang H., Murnane M.M., Kapteyn H.C. Generation of coherent soft X rays at 2.7 nm using high harmonics // *Phys. Rev. Lett.* 1997. V. 79, № 16. P. 2967-2970.
19. Charalambidis D., Tzallas P., Benis E.P., Skantzakis E., Maravelias G., Nikolopoulos L.A.A., Conde A.P., Tsakiris G.D. Exploring intense attosecond pulses // *New J. Phys.* 2008. V. 10, № 2. Art. no. 025018.

20. Chirilă C.C., Kylstra N.J., Potvliege R.M., Joachain C.J. Nondipole effects in photon emission by laser-driven ions // *Phys. Rev. A*. 2002. V. 66, № 6. Art. no. 063411.
21. Corkum P.B. Plasma perspective on strong-field multiphoton ionization // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 71, № 13. P. 1994-1997.
22. Corkum P.B., Krausz F. Attosecond science // *Nature Phys.* 2007. V. 3, № 6. P. 381-387.
23. Cormier E, Lambropoulos P. Above-threshold ionization spectrum of hydrogen using B-spline functions // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 1997. V. 30, № 1. P. 77-91.
24. Colosimo P., Doumy G., Blaga C.I., Wheeler J., Hauri C., Catoire F., Tate J., Chirla R., March A.M., Paulus G.G., Muller H.G., Agostini P., DiMauro L.F. Scaling strong-field interactions towards the classical limit // *Nature Phys.* 2008. V. 4, № 5. P. 386-389.
25. Deng Y., Schwarz A., Fattahi H., Ueffing M., Gu X., Ossiander M., Metzger T., Pervak V., Ishizuki H., Taira T., Kobayashi T., Marcus G., Krausz F., Kienberger R., Karpowicz N. Carrier-envelope-phase-stable, 1.2 mJ, 1.5 cycle laser pulses at 2.1 μm // *Opt. Lett.* 2012. V. 37, № 23. P. 4973-4975.
26. Drescher M., Hentschel M., Kienberger R., Uiberacker M., Yakovlev V., Scrinzi A., Westerwalbesloh Th., Kleineberg U., Heinzmann U., Krausz F. Time-resolved atomic inner-shell spectroscopy // *Nature*. 2002. V. 419, № 6909. P. 803-807.
27. Dudovich N., Tate J.L., Mairesse Y., Villeneuve D.M., Corkum P.B., Gaarde M.B. Subcycle spatial mapping of recollision dynamics // *Phys. Rev. A*. 2009. V. 80, № 1. Art. no. 011806(R).
28. Emelina A.S., Emelin M.Yu., Ryabikin M.Yu. Multi-keV ultrahigh-order harmonics produced in gases with subrelativistically intense mid-IR laser pulses // *JOSA B*. 2015. V. 32, № 12. P. 2478-2487.

29. Ferray M., L'Huillier A., Li X.F., Lompré L.A., Mainfray G., Manus C. Multiple-harmonic conversion of 1064 nm radiation in rare gases // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 1988. V. 21, № 2. P. L31-L35.
30. Fleck J.A., Jr., Morris J.R., Feit M.D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere // *Appl. Phys.* 1976. V. 10, № 2. P. 129-160.
31. Franken P.A., Hill A.E., Peters C.W., Weinreich G. Generation of optical harmonics // *Phys. Rev. Lett.* 1961. V. 7, № 4. P. 118-119.
32. Frolov M.V., Manakov N.L., Sarantseva T.S., Starace A.F. Analytic formulae for high harmonic generation // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2009. V. 42, № 3. Art. no. 035601.
33. Gallmann L., Cirelli C., Keller U. Attosecond science: recent highlights and future trends // *Annu. Rev. Phys. Chem.* 2012. V. 63, № 1. P. 447-469.
34. Ganeev R.A., Singhal H., Naik P.A., Kulagin I.A., Redkin P.V., Chakera J.A., Tayyab M., Khan R.A., Gupta P.D. Enhancement of high-order harmonic generation using a two-color pump in plasma plumes // *Phys. Rev. A.* 2009. V. 80, № 3. Art. no. 033845.
35. Ganeev R.A., Suzuki M., Kuroda H. High-order harmonic generation in Ag, Sn, fullerene, and graphene nanoparticle-contained plasmas using two-color mid-infrared pulses // *Eur. Phys. J. D.* 2016. V. 70, № 1. Art. no. 21.
36. Gaumnitz T., Jain A., Pertot Y., Huppert M., Jordan I., Ardana-Lamas F., Wörner H.J. Streaking of 43-attosecond soft-X-ray pulses generated by a passively CEP-stable mid-infrared driver // *Opt. Express.* 2017. V. 25, № 22. P. 27506-27518.
37. Gu X., Marcus G., Deng Y., Metzger T., Teisset C., Ishii N., Fuji T., Baltuška A., Butkus R., Pervak V., Ishizuki H., Taira T., Kobayashi T., Kienberger R., Krausz F. Generation of carrier-envelope-phase-stable 2-cycle 740- μ J pulses at 2.1- μ m carrier wavelength // *Opt. Express.* 2009. V. 17, № 1. P. 62-69.
38. Hauri C.P., Lopez-Martens R.B., Blaga C.I., Schultz K.D., Cryan J., Chirla R., Colosimo P., Doumy G., March A.M., Roedig C., Sistrunk E., Tate J., Wheeler J., DiMauro L.F., Power E.P. Intense self-compressed, self-phase-stabilized few-

- cycle pulses at 2 μm from an optical filament // *Opt. Lett.* 2007. V. 32, № 7. P. 868-870.
39. He X., Dahlström J.M., Rakowski R., Heyl C.M., Persson A., Mauritsson J., L'Huillier A. Interference effects in two-color high-order harmonic generation // *Phys. Rev. A.* 2010. V. 82, № 3. Art. no. 033410.
40. Hernández-Garsía C., Pérez-Hernández J.A., Popmintchev T., Murnane M.M., Kapteyn H.C., Jaron-Becker A., Becker A., Plaja L. Zeptosecond high harmonic keV x-ray waveforms driven by midinfrared laser pulses // *Phys. Rev. Lett.* 2013. V. 111, № 3. Art. no. 033002.
41. Hoffmann D.J., Hutchison C., Zaïr A., Marangos J.P. Control of temporal mapping and harmonic intensity modulation using two-color orthogonally polarized fields // *Phys. Rev. A.* 2014. V. 89, № 2. Art. no. 023423.
42. Ignatovich P.V., Platonenko V.T., Strelkov V.V. High-order harmonic generation by bichromatic field // *Laser Phys.* 1999. V. 9, № 2. P. 570–574.
43. Javanainen J., Eberly J.H., Su Q. Numerical simulations of multiphoton ionization and above-threshold electron spectra // *Phys. Rev. A.* 1988. V. 38, № 7. P. 3430-3446.
44. Li J., Ren X., Yin Y., Zhao K., Chew A., Cheng Y., Cunningham E., Wang Y., Hu S., Wu Y., Chini M., Chang Z. 53-attosecond X-ray pulses reach the carbon K-edge // *Nat. Commun.* 2017. V. 8, № 1. Art. no. 186.
45. Jin C., Stein G.J., Hong K.-H., Lin C.D. Generation of bright, spatially coherent soft X-ray high harmonics in a hollow waveguide using two-color synthesized laser pulses // *Phys. Rev. Lett.* 2015. V. 115, № 4. Art. no. 043901.
46. Katsouleas T., Mori W.B. Comment on “Packet spreading, stabilization, and localization in superstrong fields” // *Phys. Rev. Lett.* 1993. V. 70, № 10. P. 1561.
47. Kim C.M., Kim I.J., Nam C.H. Generation of a strong attosecond pulse train with an orthogonally polarized two-color laser field // *Phys. Rev. A.* 2005. V. 72, № 3. Art. no. 033817.

48. Kim I.J., Kim C.M., Kim H.T., Lee G.H., Lee Y.S., Park J.Y., Cho D.J., Nam C.H. Highly efficient high-harmonic generation in an orthogonally polarized two-color laser field // *Phys. Rev. Lett.* 2005. V. 94, № 24. Art. no. 243901.
49. Kim A.V., Ryabikin M.Yu., Sergeev A.M., Farina D., Lontano M. Effect of magnetic component of laser field on efficiency of high-energy photon burst generation from atoms ionized by few-optical-cycle pulses // *ICONO'98: Ultrafast Phenomena and Interaction of Super-Strong Laser Fields with Matter: Nonlinear Optics and High-Field Physics* (M.V. Fedorov, V.M. Gordienko, V.I. Shuvalov, V.D. Taranukhin, Eds.). *Proc. SPIE.* V. 3735. 1999. P. 158-164.
50. Krausz F., Ivanov M. Attosecond physics // *Rev. Mod. Phys.* 2009. V. 81, № 1. P. 163-234.
51. Krause J.L., Schafer K.J., Kulander K.C. High-order harmonic generation from atoms and ions in the high intensity regime // *Phys. Rev. Lett.* 1992. V. 68, № 24. P. 3535-3538.
52. Lambert G., Hara T., Garzella D. et al. Injection of harmonics generated in gas in a free-electron laser providing intense and coherent extreme-ultraviolet light // *Nature Phys.* 2008. V. 4. № 4. P. 296–300.
53. Lewenstein M., Balcou Ph., Ivanov M.Yu., L'Huillier A., Corkum P.B. Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields // *Phys. Rev. A.* 1994. V. 49, № 3. P. 2117-2132.
54. Li J., Ren X., Yin Y., Zhao K., Chew A., Cheng Y., Cunningham E., Wang Y., Hu S., Wu Y., Chini M., Chang Z. 53-attosecond X-ray pulses reach the carbon K-edge // *Nat. Commun.* 2017. V. 8. № 1. Art. no. 186.
55. Liu T.T., Kanai T., Sekikawa T., Watanabe S. Significant enhancement of high-order harmonics below 10 nm in a two-color laser field // *Phys. Rev. A.* 2006. V. 73, № 6. Art. no. 063823.
56. Mauritsson J., Johnsson P., Gustafsson E., L'Huillier A., Schafer K.J., Gaarde M.B. Attosecond pulse trains generated using two color laser fields // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 97, № 1. Art. no. 013001.

57. McPherson A., Gibson G., Jara H., Johann U., Luk T.S., McIntyre I.A., Boyer K., Rhodes C.K. Studies of multiphoton production of vacuum-ultraviolet radiation in the rare gases // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1987. V. 4, № 4. P. 595-601.
58. Moreno P., Plaja L., Malyshev V., Roso L. Influence of barrier suppression in high-order harmonic generation // *Phys. Rev. A.* 1995. V. 51, № 6. P. 4746-4753.
59. Muller H.G. Numerical simulation of high-order above-threshold-ionization enhancement in argon // *Phys. Rev. A.* 1999. V. 60, № 2. P. 1341-1350.
60. Palaniyappan S., Chebregziabher I., DiChiara A., MacDonald J., Walker B.C. Emergence from nonrelativistic strong-field rescattering to ultrastrong-field laser-atom physics: A semiclassical analysis // *Phys. Rev. A.* 2006. V. 74, № 3. Art. no.033403.
61. Pérez-Hernández J.A., Roso L., Plaja L. Harmonic generation beyond the Strong-Field Approximation: the physics behind the short-wave-infrared scaling laws // *Opt. Express.* 2009. V. 17, № 12. P. 9891-9903.
62. Pellegrini C., Marinelli A., Reiche S. The physics of x-ray free-electron lasers // *Rev. Mod. Phys.* 2016. V. 88, № 1. Art. no. 015006.
63. Pfeifer T., Spielmann C., Gerber G. Femtosecond x-ray science // *Rep. Prog. Phys.* 2006. V. 69, № 2. P. 443-505.
64. Popmintchev T., Chen M.-C., Bahabad A., Gerrity M., Sidorenko P., Cohen O., Christov I.P., Murnane M.M., Kapteyn H.C. Phase matching of high harmonic generation in the soft and hard X-ray regions of the spectrum // *Proc. Natl Acad. Sci. USA.* 2009. V. 106, № 26. P. 10516-10521.
65. Popmintchev T., Chen M.-C., Popmintchev D., Arpin P., Brown S., Ališauskas S., Andriukaitis G., Balčiunas T., Mücke O.D., Pugzlys A., Baltuška A., Shim B., Schrauth S.E., Gaeta A., Hernández-Garsía C., Plaja L., Becker A., Jaron-Becker A., Murnane M.M., Kapteyn H.C. Bright coherent ultrahigh harmonics in the keV X-ray regime from mid-infrared femtosecond lasers // *Science.* 2012. V. 336, № 6086. P. 1287-1291.

66. Popov A.M., Tikhonova O.V., Volkova E.A. Numerical investigation of atomic dynamics in strong ultrashort laser pulses // *Laser Phys.* 2011. V. 21, № 9. P. 1593-1612.
67. Sansone G., Kelkensberg F., Pérez-Torres J.F., Morales F., Kling M.F., Siu W., Ghafur O., Johnsson P., Swoboda M., Benedetti E., Ferrari F., Lépine F., Sanz-Vicario J.L., Zherebtsov S., Znakovskaya I., L'Huillier A., Ivanov M.Yu., Nisoli M., Martín F., Vrakking M.J.J. Electron localization following attosecond molecular photoionization // *Nature.* 2010. V. 465, № 7229. P. 763-766.
68. Schmidt B.E., Béjot P., Giguère M., Shiner A.D., Trallero-Herrero C., Bisson É., Kasparian J., Wolf J.-P., Villeneuve D.M., Kieffer J.-C., Corkum P.B., Légaré F. Compression of 1.8 μm laser pulses to sub two optical cycles with bulk material // *Appl. Phys. Lett.* 2010. V. 96, № 12. Art. no. 121109.
69. Schütte B., Weber P., Kovács K., Balogh E., Major B., Tosa V., Han S., Vrakking M.J.J., Varjú K., Rouzée A. Bright attosecond soft X-ray pulse trains by transient phase-matching in two-color high-order harmonic generation // *Opt. Express.* 2015. V. 23, № 26. P. 33947–33955.
70. Schultze M., Bothschafter E.M., Sommer A., Holzner S., Schweinberger W., Fiess M., Hofstetter M., Kienberger R., Apalkov V., Yakovlev V.S., Stockman M.I., Krausz F. Controlling dielectrics with the electric field of light // *Nature.* 2013. V. 493, № 7430. P. 75-78.
71. Schultze M., Fiess M., Karpowicz N., Gagnon J., Korbman M., Hofstetter M., Neppl S., Cavalieri A.L., Komninos Y., Mercouris Th., Nicolaidis C.A., Pazourek R., Nagele S., Feist J., Burgdörfer J., Azzeer A.M., Ernstorfer R., Kienberger R., Kleineberg U., Goulielmakis E., Krausz F., Yakovlev V.S. Delay in photoemission // *Science.* 2010. V. 328, № 5986. P. 1658-1662.
72. Seres E., Seres J., Spielmann C. X-ray absorption spectroscopy in the keV range with laser generated high harmonic radiation // *Appl. Phys. Lett.* 2006. V. 89, № 18. Art. no. 181919.

- 73.Seres J., Seres E., Verhoef A.J., Tempea G., Streli C., Wobrauschek P., Yakovlev V., Scrinzi A., Spielmann C., Krausz F. Source of coherent kiloelectronvolt X-rays // *Nature*. 2005. V. 433, № 7026. P. 596.
- 74.Shan B., Chang Z. Dramatic extension of the high-order harmonic cutoff by using a long-wavelength driving field // *Phys. Rev. A*. 2001. V. 65, № 1. Art. no. 011804 (R).
- 75.Shiner A.D., Trallero-Herrero C., Kajumba N., Bandulet H.-C., Comtois D., Légaré F., Giguère M., Kieffer J.-C., Corkum P.B., Villeneuve D.M. Wavelength scaling of high harmonic generation efficiency // *Phys. Rev. Lett.* 2009. V. 103, № 7. Art. no. 073902.
- 76.Schiessl K., Persson E., Scrinzi A., Burgdörfer J. Enhancement of high-order harmonic generation by a two-color field: Influence of propagation effects // *Phys. Rev. A*. 2006. V. 74, № 5. Art. no. 053412.
- 77.Silaev A.A., Ryabikin M.Yu., Vvedenskii N.V. Strong-field phenomena caused by ultrashort laser pulses: effective 1D and 2D quantum-mechanical descriptions // *Phys. Rev. A*. 2010. V. 82, № 3. Art. no. 033416.
- 78.Spielmann Ch., Burnett N.H., Sartania S., Koppitsch R., Schnürer M., Kan C., Lenzner M., Wobrauschek P., Krausz F. Generation of coherent x-rays in the water window using 5-femtosecond laser pulses // *Science*. 1997. V. 278, № 5338. P. 661-664.
- 79.Strelkov V.V., Sterjantov A.F., Shubin N.Yu., Platonenko V.T. XUV generation with several-cycle laser pulse in barrier-suppression regime // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2006. V. 39, № 3. P. 577-589.
- 80.Suckewer S., Jaeglé P. X-ray laser: past, present, and future // *Laser Phys. Lett.* 2009. V. 6, № 6. P. 411-436.
- 81.Taranukhin V.D. Relativistic high-order harmonic generation // *Laser Phys.* 2000. V. 10, № 1. P. 330–336.
- 82.Tate J., Auguste T., Muller H.G., Salières P., Agostini P., DiMauro L.F. Scaling of wave-packet dynamics in an intense midinfrared field // *Phys. Rev. Lett.* 2007. V. 98, № 1. Art. no. 013901.

83. Tong X.M., Chu S.I. Theoretical study of multiple high-order harmonic generation by intense ultrashort pulsed laser fields: A new generalized pseudospectral time-dependent method // *Chem. Phys.* 1997. V. 217, № 2-3. P. 119-130.
84. Tong X.M., Lin C.D. Empirical formula for static field ionization rates of atoms and molecules by lasers in the barrier-suppression regime // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* 2005. V. 38, № 15. P. 2593-2600.
85. Uiberacker M., Uphues Th., Schultze M., Verhoef A.J., Yakovlev V., Kling M.F., Rauschenberger J., Kabachnik N.M., Schröder H., Lezius M., Kompa K.L., Müller H.-G., Vrakking M.J.J., Hendel S., Kleineberg U., Heinzmann U., Drescher M., Krausz F. Attosecond real-time observation of electron tunnelling in atoms // *Nature*. 2007. V. 446, № 7136. P. 627-632.
86. Vozzi C., Calegari F., Benedetti E., Gasilov S., Sansone G., Cerullo G., Nisoli M., De Silvestri S., Stagira S. Millijoule-level phase-stabilized few-optical-cycle infrared parametric source // *Opt. Lett.* 2007. V. 32, № 20. P. 2957 -2959.
87. Vozzi C., Negro M., Stagira S. Strong-field phenomena driven by mid-infrared ultrafast sources // *J. Mod. Opt.* 2012. V. 59, № 15. P. 1283-1302.
88. Walser M.W., Keitel C.H., Scrinzi A., Brabec T. High harmonic generation beyond the electric dipole approximation // *Phys. Rev. Lett.* 2000. V. 85, № 24. P. 5082-5085.
89. Wang Y., Granados E., Pedaci F., Alessi D., Luther B., Berrill M., Rocca J.J. Phase-coherent, injection-seeded, table-top soft-X-ray lasers at 18.9 nm and 13.9 nm // *Nature Photon.* 2008. V. 2. № 2. P. 94–98.
90. Wang F., He L., Zhai C., Shi W., Zhang Q., Lan P., Lu P. Time-dependent phase matching of high-order-harmonic generation // *Phys. Rev. A.* 2015. V. 92, № 6. Art. no. 063839.
91. Yakovlev V.S., Ivanov M., Krausz F. Enhanced phase-matching for generation of soft X-ray harmonics and attosecond pulses in atomic gases // *Opt. Express.* 2007. V. 15, № 23. P. 15351-15364.

92. Zeitoun P., Faivre G.; Sebban S. et al. A high-intensity highly coherent soft X-ray femtosecond laser seeded by a high harmonic beam // *Nature*. 2004. V. 431. № 7007. P. 426–429.
93. Zhao K., Zhang Q., Chini M., Wu Y., Wang X., Chang Z. Tailoring a 67 attosecond pulse through advantageous phase-mismatch // *Opt. Lett.* 2012. V. 37, № 18. P. 3891-3893
94. Le A.-T., Wei H., Jin C., Tuoc V.N., Morishita T., Lin C.D. Universality of returning electron wave packet in high-order harmonic generation with midinfrared laser pulses // *Phys. Rev. Lett.* 2014. V. 113, № 3. Art. no. 033001.
95. Frolov M.V., Manakov N.L., Xiong W.-H., Peng L.-Y., Burgdörfer J., Starace A.F. Scaling laws for high-order-harmonic generation with midinfrared laser pulses // *Phys. Rev. A*. 2015. V. 92, № 2. Art. no. 023409.
96. Eichmann H., Egbert A., Nolte S., Momma C., Wellegehausen B., Becker W., Long S., McIver J.K. Polarization-dependent high-order two-color mixing // *Phys. Rev. A*. 1995. V. 51, № 5. P. R3414-R3417.
97. Kfir O., Grychtol P., Turgut E., Knut R., Zusin D., Popmintchev D., Popmintchev T., Nembach H., Shaw J.M., Fleischer A., Kapteyn H., Murnane M., Cohen O. Generation of bright phase-matched circularly-polarized extreme ultraviolet high harmonics // *Nature Photon.* 2015. V. 9. P. 99-105.
98. Long S., Becker W., McIver J.K. Model calculations of polarization-dependent two-color high-harmonic generation // *Phys. Rev. A*. 1995. V. 52, № 3. P. 2262-2278.
99. Milošević D.B., Becker W., Kopold R. Generation of circularly polarized high-order harmonics by two-color coplanar field mixing // *Phys. Rev. A*. 2000. V. 61, № 6. Art. no. 063403.
100. Frolov M.V., Manakov N.L., Silaev A.A., Vvedenskii N.V. Analytic description of high-order harmonic generation by atoms in a two-color laser field // *Phys. Rev. A*. 2010. V. 81, № 6. Art. no. 063407.