

УДК

ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ВНУТРЕННИХ ВОЛН, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ПЛАВУЧИМИ СТРУЯМИ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

© 2008 г. Е. В. Ежова, Д. А. Сергеев, И. А. Соустова, В. И. Казаков, Ю. И. Троицкая

*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород
E-mail: kateezhova@yandex.ru*

Масштабное лабораторное моделирование истечения сточных вод из диффузоров подводных коллекторов показало, что при взаимодействии турбулентных плавучих струй с областью скачка температуры (термоклин) происходит интенсивная генерация внутренних волн, а под термоклином формируется струйное течение. Построена теоретическая модель поля внутренних волн на фоне данной структуры полей скорости и плотности. Показано, что для таких систем характерен бимодальный режим возбуждения внутренних волн, при этом первая мода локализована в области термоклина, а вторая – в области струи. Коэффициенты возбуждения мод хорошо описываются в рамках механизма автогенерации внутренних волн всплывающими струями.

Сброс сточных вод представляет собой значительную антропогенную нагрузку, воздействуя на общий массообмен, гидродинамику и состояние экосистемы прибрежной зоны. Комплексное исследование этих процессов включает в себя математическое моделирование динамики затопленных турбулентных струй [1–4], контактные методы [5], а также аэрокосмические дистанционные методы [6], которые основаны на обнаружении и оценке поверхностных проявлений подводных стоков. Физические механизмы, которые могут вызвать поверхностные проявления сточных вод, в настоящее время не выяснены. Помимо прямого выхода сточных вод на поверхность, в [7] предложены механизмы, обусловленные деформацией поверхности всплывающими вихрями или внутренними волнами, а в [6] поверхностные проявления подводных стоков объясняются сложным взаимодействием турбулентности, внутренних волн, приливных течений и донной топографии. Выяснение физических механизмов таких проявлений чрезвычайно важно с точки зрения интерпретации полученных результатов и выбора оптимального метода дистанционной диагностики и его параметров.

Основная цель настоящей работы – детальное изучение полей внутренних волн, излучаемых источником вблизи коллектора.

Изучение гидродинамических процессов вблизи подводного коллектора сточных вод на основе масштабного лабораторного моделирования проводили в Большом термостратифицированном бассейне ИПФ РАН (БТСБ) [8]. Установлено, что при взаимодействии факелов с пикноклином происходит интенсивная генерация внутренних волн.

Колебания температуры воды, вызванные всплыванием струй, фиксировались с помощью гирлянды из 14 термисторов. По измеренным временным температурным разрезам рассчитывали изотермы, характеризующие смещения жидких частиц относительно равновесного уровня, вычисляли их спектры, а также дисперсии смещений изотерм. В [9] было показано, что спектры изотерм имеют выраженный максимум в интервале частот от $f_0 = 0.02$ Гц до $f_{\max} = 0.05$ Гц, при этом максимальная частота плавучести N_0 составляла 0.07 Гц, т.е. максимум спектра находится в диапазоне распространения внутренних волн. Дисперсия смещений каждой изотермы вычислялась по формуле $\langle \sigma^2 \rangle = \int_{f_0}^{f_{\max}} \text{Sp}(f) df$, где $\text{Sp}(f)$ – спектр смещений изотерм

относительно среднего уровня. Пример профиля дисперсии смещений изотерм $\sigma^2(z)$ для скорости истечения жидкости из модели коллектора $V = 100$ см/с приведен на рис. 1. Фактически профиль $\sigma^2(z)$ характеризует распределение амплитуды колебаний по глубине, которое определяется структурой поля внутренних волн. Зависимость $\sigma^2(z)$ имеет два максимума: в термоклине и в струе. При этом максимум в термоклине выражен слабо по сравнению с максимумом в струе.

Эксперименты показали, что при истечении плавучей жидкости из модели коллектора сточных вод формировалось сдвиговое течение со струйным профилем скорости, локализованное ниже термоклина. Были получены дисперсионные соотношения и структуры первой и второй мод внутренних волн в стратифицированной жидкости при наличии струйного течения под термоклином.

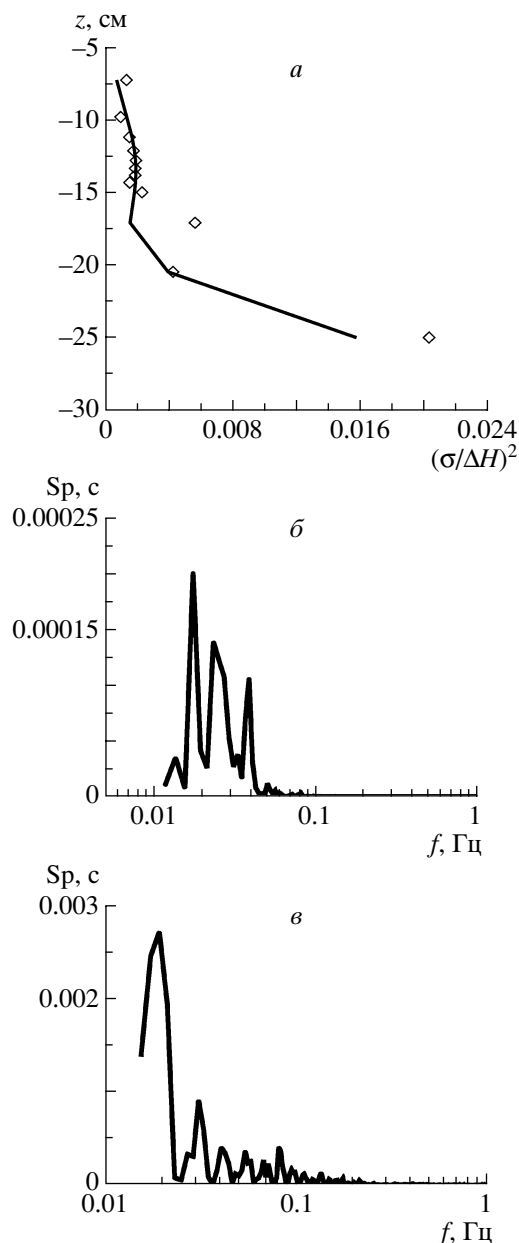


Рис. 1. *a* – пример аппроксимации вертикальной структуры моды для $V = 100$ см/с (\diamond – экспериментальные данные); *b* – спектр амплитуд колебаний $A(t)$ и *в* – $B(t)$ на 1-й и 2-й модах.

Дисперсионное соотношение и структура мод находятся из решения задачи на собственные значения для уравнения Тейлора–Голдстейна:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - k^2 \psi + \frac{N^2(z)}{(U_0(z) - c)^2} \psi - \frac{U_0''(z)}{(U_0(z) - c)} \psi = 0, \quad (1)$$

с граничными условиями на дне и поверхности бассейна $\psi(H_u) = \psi(H_d) = 0$. Здесь ψ – функция тока, k – волновое число, $N(z)$ – частота плавучести, U_0 – профиль скорости струи под термоклином, $c = \omega/k$ –

фазовая скорость волны. Профили частоты плавучести и скорости распространения струи под термоклином получены из аппроксимации данных эксперимента.

Приведем уравнение (1) к безразмерному виду, используя следующие замены переменных:

$$\xi = \frac{z}{\Delta H}, \quad \alpha = k\Delta H, \quad \tilde{U}_0 = \frac{U_0}{U_m},$$

$$\tilde{N} = \frac{N}{N_0}, \quad C = \frac{c}{U_m}, \quad \Psi = \frac{\psi}{U_m \Delta H},$$

и вводя дополнительно параметр, называемый ниже глобальным числом Ричардсона:

$$R = \frac{N_0^2 (\Delta H)^2}{U_m^2}.$$

Здесь ΔH – полуширина термоклина, N_0 – максимальная частота плавучести, U_m – максимальное значение скорости струи.

Тогда уравнение (1) примет вид

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \alpha^2 \Psi + \frac{R \tilde{N}^2}{(\tilde{U}_0 - C)^2} \Psi - \frac{\tilde{U}_0''}{(\tilde{U}_0 - C)} \Psi = 0 \quad (2)$$

с граничными условиями $\Psi(\xi_u) = \Psi(\xi_d) = 0$.

Решение уравнения (2) можно искать в виде суперпозиции двух линейно независимых функций:

$$\Psi = A\phi_1 + B\phi_2.$$

Задавая действительное безразмерное волновое число α и значения комплексных амплитуд ϕ_1 и ϕ_2 при $\xi = 0$, при помощи метода Рунге–Кутты мы можем найти решение уравнения (2). Затем из равенства нулю детерминанта системы, составленной из граничных условий

$$A\phi_1(\xi_u) + B\phi_2(\xi_u) = 0,$$

$$A\phi_1(\xi_d) + B\phi_2(\xi_d) = 0,$$

получим систему нелинейных уравнений для определения комплексного собственного значения C .

На рис. 2 приведены примеры дисперсионных характеристик для первой и второй мод в стратифицированном бассейне при наличии струйного течения под термоклином и в покоящейся стратифицированной жидкости. Из рис. 2 видно, что наличие струи приводит к заметному изменению дисперсионных характеристик (в частности, при $k\Delta H \rightarrow \infty$ кривые выходят на асимптотику $\omega = kU_0$, где U_0 – максимальное значение скорости струйного течения). При этом дисперсионная характеристика второй моды практически сразу выходит на “струйную асимптотику”.

Структуру мод рассчитывали для средней частоты из интервала, соответствующего спектральному пику, $\omega \approx \omega_0 = 0.035$ Гц или $\omega/N_0 = 0.5$. На

рис. 3 показаны структуры первой и второй мод в отсутствие струи и при ее наличии в стратифицированном бассейне. Видно, что структура первой моды практически не изменилась, в то время как один из максимумов второй моды сместился из области термоклина в область струи. Таким образом, на частоте генерации первая мода имеет максимум, локализованный вблизи термоклина, а вторая мода имеет выраженный максимум в струе и слабый в области термоклина. Наличие “струйного максимума” второй моды, связанного с наличием струи, позволило объяснить особенности структуры поля внутренних волн.

Бимодальная форма профиля дисперсии смещений изотерм типична для смешанного режима возбуждения внутренних волн, когда одновременно существуют первая и вторая моды. При этом на наличие первой моды указывают выраженные колебания в термокline, а резкое увеличение амплитуды колебаний в струе может соответствовать второй моде. Для проверки этой гипотезы нами был проведен модовый анализ поля смещений изотерм, полученного в эксперименте. Разложение структуры поля по модам можно искать в виде

$$\xi(z, t) = A(t)\varphi_1(z, \omega_0, k_1(\omega_0)) + B(t)\varphi_2(z, \omega_0, k_2(\omega_0)),$$

где φ_1 и φ_2 – собственные моды системы на частоте спектрального пика. Собственные моды нормировали так, чтобы максимумы были равны 1. При этом зависимости $A(t)$ и $B(t)$ показывают временные зависимости максимумов смещения изотерм в первой и второй модах.

Процедуру определения коэффициентов $A(t)$ и $B(t)$ проводили с использованием метода наименьших квадратов. При этом коэффициенты $A(t)$ и $B(t)$ получаются из решения системы

$$\begin{aligned} A(t) \sum_{i=1}^N \varphi_1^2(z_i) + B(t) \sum_{i=1}^N \varphi_1(z_i)\varphi_2(z_i) &= \\ &= \sum_{i=1}^N \varphi_1(z_i)\xi(z_i, t), \\ A(t) \sum_{i=1}^N \varphi_1(z_i)\varphi_2(z_i) + B(t) \sum_{i=1}^N \varphi_2^2(z_i) &= \\ &= \sum_{i=1}^N \varphi_2(z_i)\xi(z_i, t), \end{aligned}$$

где z_i – узлы сетки, в которых производится аппроксимация. Видно, что суперпозиция первой и второй мод хорошо аппроксимирует экспериментальную зависимость (рис. 1).

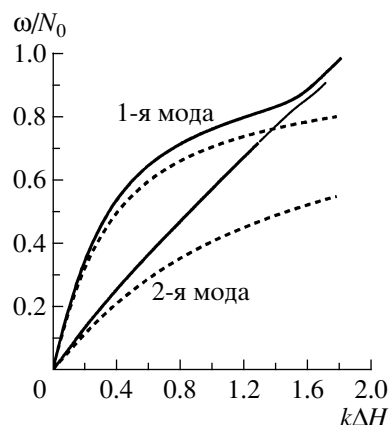


Рис. 2. Дисперсионные характеристики для 1-й и 2-й мод при наличии струйного течения под термоклином (сплошная линия) и в покоящейся стратифицированной жидкости (пунктирная линия).

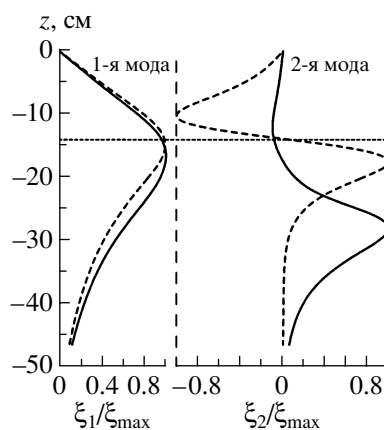


Рис. 3. Структуры первой и второй мод при наличии струйного течения под термоклином (сплошная линия) и в покоящейся стратифицированной жидкости (пунктирная линия).

На рис. 1б, в показаны спектры амплитуд колебаний $A(t)$ и $B(t)$ на первой и второй модах. Спектр коэффициента возбуждения первой моды $A(t)$ имеет выраженный пик в интервале частот от 0.02 до 0.05 Гц (ниже максимальной частоты плавучести). В то же время спектр коэффициента $B(t)$ широкий. Это соответствует тому, что в термокline возбуждаются внутренние волны со сравнительно узким спектром, а колебания в струе определяются турбулентными флуктуациями скорости течения. Отметим более высокую спектральную плотность мощности колебаний коэффициента $B(t)$ по сравнению с $A(t)$. Это обусловлено тем, что амплитуда смещений изотерм в струе значительно превышает амплитуду смещений изотерм в термокline.

Исследованы зависимости амплитуды колебаний изотерм от контрольного параметра (скорости истечения жидкости из модели коллектора) для

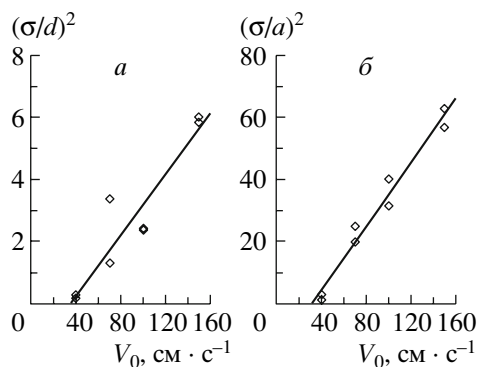


Рис. 4. Зависимости дисперсий колебаний изотерм от контрольного параметра задачи: *a* – для 1-й моды, *б* – для 2-й моды (*d* – диаметр выходного отверстия на модели коллектора).

каждой из двух мод (рис. 4). Зависимости хорошо аппроксимируются стационарным решением уравнения Ландау:

$$\frac{da}{dt} = (\mu(R - R_c) - \nu|a|^2)a, \quad (3)$$

которое описывает мягкий режим возбуждения автоколебаний в нелинейных средах с малой надкритичностью [10] (здесь *a* – амплитуда колебаний, *R* – управляющий параметр, *R_c* – его критическое значение, *ν* – параметр нелинейного затухания). Это позволило выдвинуть предположение о механизме возбуждения внутренних волн, в качестве источника которых рассматриваются автоколебания всплывающей струи.

Явление автоколебаний в пространственно развивающихся струйных течениях подробно исследовано в [11–13]. Авторы показали, что автоколебания возникают вследствие возбуждения и эволюции в струе глобально неустойчивой моды – собственной моды непараллельного течения, локализованной в пространстве и нарастающей во времени. Как показано в [11], амплитуда глобальной моды при переходе к автоколебательному режиму удовлетворяет уравнению Ландау (3). Таким образом, полученные зависимости амплитуд колебаний мод от контрольного параметра (рис. 4) – достоверный признак возбуждения глобально неустойчивой моды.

Для исследования деталей взаимодействия струйного течения с термоклином был проведен эксперимент в малом бассейне с солевой стратификацией, его постановка была аналогична ис-

пользованной в большом термостратифицированном бассейне. Подробное описание эксперимента дано в [8]. В этой же работе выполнены теоретические оценки частоты глобально неустойчивой моды и получено хорошее согласие с данными эксперимента.

Таким образом, возможен следующий механизм генерации внутренних волн всплывающей струей. При взаимодействии всплывающей струи с пикноклином возникают автоколебания глобально неустойчивой моды. Если частота этих колебаний оказывается ниже максимальной частоты плавучести в пикноклине, то происходит интенсивная генерация внутренних волн.

Авторы выражают благодарность академику А.В. Гапонову-Грехову, академику В.Г. Бондуру, профессору К.Д. Сабину и доктору Ю.В. Гребенюку за стимулирующие дискуссии.

Работа выполнена по заказу ЦПМ Аэрокосмос, а также при поддержке РФФИ (проекты № 06-05-64473, 06-05-64890, 07-05-99210-НЦНИЛ_а, 08-05-97013-р_поволжье_а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977.
2. Koh C.Y., Brooks H.N. // Ann. Rev. Fluid Mech. 1975. V. 8. P. 187.
3. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В. // Иссл. Земли из космоса. 2001. № 6. С. 1.
4. Озмидов Р.В. Диффузия примесей в океане. Л.: Гидрометеиздат, 1986. 280 с.
5. Bondur V., Keeler R., Vithanage D. // Sea Technology. 2004. April. P. 53.
6. Bondur V., Zhurbas V., Grebenuk Yu. // Oceanology. 2006. V. 46. № 6. P. 805.
7. Bondur V., Keeler R., Gibson C. // Geophys. Res. Lett. 2005. 32. L12610; doi:10.1029/2005/GL022390.
8. Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Ежова Е.В. и др. // Докл. АН. 2008. Т. 419. № 5. С. 691.
9. Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Ежова Е.В. и др. // Препринт ИПФ РАН. 2008. № 751.
10. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, 1981.
11. Huerre P., Monkewitz P.A. // Ann. Rev. Fluid Mech. 1990. V. 22. P. 473.
12. Monkewitz P.A. // Eur. J. Mech. B / Fluids. 1990. V. 9. № 5. P. 395.
13. Monkewitz P.A., Huerre P., Chomaz J.-M. // J. Fluid Mech. 1993. V. 251. P. 1.