

УДК 551.466.8:532.5

## ПОВЕРХНОСТНЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН, ИЗЛУЧАЕМЫХ ЗАГЛУБЛЕННОЙ ПЛАВУЧЕЙ СТРУЕЙ. ЧАСТЬ 2. ПОЛЕ ВНУТРЕННИХ ВОЛН<sup>1</sup>

© 2010 г. В. Г. Бондур\*, Ю. В. Гребенюк\*, Е. В. Ежова\*\*, В. И. Казаков\*\*, Д. А. Сергеев\*\*,  
И. А. Соустова\*\*, Ю. И. Троицкая\*\*

\*ГУ Научный центр аэрокосмического мониторинга «Аэрокосмос» Рособразования и РАН

E-mail: vgbondur@aerocosmos.info

105064 Москва, Гороховский пер., 4

\*\*Институт прикладной физики РАН

E-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru

603950 Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46

Поступила в редакцию 12.08.2009 г.

В Большом термостратифицированном бассейне ИПФ РАН выполнено масштабное моделирование возбуждения внутренних волн турбулентными плавучими струями, выходящими из диффузоров подводных сбросовых систем, в условиях температурной стратификации с глубоким и мелким термоклином. С использованием модифицированного метода Particle Tracing Velocimetry (PTV) в режиме стратификации с мелким термоклином измерены скорости течений, создаваемых внутренними волнами на поверхности воды в бассейне. Развита теоретическая модель, описывающая поля внутренних волн в присутствии струйного течения. Получены дисперсионные соотношения и структуры низших (первой и второй) мод внутренних волн в стратифицированном бассейне при различных скоростях истечения жидкости из модели коллектора. Выполнено разложение экспериментально измеренного поля смещений изотерм по системе собственных мод внутренних волн. Показано, что в экспериментах наблюдается смешанный режим возбуждения внутренних волн, когда одновременно существуют первая и вторая моды. Проведено сопоставление характеристик возмущений в толще жидкости и на ее поверхности. Проведенный анализ позволил доказать, что поля скорости на поверхности действительно представляют собой поверхностные проявления внутренних волн.

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Глубинные стоки представляют собой значительную антропогенную нагрузку на прибрежную зону, воздействуя на ее общий массообмен, гидродинамику и состояние экосистемы. Комплексное исследование этих процессов включает в себя математическое моделирование динамики затопленных турбулентных струй [1–5], контактные измерения [6], а также аэрокосмические дистанционные методы мониторинга [7–10], которые основаны на обнаружении и оценке поверхностных проявлений подводных стоков. Физические механизмы, которые могут вызвать поверхностные проявления глубинных стоков к настоящему времени окончательно не выяснены. Помимо прямого выхода сбрасываемых вод на поверхность, обсуждаются механизмы, обусловленные деформацией поверхности всплывающими вихрями или внутренними волнами [7, 8, 10], а в ра-

боте [9] поверхностные проявления подводных стоков объясняются сложным взаимодействием турбулентности, внутренних волн, приливных течений и донной топографии.

В 1-й части настоящей работы [11] на основе масштабного лабораторного моделирования были изучены гидродинамические процессы вблизи подводного коллектора сбросовой системы и предложен механизм генерации внутренних волн. Источником таких волн при этом являются автоколебания плавучих струй, взаимодействующих с пикноклином [11–13]. Волны излучаются, если частота автоколебаний ниже максимальной частоты плавучести стратифицированной жидкости. Масштабное лабораторное моделирование гидродинамики подводной сбросовой системы показало эффективность такого способа возбуждения внутренних волн для типичных параметров сбросовых систем и стратификации прибрежной зоны.

Основной целью 2-й части настоящей работы является детальное изучение полей внутренних волн, излучаемых источником вблизи коллектора. Метод исследований включает в себя исследование

<sup>1</sup> Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др. Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной плавучей струей. Часть 1. Механизм генерации внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 833–845.

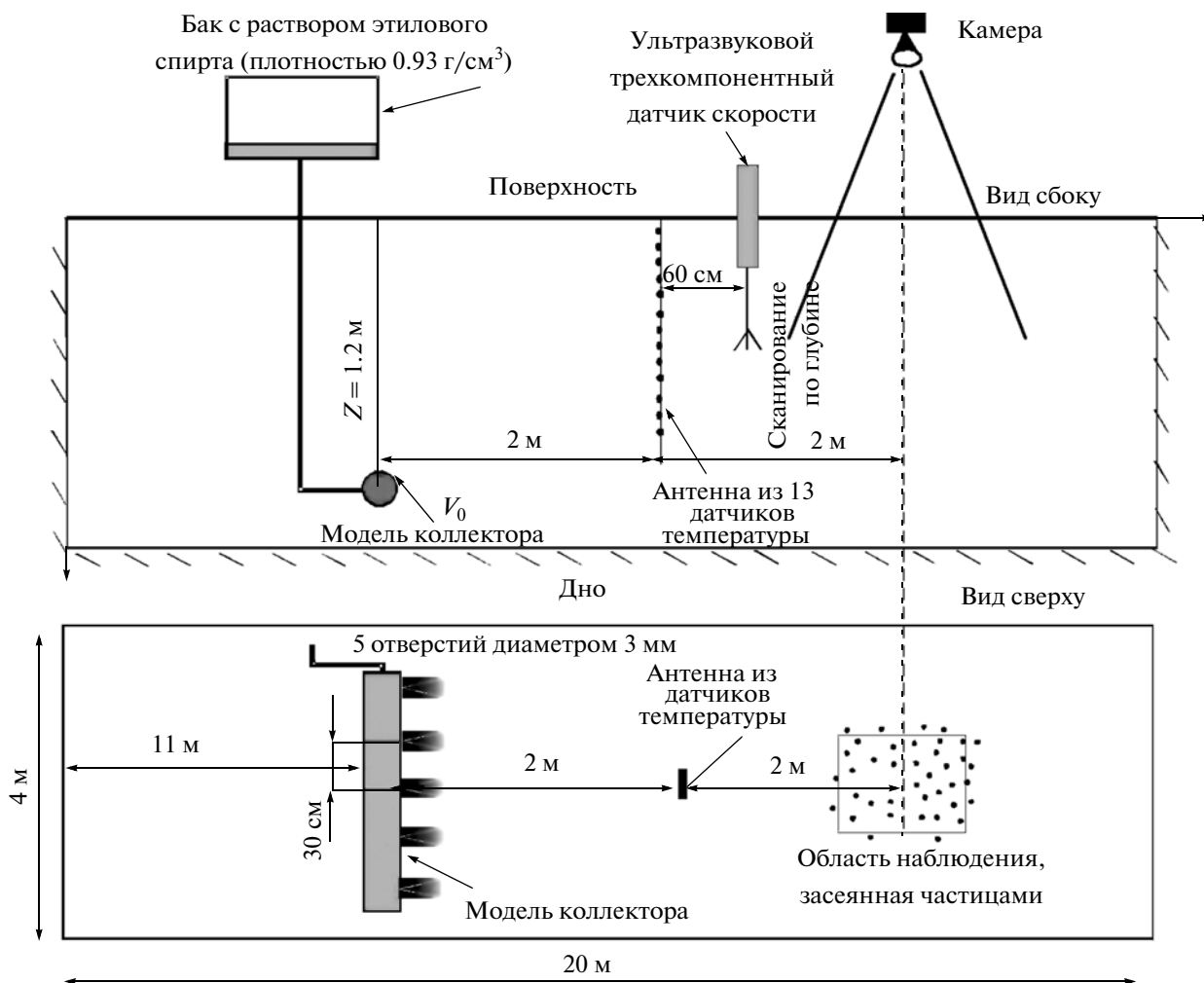


Рис. 1. Общая схема проведения экспериментов на БТСБ ИПФ РАН при расположении датчиков температуры и скорости перед областью наблюдения за поверхностью.

полей внутренних волн, излучаемых сбросовой системой в масштабно-моделируемых условиях, которые реализованы на базе Большого термостратифицированного бассейна ИПФ РАН [11, 12], а также их теоретическое описание.

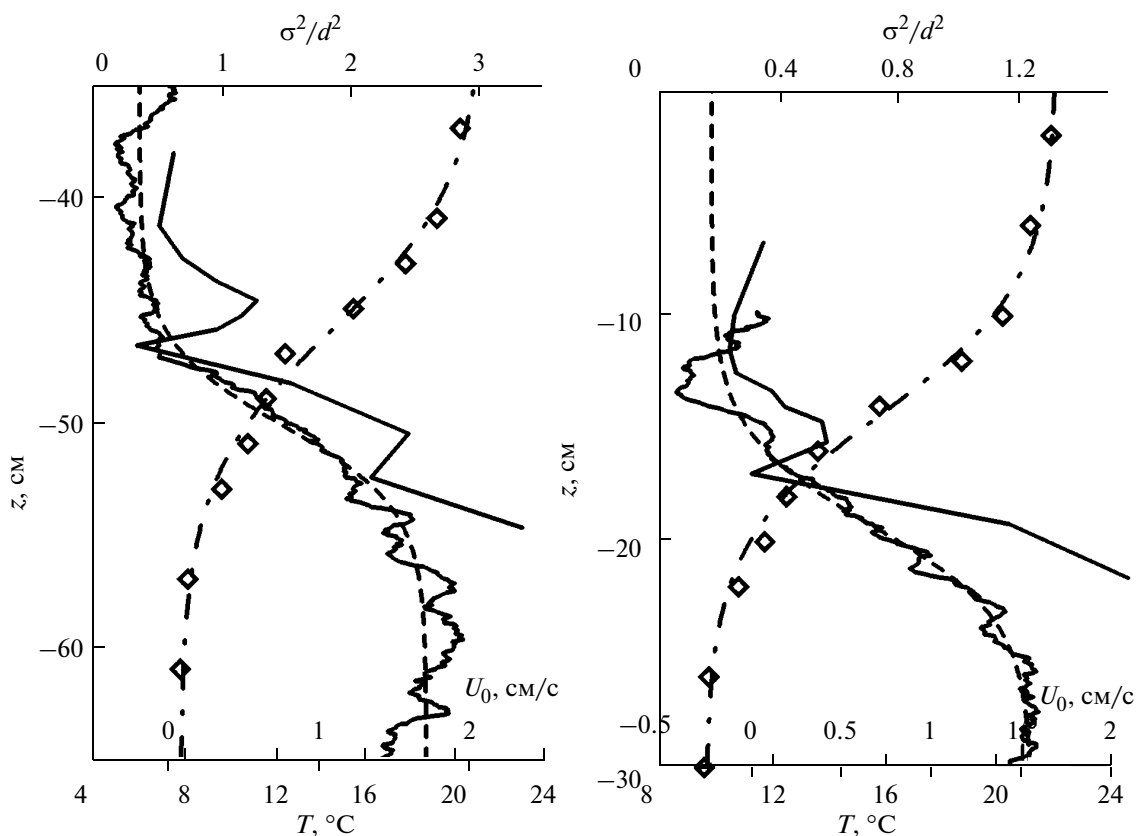
При этом найдены дисперсионные соотношения и структуры собственных мод волновых возмущений в жидкости с профилями плотности и скорости, полученными в эксперименте. Дана интерпретация вертикальной структуры поля температуры как суперпозиции нормальных мод внутренних волн, объясняющая ряд ее особенностей, наблюдаемых в эксперименте.

Работа имеет следующую структуру. В пункте 2 кратко описаны основные элементы экспериментальной установки, характеристики измерительной системы и методика эксперимента, дано описание фоновой стратификации и поля течений в бассейне. В пункте 3 проводится анализ результатов, полу-

ченных на БТСБ. Приведена структура полей внутренних волн, их спектральный состав. В пункте 4 описана теоретическая модель поля внутренних волн, рассчитана структура мод и их дисперсионные характеристики. В пункте 5 проведен модовый и дисперсионный анализ полей колебаний температуры, полученных в эксперименте, на основании которого дана интерпретация наблюдаемых колебаний как поля внутренних волн.

## 2. ОСНОВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ УСТАНОВКИ И ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ФОНОВАЯ СТРУКТУРА ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И СКОРОСТИ

В БТСБ ИПФ РАН было проведено две серии экспериментов, в которых изучались поля внутренних волн, возбуждаемых плавучими турбулентными струями. В первой серии экспериментов горизонт максимального градиента температуры распо-



**Рис. 2.** Средние характеристики течения: рабочий профиль стратификации (ромбики) и его аппроксимация (штрих-пунктирная линия), профиль средней скорости струи (сплошная линия) и его аппроксимации (пунктирная линия), профили среднеквадратичных отклонений: а – серия D, б – серия S2.

лагался на глубине 45–50 см (глубокий термоклин), а во второй – на глубине 13–15 см (мелкий термоклин). Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Колебания температуры воды, вызванные всплыванием струй, фиксировались с помощью гирлянды из 14 термисторов. Профили скорости течений измерялись трехкомпонентным доплеровским измерителем скорости.

В серии экспериментов с мелким термоклином было выполнено измерение скорости поверхностных течений, индуцируемых плавучими струями. Для этого использовался метод Particle Tracing Velocimetry (PTV) [14]. При этом ограниченная область наблюдения за поверхностью бассейна засеивалась частицами из полиэтилена черного цвета с характерным размером около 1.5 мм для создания контраста с белым дном. Движение частиц снималось сверху на цифровую видеокамеру, а полученные временные последовательности изображений затем обрабатывались на компьютере.

В связи с конструктивными особенностями экспериментального оборудования области измерения поверхностных течений и гирлянды датчиков, фиксирующих колебания температуры, были разнесены

вдоль бассейна на расстояние 1 и 2 м в разных экспериментах. Это дало возможность оценить групповую скорость внутренних волн по времени прихода возмущений на гирлянду термисторов и в область, засеянную частицами (см. раздел 4). Детальное описание методики измерения скорости течения на поверхности приведено в 3-й части настоящей работы.

Ниже эксперименты, выполненные в условиях глубокого термоклина, относятся к серии D, эксперименты в условиях мелкого термоклина, когда датчики температуры и область наблюдения за частицами были разнесены на расстояние 1 м, относятся к серии S1, а эксперименты, в которых они были разнесены на 2 метра – S2. Всего было проведено 25 экспериментов в серии D, 8 экспериментов в серии S1 и 6 экспериментов в серии S2.

Для каждой реализации по экспериментальным данным определялись осредненные по времени профили фоновой стратификации, которые хорошо аппроксимируются функцией вида

$$T = \frac{\Delta T}{2} \tan h \left( \frac{z + z_{\text{pysn}}}{\Delta H} \right) + T_{\text{avg}}, \quad (1)$$

Таблица 1.

Серия экспериментов	D	S1	S2
Заглубление струи относительно поверхности бассейна $H_u$ , см	47.7–52.6	16.5–17.6	15.6–20.2
Полуширина термоклина $\Delta H$ , см	5.9–7.6	3.9–4.7	5.1–6.9
Полуширина струи $\Delta h$ , см	2.5–5.7	2.4–3.9	4.0–6.2
Заглубление струи относительно центра термоклина $z^*$ , см	4.3–7.8	4.5–5.6	5.1–6.6
Максимальная частота плавучести $N_0$ , рад/с	0.346–0.414	0.456–0.508	0.423–0.442
Максимальная скорость в струе $U_{max}$ , см/с	1.40–2.24	0.65–0.80	1.11–1.97
Минимальная скорость в струе $U_{min}$ , см/с	–0.08–(–0.33)	–0.04–(–0.12)	–0.07–(–0.30)
$\gamma = \left(\frac{\Delta H}{\Delta h}\right)$	1.16–2.72	1.14–1.67	1.04–1.32
$\xi^* = \frac{z^*}{\Delta H}$	0.56–1.26	1.16–1.22	0.73–1.3
$R = \frac{N_0^2(\Delta H)^2}{U_m^2}$	1.26–3.32	6.74–9.19	1.9–3.93
$\beta = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}}$		1.13–1.35	

где  $\Delta T$  – величина скачка температуры,  $z_{pycn}$  – положение середины термоклина относительно поверхности бассейна,  $\Delta H$  – полутолщина термоклина,  $T_{avg}$  – средняя температура в области скачка (см. рис. 2). По известному профилю стратификации с помощью специально написанного программного обеспечения находились профили частоты плавучести

$$N(z) = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz}. \quad (2)$$

По показаниям датчика скорости определялись средние профили скорости для каждой реализации. Примеры профилей скорости приведены на рис. 2. Из рисунков видно, что в рассматриваемой области профили скорости хорошо описываются функцией:

$$U_0(z) = \frac{1}{2}(U_{max} + U_{min}) \left( 1 - \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}} \tan h\left(\frac{z}{\Delta h}\right) \right), \quad (3)$$

где  $U_{max}$  – максимальное значение скорости в струе,  $U_{min}$  – минимальное значение скорости,  $\Delta h$  – толщина слоя смешения.

Из табл. 1 видно, что  $U_{min} < 0$ , т.е. в верхнем слое присутствует слабое противотечение. Это противотечение может быть вызвано неоднородным прогревом жидкости системой теплообменников или каким-либо образом связано с движением самой струи. Противотечение увеличивает градиент скорости и таким образом влияет на структуру мод.

Параметры экспериментов для всех проведенных серий показаны в табл. 1.

### 3. СТРУКТУРА ПОЛЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН

По показаниям датчиков температуры рассчитывались изотермы, характеризующие смещения жидких частиц относительно равновесного уровня, вычислялись их спектры, а также величины среднеквадратичных отклонений. На рис. 3а показаны изотермы, соответствующие температурам от 9°C до 20°C с шагом 1°C, для скорости истечения жидкости из диффузора  $V_0 = 100$  см/с (серия D). Пунктиром выделены 4 изотермы в диапазоне от 9°C до 12°C.

Аналогичные примеры для серии S приведены на рис. 3б (здесь изотермы соответствуют температурам от 10°C до 20°C). Из рисунков видно, что

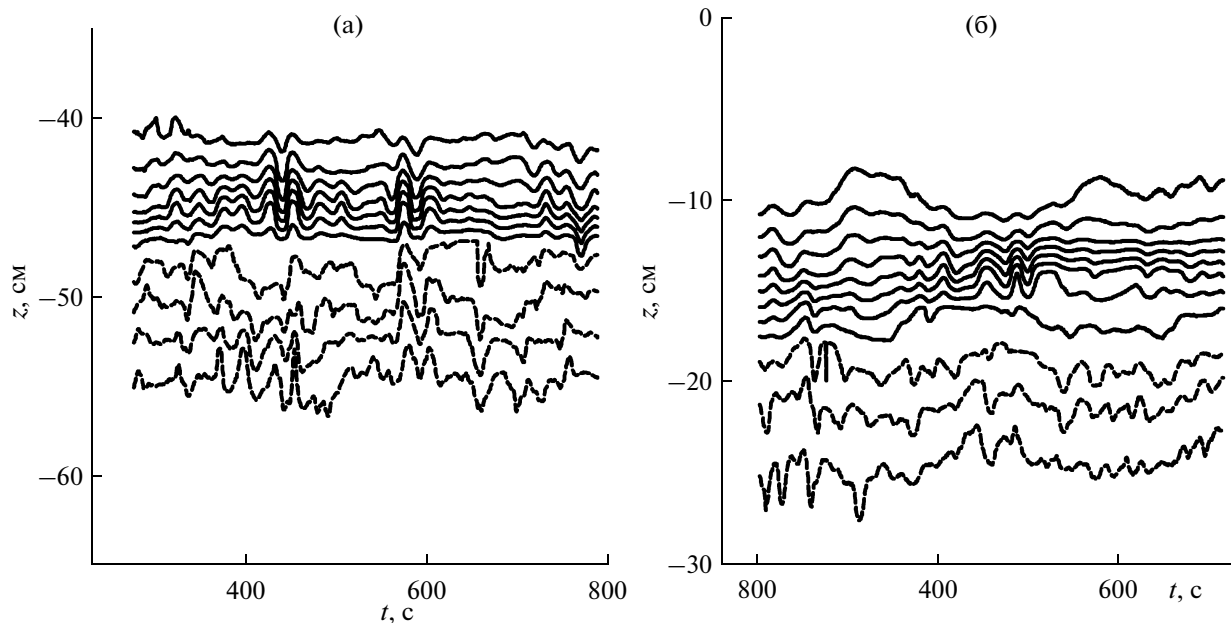


Рис. 3. Примеры временного среза поля температуры для серий D (а) и S2 (б).

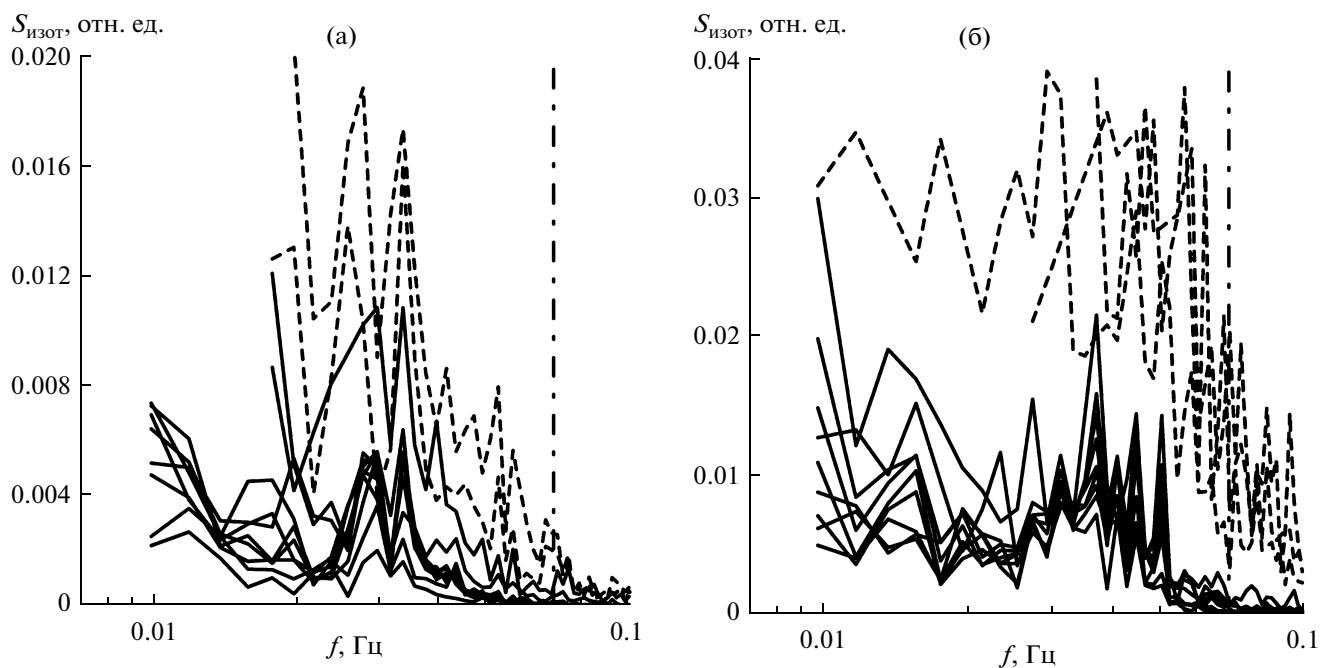


Рис. 4. Спектры изотерм для скорости истечения жидкости из модели коллектора  $V_0 = 100$  см/с (а – для серии D, б – для серии S1). Штрихпунктирной линией отмечено значение частоты плавучести.

всплывающая струя возбуждает интенсивные колебания температуры (смещения изотерм).

На рис. 4а, 4б показаны спектры смещений изотерм для скорости истечения жидкости из коллектора 100 см/с, полученные усреднением по ан-

самблю из всех полученных для данной скорости и стратификации реализаций (а – соответствует серии D, б – серии S). Спектры изотерм имеют выраженный максимум в интервале частот от  $f_0 = 0.02$  Гц до  $f_{\text{max}} = 0.05$  Гц, меньших максимальной частоты

плавучести, т.е. максимум спектра находится в диапазоне распространения внутренних волн. Дисперсия смещений каждой изотермы вычислялась по

$$\text{формуле } \langle \sigma^2 \rangle = \int_{f_0}^{f_{\max}} Sp(f) df, \text{ где } Sp(f) \text{ – спектр смещений изотерм относительно среднего уровня.}$$

Примеры профилей среднеквадратичных отклонений  $\sigma^2(z)$ , соответствующие скорости истечения жидкости из модели коллектора 100 см/с, для серий D и S приведены на рис. 2. Фактически профиль  $\sigma^2(z)$  характеризует распределение амплитуды колебаний по глубине, которое определяется структурой поля внутренних волн. Зависимость  $\sigma^2(z)$  имеет два максимума: в термоклине и в струе. При этом максимум в термоклине выражен слабо по сравнению с максимумом в струе.

#### 4. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПОЛЯ ВНУТРЕННИХ ВОЛН ВБЛИЗИ ПОДВОДНОЙ СБРОСОВОЙ СИСТЕМЫ

##### 4.1. Основные уравнения

Эксперименты, которые проводились на БТСБ, показали, что при истечении плавучей жидкости из модели коллектора формировалось сдвиговое течение со струйным профилем скорости, локализованное ниже термоклина. Скорость на оси струи составляла примерно 2 см/с (см. рис. 2). Как показано ниже, эта величина сравнима со скоростью короткопериодных внутренних волн, которые возбуждались в бассейне плавучей струей. В связи с этим можно ожидать, что это струйное течение будет оказывать заметное влияние на дисперсионные свойства внутренних волн и форму их собственных мод.

Для расчета этих характеристик в настоящей главе развита теоретическая модель поля внутренних волн в присутствии струйного течения. Эта модель также будет использована для интерпретации данных измерений скорости течений на поверхности (см. часть 3 настоящей работы [15]): по измеренным отклонениям изотерм в толще жидкости будет рассчитана скорость течения на поверхности воды и сопоставлена с данными измерений методом РТВ.

Рассмотрим следующую постановку задачи. Пусть бассейн заполнен стратифицированной жидкостью, в которой заданы невозмущенные профили плотности  $\rho_0(z)$  и частоты плавучести  $N(z)$ . При этом в толще жидкости присутствует сдвиговое течение с профилем скорости  $U_0(z)$  (см. рис. 2).

Для дальнейшего описания воспользуемся приближением идеальной несжимаемой жидкости, т.е.

уравнением Эйлера, условием несжимаемости и законом сохранения массы:

$$\begin{aligned} \rho_0 \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u}, \nabla) \mathbf{u} \right) &= -\nabla p - \rho_1 \mathbf{g}, \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + (\mathbf{u}, \nabla) \rho_1 + w \frac{d\rho_0}{dz} &= 0, \\ \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Будем искать решение системы (4) в виде суперпозиции невозмущенного течения и волновых возмущений:

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= U_0(z) \mathbf{x}_0 + \mathbf{u}_1, \\ p &= p_0 + p_1, \\ \rho &= \rho_0 + \rho_1. \end{aligned}$$

Линеаризованная по возмущениям система уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho_0 \left( \frac{\partial u_1}{\partial t} + U_0 \frac{\partial u_1}{\partial x} + w_1 \frac{\partial U_0}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p_1}{\partial x}, \\ \rho_0 \left( \frac{\partial w_1}{\partial t} + U_0 \frac{\partial w_1}{\partial x} \right) &= -\frac{\partial p_1}{\partial z} - \rho_1 g, \\ \rho_0 \left( \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + U_0 \frac{\partial \rho_1}{\partial x} \right) + w_1 \frac{d\rho_0}{dz} &= 0, \\ \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \tag{5}$$

где  $\mathbf{u} = \{u, w\}$ ,  $u$  и  $w$  – соответственно горизонтальная и вертикальная скорости возмущений,  $\rho_0(z)$  – невозмущенный профиль плотности.

Перейдем в системе (5) к переменным завихренность  $\Omega$  – функция тока  $\Psi$ . Тогда компоненты скорости выражаются через  $\Psi$  следующим образом:

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad w = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \text{ а система (5) принимает вид:}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Omega}{\partial t^2} + N^2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + U_0 \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x \partial t} - U_0'' \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial t} &= 0, \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} &= \Omega, \end{aligned} \tag{6}$$

здесь  $N(z) = -\frac{g}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dz}$  – профиль частоты плавучести.

Задача решается методом нормальных мод. Предположим, что решения пропорциональны  $\exp\{i(kx - \omega t)\}$ , тогда система (6) переходит в уравнение Тейлора–Голдстейна [16]:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} - k^2 \Psi + \frac{N^2}{(U_0 - c)^2} \Psi - \frac{U_0''}{(U_0 - c)} \Psi = 0. \tag{7}$$

Здесь  $c = \frac{\omega}{k}$  – фазовая скорость волны.

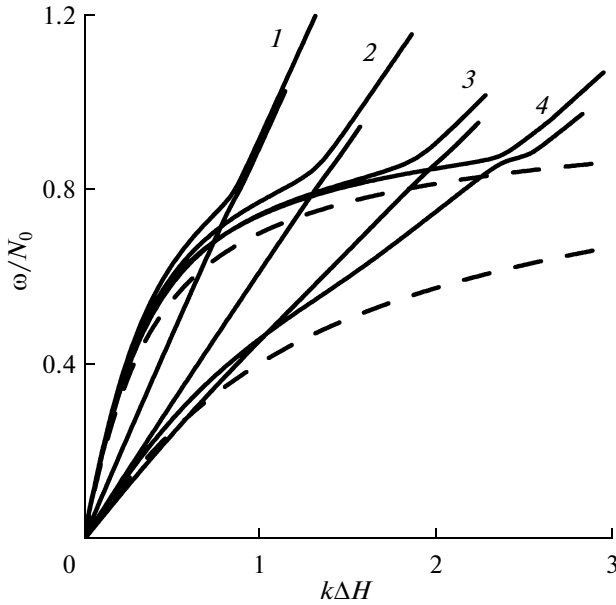


Рис. 5. Дисперсионные характеристики для первой и второй мод при  $Ri = 1.3$  (1),  $Ri = 3$  (2),  $Ri = 6$  (3),  $Ri = 10$  (4). Пунктиром изображены дисперсионные характеристики для первой и второй мод в отсутствие струи.

Граничные условия на дне и поверхности бассейна  $w(H_u) = w(H_d) = 0$ , и, следовательно,

$$\psi(H_u) = \psi(H_d) = 0. \quad (8)$$

Приведем уравнение к безразмерному виду, используя следующие замены переменных:

$$\xi = \frac{z}{\Delta H}, \quad \alpha = k\Delta H, \quad \tilde{U}_0 = \frac{U_0}{U_m},$$

$$\tilde{N} = \frac{N}{N_0}, \quad C = \frac{c}{U_m}, \quad \Psi = \frac{\psi}{U_m \Delta H},$$

где  $\Delta H$  – полутолщина термоклина,  $N_0$  – максимальное значение частоты плавучести,  $U_m = U_{\max} + U_{\min}$ . Для данных экспериментов значения этих параметров приведены в табл. 1.

Тогда уравнение (7) примет вид:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi^2} - \alpha^2 \Psi + \frac{R \tilde{N}^2(\xi)}{(\tilde{U}_0(\xi) - C)^2} \Psi - \frac{\tilde{U}_0''(\xi)}{(\tilde{U}_0(\xi) - C)} \Psi = 0 \quad (9)$$

с граничными условиями на дне  $\xi = \xi_d$  и поверхности  $\xi = \xi_u$ :

$$\Psi(\xi_u) = \Psi(\xi_d) = 0. \quad (10)$$

В уравнении (9):

$$\tilde{N}^2(\xi) = \frac{1}{ch^2(\xi - \xi^*)}, \quad \tilde{U}_0(\xi) = \frac{1}{2}(1 - \beta th(\gamma \xi)).$$

Таким образом, уравнение (9) содержит 4 основных безразмерных параметра – параметр, условно называемый глобальным числом Ричардсона:  $R = \frac{N_0^2(\Delta H)^2}{U_m^2}$ , отношение характерных масштабов термоклина и струи  $\gamma = \left(\frac{\Delta H}{\Delta h}\right)$ , безразмерное заглубление струи относительно центра термоклина  $\xi^* = \frac{z^*}{\Delta H}$  и дефект скорости  $\beta = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}}$ .

Значения этих параметров, используемые для численных расчетов, приведены в табл. 1.

#### 4.2. Дисперсионные характеристики внутренних волн в стратифицированной жидкости в присутствии струйных течений

Для определения дисперсионных характеристик внутренних волн решалась граничная задача (9)–(10) на собственные числа и собственные функции. При этом решение уравнения (9) представляется в виде суперпозиции двух линейно независимых функций:

$$\Psi(\xi) = A\varphi_1(\xi) + B\varphi_2(\xi),$$

где  $\varphi_1(\xi)$  и  $\varphi_2(\xi)$  – решения уравнения (9), причем  $\varphi_1(0) = 1$ ,  $\varphi_1'(0) = 0$  и  $\varphi_2(0) = 0$ ,  $\varphi_2'(0) = 1$ .

Граничные условия (10) дают линейную однородную систему для коэффициентов  $A$  и  $B$ :

$$A\varphi_1(\xi_u) + B\varphi_2(\xi_u) = 0,$$

$$A\varphi_1(\xi_d) + B\varphi_2(\xi_d) = 0.$$

Из равенства нулю детерминанта этой системы

$$\varphi_1(\xi_u)\varphi_2(\xi_d) - \varphi_1(\xi_d)\varphi_2(\xi_u) = 0$$

численно определяются дисперсионные характеристики внутренних волн.

На рис. 5 приведены примеры дисперсионных характеристик для первой и второй мод внутренних волн в стратифицированном бассейне при наличии струйного течения под термоклином, соответствующие числам Ричардсона 1.3; 3; 6 и 10 ( $Ri = 1.3$  – минимальное значение глобального числа Ричардсона, полученное в эксперименте, а  $Ri = 10$  – максимальное, см. табл. 1) и в покоящейся стратифицированной жидкости.

Из рис. 5 видно, что наличие струи приводит к заметному изменению дисперсионных характеристик: в частности, при  $k\Delta H \rightarrow \infty$  кривые выходят на асимптотику  $\omega = kU_{\max}$ , где  $U_{\max}$  – максимальное значение скорости струйного течения. Эта асимптотика соответствует потоковым волнам на струйном течении в жидкости без стратификации. При этом для первой моды выход на “струйную асимптотику” происходит тем быстрее, чем меньше число Ричардсона. Зависимости  $\omega(k)$  для второй моды выходят на

эту асимптотику при малых значениях безразмерного волнового числа. Структура мод рассчитывалась для средней частоты из интервала, соответствующего спектральному пику,  $\omega \approx \omega_0 = 0.035$  Гц или  $\frac{\omega}{N_0} \approx 0.5$ .

На рис. 6 показаны структуры первой и второй мод в отсутствие струи и при ее наличии в стратифицированном бассейне. Видно, что структура первой моды практически не изменилась, в то время как один из максимумов второй моды сместился из области термоклина в область струи. Таким образом, на частоте генерации первая мода имеет максимум, локализованный вблизи термоклина, а вторая мода имеет выраженный максимум в струе и слабый в области термоклина. Наличие “струйного максимума” второй моды, связанного с наличием струи, позволило объяснить особенности структуры поля внутренних волн (см. пункт 4.3).

По дисперсионным кривым, рассчитанным для каждого эксперимента в режиме стратификации с мелким термоклином, проведены оценки фазовой и групповой скоростей и длин волн возмущений в области частот, соответствующей спектральному пику, т.е. 0.02–0.05 Гц. Они приведены в табл. 2.

Групповые скорости возмущений сравнивались со скоростями распространения возмущений, полученными из эксперимента. Скорости возмущений определялись на основании данных экспериментов следующим образом.

Для этого проводилось сопоставление скоростей поверхностных возмущений  $V(t)$ , измеренных РТВ-методом в сериях экспериментов S1 и S2 (см. рис. 7, 8б), с измерениями колебаний температуры  $T(t)$  (см. рис. 7, 8а), зафиксированными датчиком, который находился в середине термоклина. Длительность временного сдвига двух сигналов  $V(t)$  и  $T(t)$  оценивалась визуально на основании сравнения ре-

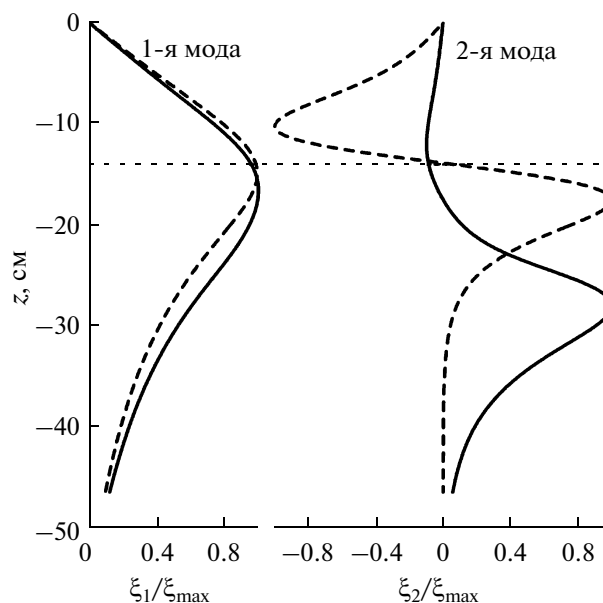


Рис. 6. Структуры первой и второй мод при наличии струйного течения под термоклином (сплошная линия) и в покоящейся стратифицированной жидкости (пунктирная линия).

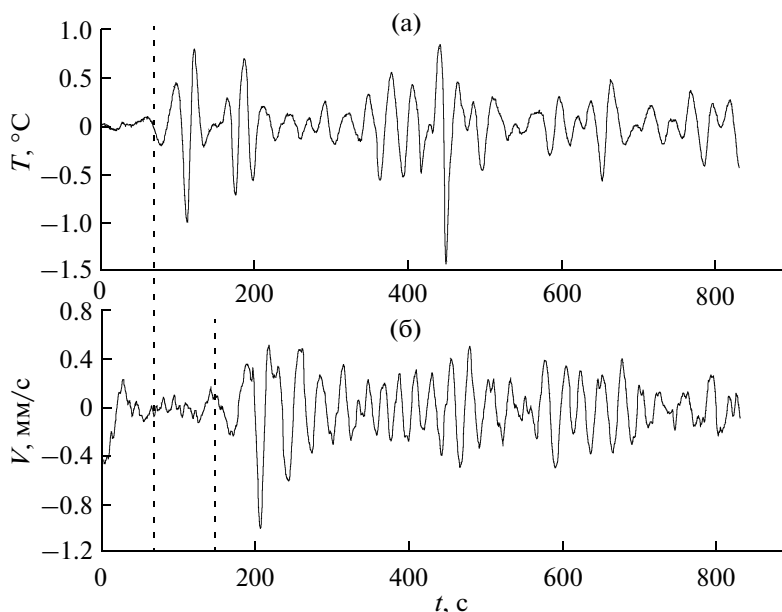
ализаций и определения интервала времени между появлением выраженных осцилляций на этих зависимостях. Пунктирными линиями на рис. 7, 8а, 8б обозначено приближенно определенное по графикам время начала регистрации возмущений, вызванных течением из модели коллектора. В серии экспериментов S1 (см. пример рис. 7) возмущения сначала доходили до датчиков температуры, а затем уже были зафиксированы возмущения поверхностных течений в зоне наблюдения. В серии S2 (см. пример рис. 8) – наоборот.

По определенному таким образом временному запаздыванию оценивались скорости распростра-

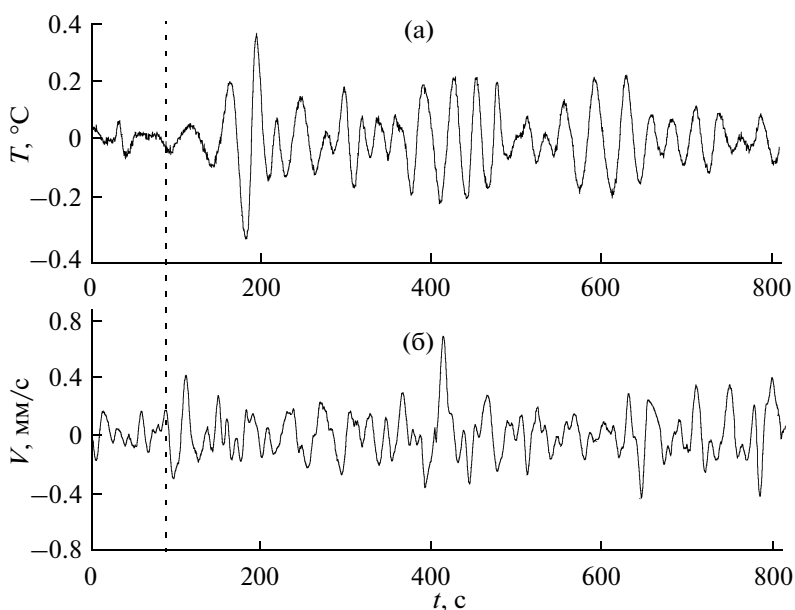
Таблица 2.

Серия	S1	S1	S1	S1	S2	S2	S2	S2
Скорость истечения (см/с)	40	70	100	150	40	70	100	150
Фазовые скорости возмущений (см/с)	3.19–1.87	3.22–0.86	3.36–1.2	2.94–0.88	3.76–1.89	3.86–2.59	3.90–3.22	3.47–2.96
Групповые скорости возмущений (см/с)	2.41–0.61	2.82–0.04	2.43–0.13	2.02–0.09	3.03–0.58	3.32–1.21	3.23–1.97	3.11–2.05
Длины волн возмущений (см)	162–43	160–18	160–23	148–18	187–38	230–62	227–97	230–97





**Рис. 7.** Результаты эксперимента серии S1 (скорость истечения  $V_0 = 40$  см/с): а – колебания температуры в термоклине  $T(t)$ , б – скорость на поверхности  $V(t)$ .

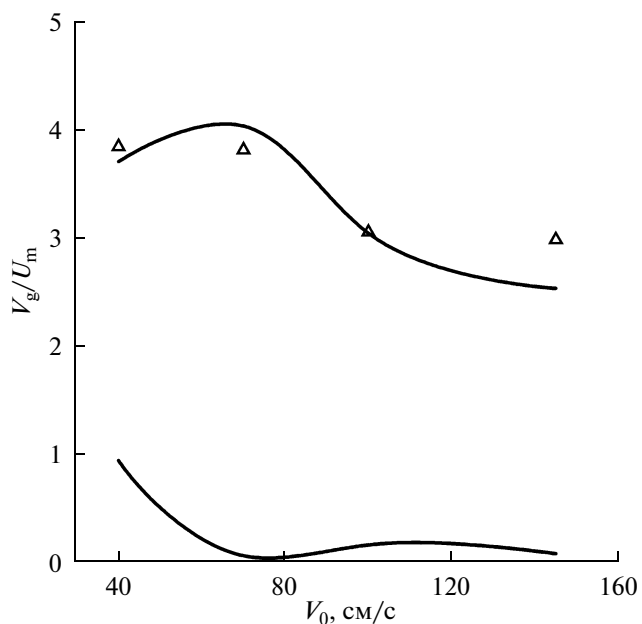


**Рис. 8.** Результаты эксперимента серии S2 (скорость истечения  $V_0 = 40$  см/с): а – колебания температуры в термоклине  $T(t)$ , б – скорость на поверхности  $V(t)$ .

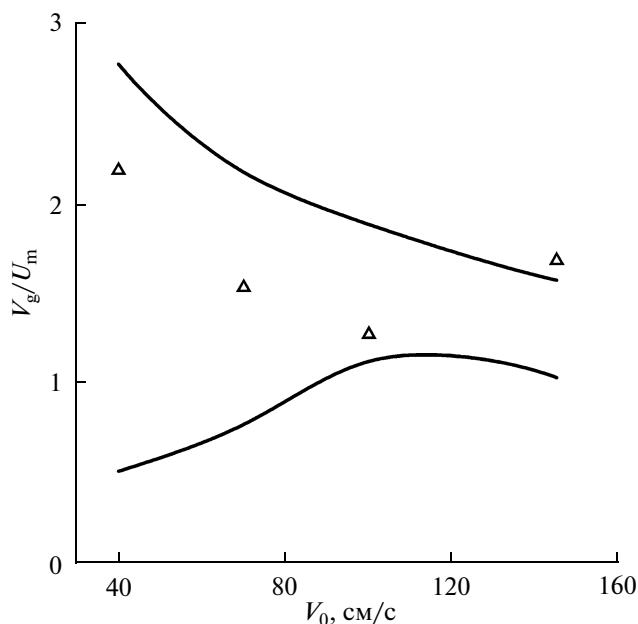
нения возмущений. Они нанесены на рис. 9, 10 для различных скоростей истечения жидкости из модели коллектора и обозначены треугольниками.

Сплошными линиями на рис. 9, 10 показаны теоретические зависимости групповой скорости пер-

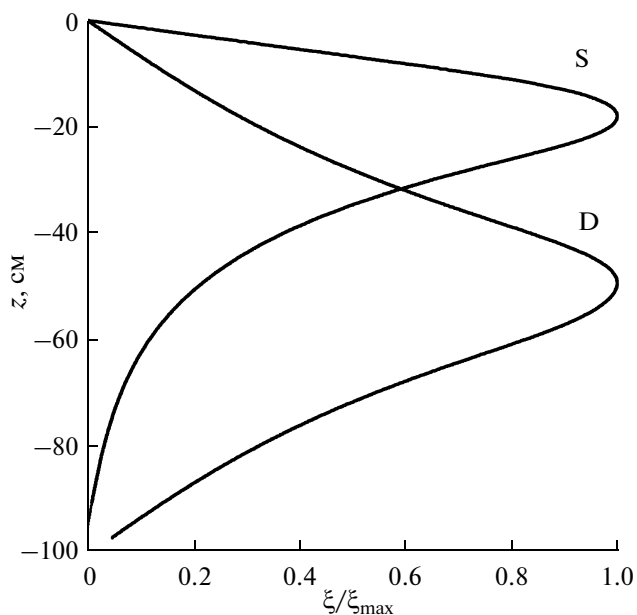
вой моды от скорости истечения жидкости из модели коллектора. Верхние кривые соответствуют групповым скоростям возмущений на частоте 0.02 Гц, а нижние соответствуют наименьшим значениям групповой скорости из частотного интервала 0.02–



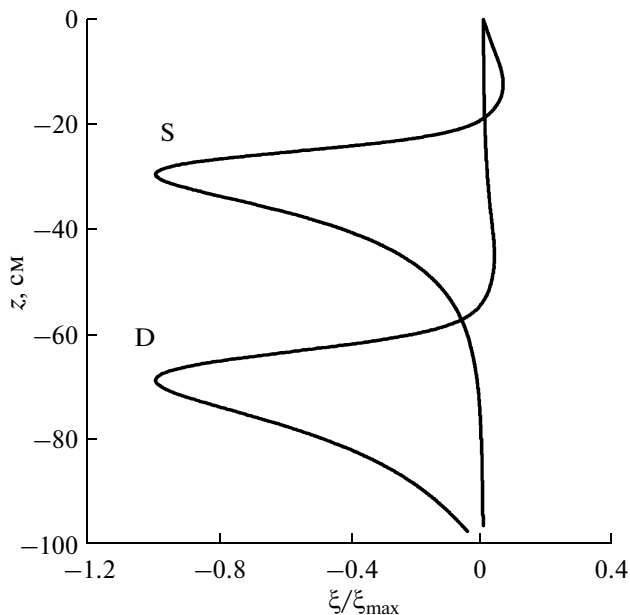
**Рис. 9.** Коридор возможных значений групповой скорости возмущений в частотном диапазоне от 0.02 до 0.05 Гц для всех скоростей истечения жидкости из модели коллектора (серия S1). Символами отмечены значения скорости, определяемые экспериментально (треугольники).



**Рис. 10.** Коридор возможных значений групповой скорости возмущений в частотном диапазоне от 0.02 до 0.05 Гц для всех скоростей истечения жидкости из модели коллектора (серия S2). Символами отмечены значения скорости, определяемые экспериментально (треугольники).



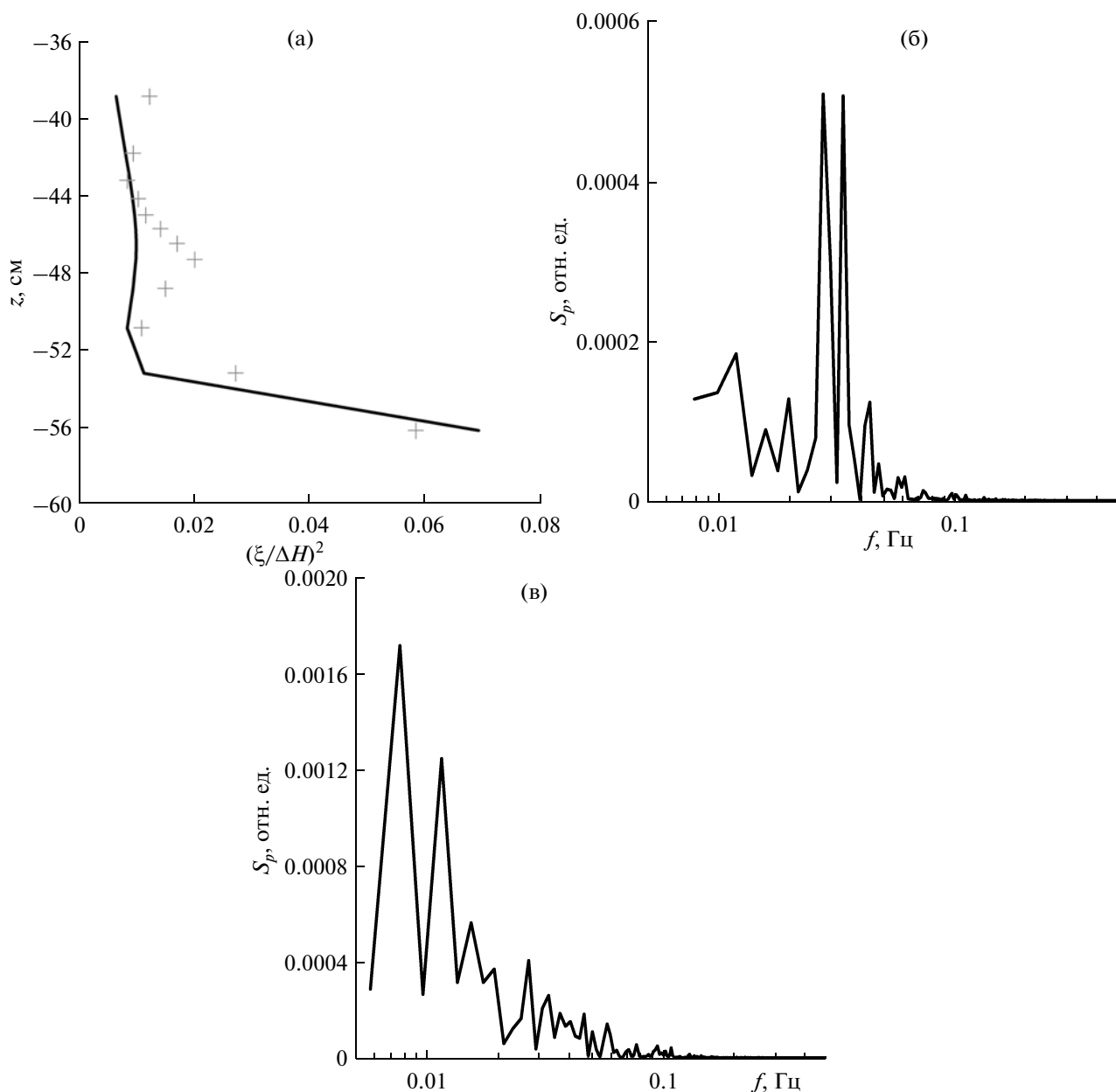
**Рис. 11.** Пример структуры первой моды для различных режимов стратификации.



**Рис. 12.** Пример структуры второй моды для различных режимов стратификации.

0.05 Гц. Видно хорошее согласие теории и эксперимента, что подтверждает интерпретацию наблюдае-

мых колебаний температуры и возмущений скоростей на поверхности как полей внутренних волн.

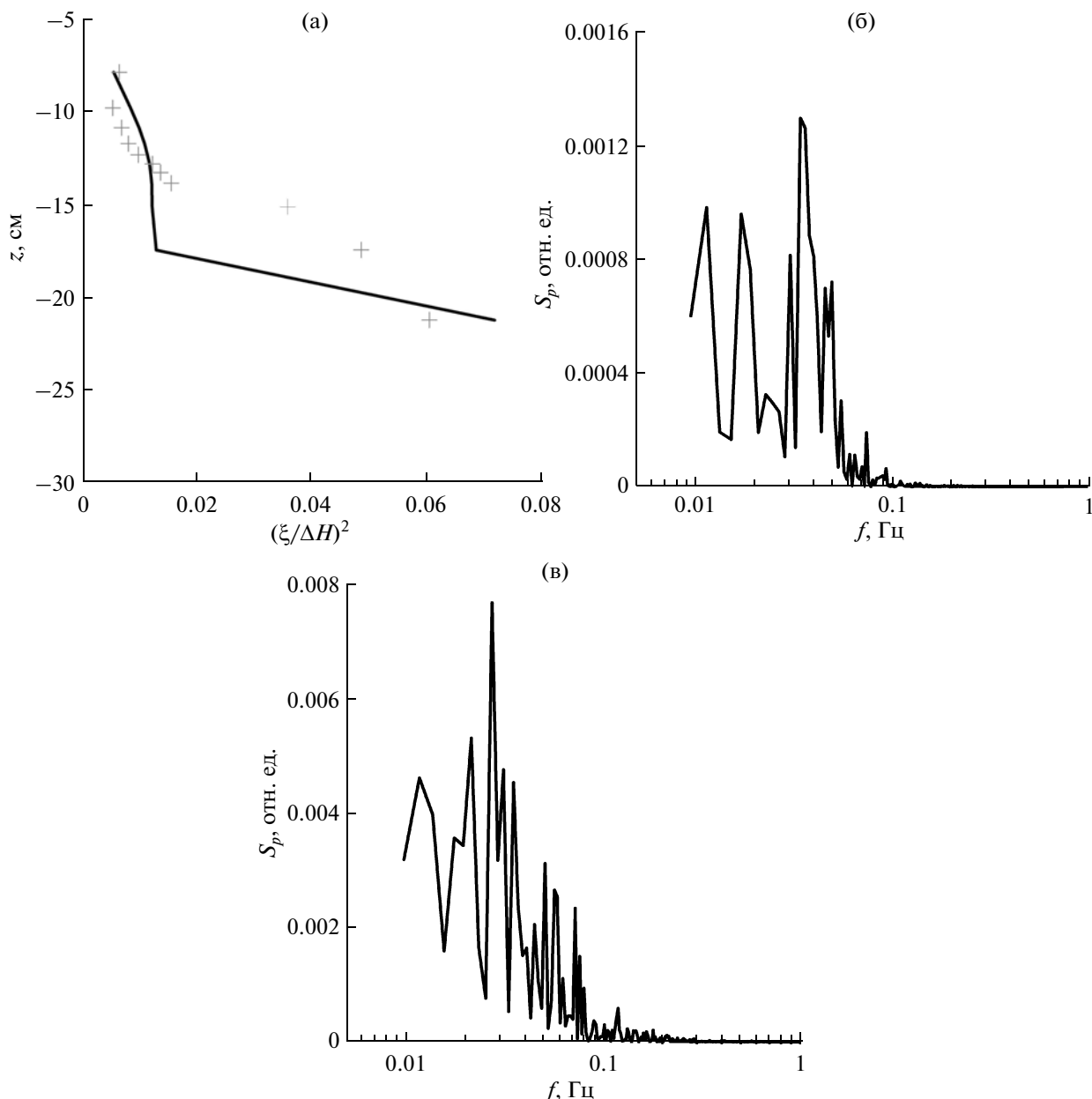


**Рис. 13.** Экспериментальная зависимость квадрата смещений изотерм (крестики) и ее аппроксимация двумя первыми модами методом наименьших квадратов (сплошная линия) для скорости истечения жидкости из модели коллектора 100 см/с (а) и спектры коэффициентов разложения вертикальной структуры поля внутренних волн по первой (б) и второй (в) модам (серия D).

### 4.3. Модовая структура внутренних волн

Бимодальная форма профиля дисперсии смещений изотерм типична для смешанного режима возбуждения внутренних волн, когда одновременно существуют первая и вторая моды. При этом на наличие первой моды указывают выраженные колебания в термоклине, а резкое увеличение амплитуды колебаний в струе может соответствовать второй моде.

Для проверки этой гипотезы нами был проведен модовый анализ поля смещений изотерм, полученного в эксперименте. Вертикальная структура этого поля представлена в виде разложения по двум первым собственным модам внутренних волн в стратифицированной жидкости в присутствии струи под термоклином, которые определялись в пункте 4.2 на основании решения граничной задачи.



**Рис. 14.** Экспериментальная зависимость квадрата смещений изотерм (крестики) и ее аппроксимация двумя первыми модами методом наименьших квадратов (сплошная линия) для скорости истечения жидкости из модели коллектора 70 см/с (а) и спектры коэффициентов разложения вертикальной структуры поля внутренних волн по первой (б) и второй (в) модам (серия S1).

Заметим, что вид собственных функций первой и второй мод зависит от их частоты. Эта частота выбиралась из следующих соображений. Данные измерений показывают, что спектр колебаний имеет выраженный максимум (см. рис. 4). Собственные функции вычислялись на частоте, соответствующей этому спектральному пику, при этом  $\omega \approx \omega_0 = 0.035$  Гц. Тогда разложение структуры поля по модам можно искать в виде

$$\xi(z, t) = A(t)\varphi_1(z, \omega_0, k_1(\omega_0)) + B(t)\varphi_2(z, \omega_0, k_2(\omega_0)),$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — собственные моды системы, взятые на частоте, соответствующей спектральному пику. Собственные моды нормируются так, чтобы максимумы были равны 1 (см. рис. 11, 12). При этом зависимости  $A(t)$  и  $B(t)$  показывают временные зависимости максимумов смещения изотерм в 1-й и 2-й модах.

Коэффициенты  $A(t)$  и  $B(t)$  определялись на основе аппроксимации зависимости смещения изотерм от глубины двумя первыми модами системы с использованием метода наименьших квадратов.

При этом для определения коэффициентов  $A(t)$  и  $B(t)$  получается система:

$$A(t) \sum_{i=1}^N \varphi_1^2(z_i) + B(t) \sum_{i=1}^N \varphi_1(z_i) \varphi_2(z_i) = \sum_{i=1}^N \varphi_1(z_i) \xi(z_i, t),$$

$$A(t) \sum_{i=1}^N \varphi_1(z_i) \varphi_2(z_i) + B(t) \sum_{i=1}^N \varphi_2^2(z_i) = \sum_{i=1}^N \varphi_2(z_i) \xi(z_i, t),$$

где  $z_i$  — узлы сетки, в которых производится аппроксимация, их число соответствует числу изотерм.

На рис. 13, 14а приведены экспериментальный профиль дисперсии смещений изотерм и его аппроксимация суперпозицией 1-й и 2-й мод. Из рисунков видно, что разложение структуры поля по двум первым модам дает удовлетворительное согласие с экспериментальными данными.

На рис. 13, 14б построены спектры амплитуд колебаний на 1-й и 2-й модах  $A(t)$  и  $B(t)$ . Спектр коэффициента  $A(t)$ , который определяет эффективность возбуждения первой моды, имеет выраженный пик в интервале частот от 0.02 до 0.05 Гц. Этот вид спектра согласуется со спектрами колебаний изотерм в термоклине (изображено сплошными линиями на рис. 4), поскольку максимум первой моды находится вблизи центра термоклина, и коэффициент  $A(t)$  описывает главным образом смещение термоклина. В то же время спектр коэффициента  $B(t)$  является широкополосным. Он согласуется со спектрами колебаний изотерм в струе (изображено пунктиром на рис. 4), поскольку максимум второй моды находится в струе и коэффициент  $B(t)$  описывает главным образом колебания струи, имеющие широкий спектр, вызванный турбулентными флуктуациями.

Отметим более высокую спектральную плотность мощности колебаний коэффициента  $B(t)$  по сравнению с  $A(t)$ . Это обусловлено тем, что амплитуда смещений изотерм в струе значительно превышает амплитуду смещений изотерм в термоклине.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Лабораторные эксперименты на БТСБ показали, что взаимодействие плавучей струи с термоклином приводит к генерации интенсивных короткопериодных внутренних волн. В настоящей работе детально изучена модовая структура поля внутренних волн, их дисперсионные свойства, определены скорости возмущений на поверхности. Типичная амплитуда колебаний в термоклине составляла 1 см, характерная частота 0.035 Гц. Особенностью данных экспериментов являлось то, что они проводились в масштабном-моделируемых условиях по отношению к типичным коллекторам глубоководного стока в

прибрежной зоне. Коэффициент моделирования по пространственной координате составлял 1 : 27, а по частоте 9 : 1. Таким образом, в типичных природных условиях можно ожидать размаха колебаний в пикноклине 60 см с частотами 0.004 Гц.

Авторы выражают благодарность академику А.В. Гапонову-Грехову, профессору К.Д. Сабинину и доктору О.А. Дружинину за плодотворные дискуссии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты №№ 06-05-64473, 06-05-64890, 07-05-00565-а, 08-05-97013-р\_поволжье\_а, 09-05-00779-а, 09-05-00487, 09-05-00368, НШ-1244.2008.2).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Morton B.R., Taylor G.I., Turner J.S. Turbulent gravitational convection from maintained and instantaneous sources // Proc. Roy. Soc. London, 1956. V. A234. P. 1–23.
2. Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкостях. М.: Мир, 1977. 431 с.
3. Koh C.Y., Brooks H.N. Fluid mechanics of waste-water disposal in the ocean // Annu. Rev. Fluid Mech. 1975. V. 8. P. 187–211.
4. Бондур В.Г., Журбас В.М., Гребенюк Ю.В. Математическое моделирование турбулентных струй глубоководных стоков в прибрежные акватории // Океанология. 2006. Т. 46. № 6. С. 805–820.
5. Бондур В.Г., Журбас В.М., Гребенюк Ю.В. Моделирование и экспериментальные исследования распространения турбулентных струй в стратифицированной среде прибрежных акваторий // Океанология. 2009. Т. 49. № 5. С. 1–13.
6. Bondur V., Keeler R., Vithanage D. Sea truth measurements for remote sensing of littoral water // Sea technology. 2004. № 4. P. 53–58.
7. Бондур В.Г. Аэрокосмические методы в современной океанологии / Новые идеи в океанологии. Т. 1: Физика. Химия. Биология. 2004. М.: Наука. С. 55–117.
8. Bondur V. Complex satellite monitoring of coastal water areas 31st International Symposium on Remote Sensing of environment. ISRSE. 2006. 7 p.
9. Bondur V., Keeler R., Gibson C. Optical satellite imagery detection of internal wave effects from a submerged turbulent outfall in the stratified ocean // GRL. 2005. V. 32. № L12610. doi: 10.1029/2005GL022390.
10. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В. Дистанционная индикация антропогенных воздействий на морскую среду, вызванных заглубленными стоками: моделирование, эксперимент // Исследование Земли из космоса. 2001. № 6. С. 1–19.
11. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др. Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной турбулентной струей. Часть 1. Механизм генерации внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 6. С. 833–845.

12. Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Ежова Е.В. и др. Автогенерация внутренних волн всплывающими струями в стратифицированном бассейне // ДАН. Т. 419. № 5. С. 691–695.
13. Троицкая Ю.И., Сергеев Д.А., Ежова Е.В. и др. Масштабное лабораторное моделирование генерации внутренних волн стоками подводных коллекторов сточных вод. Препринт ИПФ РАН № 751. Нижний Новгород. 2008.
14. Adrian R.J. Particle Imaging techniques for experimental fluid mechanics // Annu. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 261–304.
15. Бондур В.Г., Гребенюк Ю.В., Ежова Е.В. и др. Поверхностные проявления внутренних волн, излучаемых заглубленной турбулентной струей. Часть 3. Поверхностные проявления внутренних волн // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2010. В печати.
16. Госсард Э., Хук У. Волны в атмосфере. М.: Мир, 1978. 532 с.

## Surface Manifestations of Internal Waves Investigated by a Subsurface Buoyant Jet: Part 2. Internal Wave Field

V. G. Bondur<sup>a</sup>, Yu. V. Grebenyuk<sup>a</sup>, E. V. Ezhova<sup>b</sup>, V. I. Kazakov<sup>b</sup>, D. A. Sergeev<sup>b</sup>,  
I. A. Soustova<sup>b</sup>, and Yu. I. Troitskaya<sup>b</sup>

<sup>a</sup> *Aerocosmos Scientific Center of Aerospace Monitoring, Gorokhovskii per. 4, Moscow, 105064 Russia*  
*e-mail: office@aerocosmos.info*

<sup>b</sup> *Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, ul. Ul'yanova 46, Nizhni Novgorod, 603950 Russia*  
*e-mail: yuliya@hydro.appl.sci-nnov.ru*

Received August 12, 2009

**Abstract**—In a large test reservoir with artificial temperature stratification at the Institute of Applied Physics, Russian Academy of Sciences, a major simulation of internal wave actuation by buoyant turbulent jets generated by wastewater flows from underwater collector diffusers in conditions of temperature stratification with deep and shallow thermocline has been performed. Using a modification of the particle tracing velocimetry (PTV) method in the stratification mode with shallow thermocline, the velocities of currents generated by internal waves at the surface of the water area are measured. A theoretical model is developed describing the fields of internal waves in the presence of jet stream. Dispersion relations and structures of lower (first and second) modes of internal waves in the stratified basin for different rates of liquid outflow from the collector model are obtained. The experimentally measured field of isothermal shifts with respect to the system of characteristic modes of internal waves is decomposed. A mixed regime of internal wave actuation with the simultaneous existence of the first and second modes is observed. The characteristics of perturbations in the liquid column and on its surface are compared. This analysis allows us to prove that the velocity fields on the surface are indeed surface manifestations of internal waves.