



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ИНСТИТУТ  
ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

---

М. А. Миллер

ЛЕОНТОВИЧ – ЛЕВИН.  
ТВОРЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

---

ПРЕДРИГУ



Российская академия наук  
Институт прикладной физики

**М. А. Миллер**

**ЛЕОНТОВИЧ – ЛЕВИН.  
ТВОРЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ**

**Препринт № 344**

Лекция, прочитанная  
по приглашению  
на ежегодной конференции  
по физике плазмы,  
и управляемому  
термоядерному синтезу  
в Поречье (Звенигород)  
в феврале 1993 года

**Нижний Новгород –1993**

Михаил Александрович Леонтович (1903 - 1981) и Михаил Львович Левин (1921 - 1992) - физики-теоретики. Большую часть своих жизней они провели в близком взаимном общении, составляя устойчивое научно-плодотворное единение. Оно особенно отчетливо просматривается в электродинамике, где три первоначально частных задачи, относящиеся к (а) теории тонких антенн, (б) граничным условиям и (в) быстро осциллирующим решениям волнового уравнения - дали начало новым направлениям в физике и технике, что, в известной мере, способствовало взрывному расплоду как идей, так и их последователей, в частности, в Нижегородской (по тем временам Горьковской) физике.

Mikhail Aleksandrovich Leontovich (1903 - 1981) and Mikhail L'vovich Levin (1921 - 1992) were both great authorities in theoretical physics. They lived and worked in close contact most part of their lives making a stable and fruitful scientific community. Their joint collaboration left especially important traces in Electrodynamics where three particular problems, which appeared to be quite ordinary at the beginning, gave rise to some new developments in physics and engineering. Those were: (a) the theory of thin antennas, (b) specific boundary conditions, and (c) rapidly oscillating solutions of the wave equation. The further investigations in these directions led to explosive-like multiplication of ideas and disciples, in particular, in the Nizhny Novgorod region (formerly known as Gorky).

Татьяне Петровне Леонович,  
Наталии Михайловне Леонович -  
хранительницам очага

*Предлагаемый текст приблизительно совпадает с содержанием лекции, прочитанной на традиционной конференции по физике плаэмы и термояду в феврале 1993 г. в санатории Поречье, (близ Звенигорода, Подмосковье). Письменный вариант, однако, несколько расширен в пояснении формульных утверждений, а также за счет тех подробностей, которые были сжаты или опущены из-за жесткости регламента. Кроме того, в текст вставлены - по памяти - некоторые экспромтные замечания, оживившие общение с аудиторией.*

## 1 ВЫБОР ТЕМЫ

Оргкомитет предложил мне прочесть лекцию к 90-летию Михаила Александровича Леоновича. На любую тему, мною избранную. Известно, что советский человек (даже из бывших!) шалеет от свободы выбора. Видимо, понимая это, Виталий Дмитриевич (ВД) Шафранов дисциплинировал меня пожеланием, чтобы я сделал упор на научное продолжение и развитие идей Михаила Александровича (МА). Постараюсь, как смогу, следовать этому напутствию. Однако, я часто делаю не совсем то (или совсем не то), что ждут от меня заказчики, а потому заранее хотел бы заронить в слушателях (а потом и в читателях) предупреждение о некотором своем служебном несоответствии.

Прошлым летом умер мой учитель и самый близкий друг Михаил Львович Левин (МЛ). Многие годы он жил и работал рядом с МА. Они составляли как бы слаженно действующее совместное умственное предприятие. Мне выпала удача видеть их взаимо-

действие в "ближней зоне".<sup>1</sup> И я решил поделиться некоторыми наблюдениями и, главное, следуя заданию ВД, рассказать о продукции этого совместного предприятия. Она настолько богата и в валовом, и в ассортиментном (на языке деловых людей) исчислении, что я смогу сделать лишь пробежку с остановками по требованию, скорее всего по требованию собственных пристрастий.

## 2 СЦЕНАРИЙ

Мною избран такой сценарий. а). Все иллюстрирующие материалы выставляются для ознакомления сразу - одновременно и одноместно. б). В начале сообщения я слегка коснусь проблемы психосовместимости, в частности, тех особенностей характеров, которые объединяли МА и МЛ. в). Затем я приступлю к озвучиванию плакатов (в напечатанном варианте - к описанию схемных фигур): пройдусь по именной ветви МА - МЛ, возвращенной в Горьковско-Нижегородском направлении (фиг.1), и прокомментирую развитие влияний МА в укладке на эту ветвь (фиг. 2,3,4). Я осмысленно и вынужденно ограничусь электродинамическими идеями МА и нижегородскими их разветвлениями: именно здесь роль МЛ-а была весьма проявительна, да и для меня эти вопросы наиболее досягаемы.

И еще одно замечание. Оно казалось бы чисто аудиторное, но я решил сохранить его и в напечатанном виде тоже. При подготовке доклада у меня были колебания между плакатами, вывешиваемыми, как уже говорилось, развернутыми в линию, и прозрачками, демонстрируемыми одна за другой. Ведь тем самым диктуются разные способы восприятия: прозрачки - более последовательные, с навязыванием лекторского хода рассуждений, а плакаты - "более параллельные" - с возможностями обзорного

---

<sup>1</sup> Выступление предполагало присутствие профессионалов-физиков, и потому местами текст заклинирован профжалгонами. И только потом некоторые символы и словечки вдруг засветились вторыми (житейскими) смыслами. Так, в теории излучателей есть понятие ближней и дальней зон как областей существования поля, тогда как в русско-советском обиходе за словом "зона" закрепилось (увы!) совсем иное употребление...

думанья и додумывания самими слушателями (читателями). И мне показалось, - для моего сценарного замысла, - плакатная манера как раз то, что нужно, - и старомоднее, и обозревательнее.<sup>2</sup>

### 3 СПОСОБЫ МЫШЛЕНИЯ

Пожалуй, как только люди начали проникаться величием собственного Разума, они разделили всю Вселенную на две примерно равно важных Подвселенных - Внешнеприродную и Внутримозговую. Американцы даже иногда называют вторую - Трехфунтовой Вселенной (The Three pounds Universe). Знания о наружной Вселенной всегда опережали (и продолжают!) знания о Вселенной внутренней: труднее, видимо, "глаза вовнутрь направить". И все же заметное подтягивание - даже рывок - наступили во второй половине нашего века. Сразу и в физиологии мозга, и в его моделировании (подражательном воспроизведении некоторых его отправлений). А в 1981 году R.Sperry получил Нобелевскую премию за исследования по специализации мозговых полушарий человека. Клинически (т.е. феноменологически, наблюдательно) это было ясно давным-давно, а теперь уже непосредственно прямой диагностикой людям удалось показать, что последовательное (математики связывают это со словами алгебраическое или логическое), образное (параллельное, геометрическое) и интуитивное (подсознательное, неаналитическое) виды мышления имеют в общем различные территориальные прописки: лево-полушарную, право-полушарную и, по-видимому, глубинно-слойную, "подкор-

---

<sup>2</sup>На деле произошла накладка: надписи на плакатах были сделаны мелковато, и даже в зале умеренных размеров их можно было разглядеть только с первых рядов. Однако именно там расположились люди, знатность которых склоняла их интересоваться подробностями прошлого, тогда как прогрессирующая часть населения, занявшая отдаленные места, вполне обходилась общими впечатлениями. В препринте плакаты приводятся в адаптированном виде.

ковую". Конечно, такое представление очень уж категорично,<sup>3</sup> и физиологи-профессионалы иногда в этом месте вздыбливаются от оговорок и уточнений. Но впадение в идеализированные крайности, как подсказывают нам физические модельные удачи, обостряют начальное понимание сложных, перехлестывающихся ситуаций. Соответственно и люди встречаются с разными преобладаниями типов мышления. Если ограничиться только лево (left) и право (right)- полушарными признаками, оставляя в стороне загадочные интуитивные свойства, то можно различать три группы "мыслителей": ( $l > r$ ) - "логики", ( $l < r$ ) - "образники", ( $l \sim r$ ) - "равнодумники". Последних иногда называют "амбидекстрами" - двоякоправыми, одновременно они и двояколевые. Но слова эти в русской лексике приживаются неохотно.

Исаак Моисеевич Яглом, кажется, был первым, начавшим думать на эту тему в истории науки. Он опубликовал страстную статью "Почему высшую математику открыли одновременно Ньютон и Лейбниц? Размышления о математическом мышлении и путях познания мира" (М: Знание. Число и мысль. N 6, 1983) [1].

Одна из последних работ, до которой дотрагивался МЛ, была посвящена изучению объединения "разно-думающих" людей в научные связки (коллективы) и научные последовательности (эстафетные цепочки). Опорной там была "эстафетная команда" Фардей - Максвелл - Герц - Хевисайд, составленная из выдающихся одиночек [2]. А я сейчас попытаюсь перенести эти идеи научного взаимодействия на слаженно работающий мини-коллектив Леоновича - Левина, где и равно-связанность и эстафетность нераэделимо соединились.

---

<sup>3</sup>Особенно, когда речь идет об интуитивных свойствах, способы "изменения" которых, т.е. способы переизложения на языке логического и/или образного типа, честно говоря, совершенно неясны, а может быть и в принципе недопустимы.

## 4 СВЯЗКА ЛЕОНТОВИЧ - ЛЕВИН

О М.А.Леонтовиче опубликованы обширные воспоминания, обогащенные сказами-легендами [3 - 6]. Это был человек редкостного типа мышления. Все его научные тексты, выпущенные в свет, написаны в четкой лево-полушарной манере, а все его жизненное поведение скорее право-полушарное, эмоционально-широкое, можно сказать, "гуманитарное" (но в очень осторожных кавычках, ибо такое "эпитетование" само по себе право-полушарно!). Символически эти свойства обозначаются слабым неравенством ( $l \geq r$ )! Сбалансированность с преобладанием логичности! Причем довольно часто возникновение новых идей происходило в голове МА "справа налево" ( $l \leftarrow r$ ), - да еще зажигательно, точечно, неожиданно, - в репликах, в беседах, в раздумьях вслух, и тем самым в незамедлительной передаче людям. Кто-то назвал это "осеменение осенением". В некоторых случаях МА решал формализовать свои замыслы сам, но чаще предпочитал "ветровое опыление", дающее при удачном попадании и выживании вполне жизнеспособное потомство.

М.Л.Левин обладал аналогичными качествами, но как бы с зеркально отраженным перекосом: ( $l \leq r$ ) ! [7-10]. Его ум был хорошо уравновешен ("амбидекстрован", что часто свойственно левшам), но с преобладанием "художественности" (тоже в осторожных кавычках) [9, 10]. Так и сплотилась эта великолепная связка: ( $l \geq r$ )+( $l \leq r$ ), поддерживаемая удачным стечением жизненных обстоятельств (судеб). "Подмога случая" необходима, но без внутренней потребности друг в друге, без тяги друг к другу любая "спарка" либо неустойчива, либо слабо-творна.

Я не буду (и не сумею) вдаваться в детали механизма их взаимодействия. Надеюсь, рано или поздно выйдут воспоминания о М.Л.Левине, и желающие смогут с ними ознакомиться. Заодно призываю участвовать всех, кто чтит память этого бесконечно особенного человека и имеет что сказать о нем [10]. Значение МЛ-а в этом "думательном дуэте", боюсь, недооценивалось: а ведь фактически в нем он перебрал все роли попеременно - от доктора Уатсона до Шерлока Холмса, тогда как со стороны вились чаще лишь как эксперт, ибо отлично знал классику и - до

удивления оперативно - успевал следить за ключевыми достижениями дня.

Убежден - он немного припозднился на встречу с МА (ну, года на два, на три), но ни в чьей власти судить сие сострадательно.

## 5 РАСПЛОД УЧЕНИКОВ

Наиболее показательным критерием эффективности научного предприятия, наверное, является расплод учеников. Сам МА вышел, как известно, из школы Л.И.Мандельштама (ЛИМ) [11, 12], а тот считал себя учеником Брауна (Нобелевская премия за изобретение радио вместе с Маркони, но без Попова в 1909 году). Кое-кто пытался пройти по родословной далее, в глубь веков, но насколько мне известно, столкнулся там с многогранный неопределенностью, - эффектом рассеяния предков по чужим ветвям.

МЛ был одним из первых учеников МА, он приблизился к нему еще в свою студенческую пору (сороковые годы). Однако, в июле 1944 года был отторгнут от него и посажен в сталинские застенки, а затем - по дикому везению, но и не без влияния настойчивых ходатайств МА - выпущен по "победной" амнистии и получил разрешение на жительство в г. Бор - через Волгу от Горького, - однако, с правом переплытия реки и преподавания в Горьковском университете. И фактически весь "нижегородский расплод" МА осуществился через МЛ-а, но разумеется, при участии других высококлассных "производителей", таких как А.А.Андронов, Г.С.Горелик, М.Т.Грехова, А.Г.Майер, В.И.Гапонов, С.М.Рытов, В.Л.Гинзбург, Е.Л.Фейнберг и др.

Естественно назвать эту ветвь привитой, привойной (очень выразительный английский термин grafted shoot!), поскольку распространение происходило по типичным отечественным образцам - продвижение культуры на периферию (преимущественно в восточном направлении) путем выселения "трегеров", властям в центре неугодных. В русской ботанической лексике это так и называется - культурной прививкой! Из фиг.1 видно, что расплод получился взрывным, как на почвах, не истощенных одно-

образной эксплуатацией. Начиная со второго поколения, векторные "стрелки породнения" так сильно переплетаются, что пришлось их опустить во избежание нераэберихи или недоразумений. При некоторых именах указаны годы рождения (иногда, увы, и смерти).<sup>4</sup> Замечу попутно, что существуют, возможно, какие-то общие законы разрастания научных древ, ветвей и кустов с различными вероятностными функциями распределения узлов разного порядка (если пользоваться языком теории граф), но историкам науки что-то сейчас не до того, не до генеалогических второстепенностей.

Информация на фиг.1 оборвана на третьем-четвертом поколении. А что дальше? Рост? Вряд ли. Скорее всего, снижение или выход в осцилляторный, а может в хаотизированный режим... Ведь любое научное древо произрастает и ветвится в социальном окружении, а этому древу выпала участь развиваться еще и в такой среде, как наша, - плотно набитой бифуркационными точками. Так что поживем - увидим, е.б.ж. (если будем живы), как любил выражаться наш Великий Граф (антизеркало антирусской антиреволюции!).

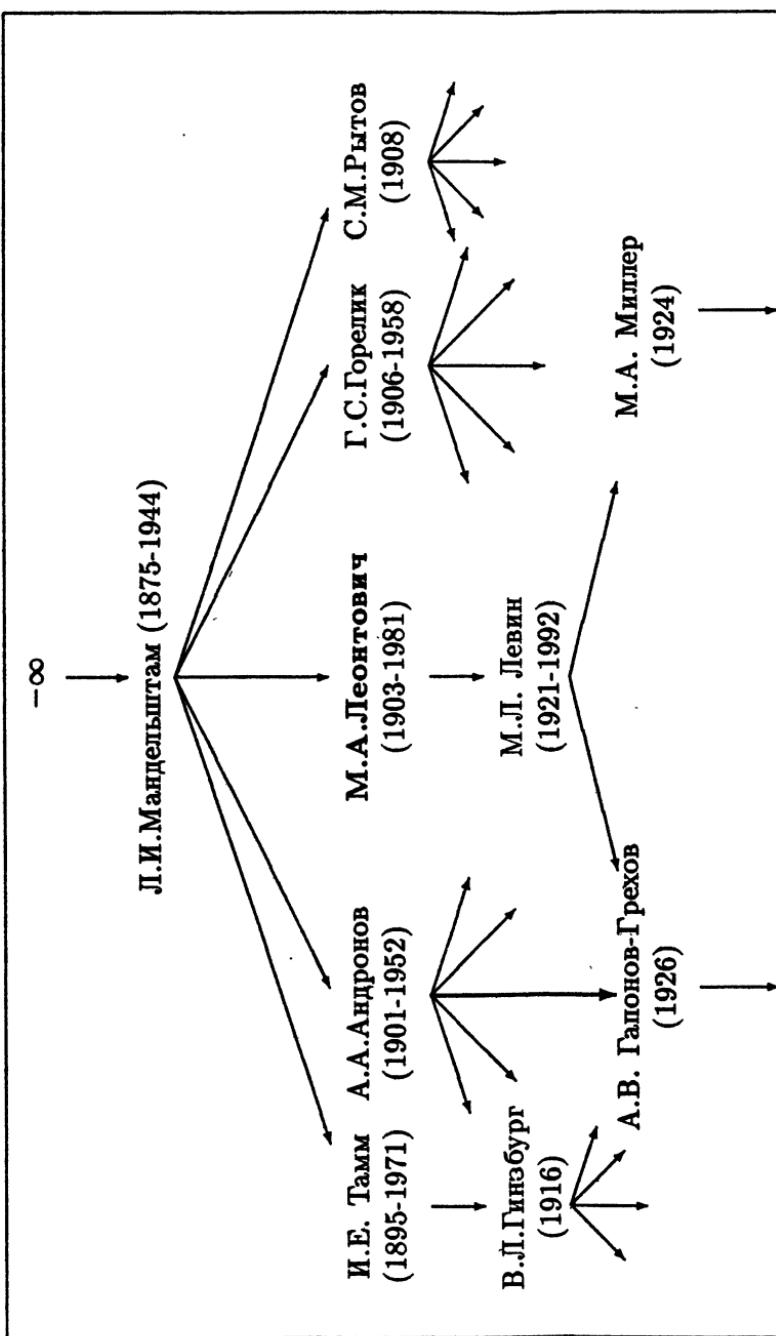
## 6 ДРЕВЫ ИДЕЙ

Приступим теперь к "озвучиванию" древ идея. Я выбрал три электродинамических проблемы, решение которых исходило от МА. Теория тонких антенн (ТТА), граничные условия (ГрУ) и параболическое (диффузионное) уравнение для волновых амплитуд (ПарУр). Именно они хорошо прижились в Нижегородском оазисе. И именно здесь вклад - а иногда и просто "при-том-присутствие" - МЛ-а были особенно ощущимы. Изображенные на фиг. 2,3,4 "участки работ" не соединены причинно-следственными стрелками из-за фактической многозначности путей развития

---

<sup>4</sup>Составление древа встретилось с неожиданными трудностями: некоторые "участники" тяготели к перескокам влево - через поколение - и, честно говоря, не без оснований, потому что влияние учителя оказывается - даже прямо контактно - на двух-трех коленах. Чтобы избежать разнотолков, древо рисовалось по решению слева, т.е. "правые ученики" как бы утвердились снова "левыми учителями".

# НИЖЕГОРОДСКАЯ ВЕТВЬ (GRAFTED SHOOT) ЛЕОНТОВИЧА



**И.И. Антаков** (1927), **А.М. Белинцев** (1931),  
**В.И. Беспалов** (1925), **В.М. Боков** (1928-1965),  
**А.Л. Гольденберг** (1936), **Л.А. Островский** (1934),  
**М.И. Петелин** (1937), **М.И. Рабинович** (1941),  
**В.А. Флитин** (1929), **Г.И. Фрейдман** (1931),  
**В.К. Юллатов** (1937), **Е.И. Якубович** (1934)

**Е.Н. Гелиновский**, **Л.Ш. Цимринг**, **К.А. Горшков**,  
**Ю.А. Степанянц**, **В.В. Папко**, **В.Г. Яхно**, **В.Е. Фридман**,  
**И.А. Соустова**, **А.М. Сутин**, **В.Ю. Зайцев**,  
**Ю.И. Тропинка**, **В.А. Коэлов**, **А.А. Игнатов**,  
**В.А. Валов**, **В.И. Пискарев**, **В.Н. Шастин**,  
**М.Н. Дроzdov**, **И.С. Арансон**, **А.С. Плюсовский**,  
**В.П. Регутов**, **З.Ф. Красильник**, **С.В. Кияшко**,  
**В.Л. Брагман**, **Г.С. Нусинович**, **А.В. Смирновский**,  
**Э.Б. Абузалиров**, **Г.Г. Денисов**, **М.М. Офицеров**,  
**Н.Ф. Ковалев**, **Н.С. Гильзбург**, **М.А. Монисев**,  
**В.М. Фортус**, **М.М. Сущик**, **А.А. Бабин**,  
**Ю.Н. Беляев**, **Г.А. Пасманик**, **А.А. Бетин**,  
**А.М. Киселев**, **А.М. Кубарев**, **Ю.К. Веревкин**,  
**О.Л. Антипов**, **Т.Б. Панкратова**, **В.И. Хижняк**,  
**В.Г. Усов**, **А.Б. Павельев**, **А.А. Абрамкин**

**Д.М. Браво-Животовский** (1926), **Л.С. Долин** (1936),  
**В.Б. Гильденбург** (1936), **А.И. Весницкий** (1939),  
**В.Н. Дымский** (1921), **Б.Г. Еремин** (1935),  
**Ю.М. Жидко** (1933), **И.Г. Кондратьев** (1936),  
**А.Г. Литвак** (1940), **Г.В. Пермитин** (1941),  
**Ю.А. Романов** (1934), **В.И. Галанов** (1933)

**Ю.Я. Бродский**, **Г.М. Фрайман**, **А.А. Фрайман**,  
**Л.А. Егоров**, **В.В. Курин**, **А.И. Смирнов**, **Н.Д. Миновский**,  
**В.С. Авербах**, **С.Н. Власов**, **А.И. Хижник**, **В.А. Петришев**,  
**А.Я. Басович**, **Е.М. Громов**, **В.В. Баханов**, **В.П. Полков**,  
**Л.Л. Полкова**, **В.А. Миронов**, **А.В. Костров**, **А.М. Сергеев**,  
**А.М. Фейгин**, **В.Л. Гольцман**, **А.В. Кочетов**,  
**Я.Э. Слуцкер**, **М.П. Брижес**, **А.Д. Юнаковский**,  
**В.Г. Зорин**, **Я.Л. Богомолов**, **И.В. Хазанов**, **В.А. Иссев**,  
**Г.А. Марков**, **В.Е. Семенов**, **А.В. Ким**,  
**А.Л. Вихарев**, **С.В. Голубев**, **О.И. Иванов**, **А.Н. Степанов**,  
**Ю.М. Сорокин**, **В.Ф. Драхлашин**, **Т.М. Заборенова**,  
**А.А. Жаров**, **А.К. Котов**, **А.Г. Нечаев**,  
**А.Г. Лучинин**, **В.Л. Вебер**, **В.И. Титов**, **С.А. Ермаков**,  
**Б.К. Поляхтов**, **С.Б. Мочечев**, **Ю.Б. Щеголев**,  
**В.А. Савельев**, **Д.И. Абросимов**

Фиг.1

идей и важной роли обратных связей, благодаря которым следствия могли подправлять причины и делали это. Получилось древо без ветвей, на котором развесены плоды, а каждому "наблюдателю" предоставлены возможности по-своему довоображать порядок их созревания. Порой кажется, что такие объективно-субъективно-объективно...сти как раз и отражают обычные подходы историков (и не только историков науки!) к освещению сюжетных ходов прошлого.

Все рисунки скопированы (слегка видоизмененно) с лекционных плакатов, которые скорее были рассчитаны на впечатление, чем на полноту информации. И они заполнены нарочито предвзято - с нескромным выставлением нижегородских участий. В принципе было бы заманчиво совместить древа имен и идей, но, во-первых, это сотворило бы такую сложно-испещренную картину, которая не способствовала бы пониманию связей, а, во-вторых, в нашем исполнении, акцентированном на нижегородские успехи, могло возникнуть ложное представление о местечковости наших взглядов. Любая наука всеобща, и в развитие идей МА вложились разные и очень "влиятельные люди" со стороны, т.е. вне привойной ветви:  $MA \rightarrow ML \rightarrow \infty$ . Но в некоторых случаях мы все же сочли необходимым указать имена этих "агентов влияния" (здесь более подходит понимание слова "агент" в химическом его значении).<sup>5</sup>

## 7 ПЕРВООТКРЫВАТЕЛЬСТВА

Похоже, что все три изначальные догадки по всем трем электродинамическим проблемам, рассматриваемым далее, "засветились" в голове МА почти разом, перед войной, а затем уже проходили длительную стадию "выхода в убедительность". Сказывалась, поди, мандельштамовская традиция непоспешения публиковаться! до полной! и окончательной! убежденности! ЛИМ любил говорить (кого-то цитируя): "первый открыл тот, кто открыл

<sup>5</sup> Составители схем заранее приносят извинения за пропуски, пробелы, а возможно и некоторые неточности - никакого умысла в этом не было, хотя согласно классику: "To err is human, to forgive, divine".

убедительно”, и сам очень многое делал очень убедительно, но с запоздалым обнародованием. А тут еще предвоенная и военная информационные изоляции. В палеонтологии (и не только!) есть такие чуды - территориально изолированные скопища тварей много-многожды поколений развиваются однотипно. Я не знаю профессионального термина и называю сей феномен “принципом независимого сходства аборигенов”. Разумеется, каждому такому процессу соответствует характерное время, разное для вирусов, дрозофил и царей природы. Тоталитаризм, национальные самодовольства, межрелигиозные распри опускают “железные занавеси” (первоначально, кстати сказать, имевшие только противопожарное назначение!) и можно (благодаря этому!) убеждаться опытным путем в сложности аборигенной эволюции развития научных идей.<sup>6</sup>

В общем, у МА были и предшественники, и одновременники, - как зависимые от него, так и независимые. Мы привели некоторые их имена; особенно кучно они представлены в теории антенн: здесь МА вторгся в насыщенную изобретательными умами инженерию [56-62].

А вообще по такому поводу я люблю не пропускать возможности цитировать покойного Л.А.Вайнштейна (тоже одного из первых учеников МА): “не успеешь что-либо открыть, как тут же набегут предшественники!”

## 8 ПРОИЗВОДЯЩИЕ ИДЕИ

Перейду к изложению научного содержания древ. Почему-то мне кажется (и эту навязчивую мысль я протащил в сборник воспоминаний о МА [3]), что все три замысла МА имеют общую инту-

<sup>6</sup>Здесь мы прикоснулись к довольно любопытной социально-психологической проблеме - оптимальной степени взаимодействия научных коллективов (равно и сообществ, и индивидуальностей!), которые в своих исследованиях тянутся к одинаковым тематическим целям. Сильная связность ведет к захвату однообразием, модным и общепринятым. Слабая связь (в пределе изолированность) способствует независимому творчеству, повышает вероятность неожиданного всплеска идей, но замедляет общее развитие. Причем, наука и технология имеют разные режимы оптимальности.

итивную наводку - в сложной совокупности полей выделяется простейшее осцилляторное движение и на нем прослеживаются главные свойства всего физического процесса в целом. При этом хорошо просматривается методическая приверженность мандельштамовской триаде: параметр → модель → теория. Я допускаю, что в какой-то степени захватываюсь этим объединением, но считаю такую параноидальность здравой и, главное, достаточно плодотворной (согласно апостолу Павлу - это то безумие, которое рождает мудрость).<sup>7</sup> Руководствуясь этими соображениями, я буду двигаться фронтально - сразу по всем трем направлениям: ТТА + Гр.Ус. + Пар.Ур., примерно следя времененному ходу развития и обогащения идей.

## 9 ПРОИЗВОДЯЩАЯ ИДЕЯ ТТА

Проволочные антенны вошли в радиообиход еще со времен А.С.Попова, и к сороковым годам достигли обильной распространенности. Дальнейшее их совершенствование сдерживалось недопониманием законов распределения тока вдоль провода и незнанием соотношений между полями, локализующимися (сосредотачивающимися) около антенны, и полями, отрывающимися от нее и излучающими энергию в окружающее пространство.<sup>8</sup> Исходной моделью может служить коаксиальная линия, вдоль которой токи распределяются по строго синусоидальному закону.<sup>9</sup> Если

<sup>7</sup>Здесь снова смысловое цитирование, да еще с несколько тенденциозным толкованием. В каноническом русском переводе призыв апостола Павла таков: "Никогда не обольщай самого себя; если кто из вас думает быть мудрым в веке своем, тот будь безумным, чтобы быть мудрым" (Первое послание к коринфянам святого апостола Павла, Глава 3, песнь 18). Однако, к моему изумлению в английском переводе - The King James version [106] соответствующее место выглядит несколько иначе : "If anyone among you seems to be wise in this age, let him become a fool that he may become wise". Первоисточниковский текст был, увы, мне недоступен.

<sup>8</sup>Пояснения по обычному даются для излучающих (передающих) антенн, а затем по взаимности (если, конечно, она работает) переносятся на приемные и рассеивающие антенны.

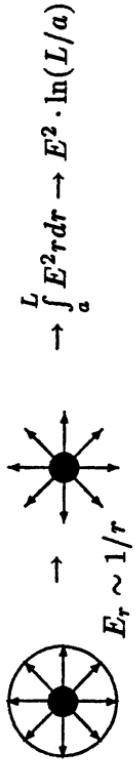
<sup>9</sup>Здесь и далее речь идет (если не оговорено что-либо иное) о чисто гармонических временных процессах, записываемых с помощью фактора

## **Имена и годы:**

- (а) Левин (1946) [15-17];
- (б) Леонтович (1946) [18], Фельд (1948) [19],  
Левин (1946) [20-24];
- (с) Левин [20-25], Гапонов [25-28], Миллер [29] (1949);
- (д) Губо [30], Вайнштейн и др. [31-32] (1950 );
- (е) Таланов, Миллер [33] (1956), Пистолькорс [34], Олинер и  
др.[35] (1962);
- (ф) Миллер [36-37] (1953),
- (г) Губо [30], Каценеленбаум, Гапонов и др. [38] (1947-1949 );
- (и) Каценеленбаум, Гапонов и др. [38,39] (1950 );
- (ж) Ким, Марков, Смирнов и др. [40,41] (1989-1991);
- (з) Леонтович, Левин [14] (1945 ), Зельдович [42] (1957),  
Левин [43-45] (1945), Миллер [46,47] (1984 );
- (к) Крупин, Оболенский [48] (1978), Докучаев [49,50] (1990);
- (л) Штейнишлегер [51] (1984), Горбачев,  
Заборонкова [52] (1993 );
- (м) Абрамович, Немцов, Эйдман [53] (1987);
- (н) Андronов, Чугунов [55] (1975);
- (о) Андronов, Городинский [54], (1963);
- (п) Мареев, Чугунов [41] (1991);
- (р) Hallen [56] (1938), M. Gray [57] (1944), King, Middleton [58,59]  
(1946 ), Фелсен, Маркувиц [60] (1973 - 1978 ),  
Кинг, Смит [61] (1950 - 1984 ) и др.
- (т) Витт [62] (1928).

ЭВОЛЮЦИЯ ТЕОРИИ ТОНКИХ АНТЕНН (Фиг. 2)

ПРОИЗВОДЯЩАЯ ИДЕЯ (1938 - 42)



УРАВНЕНИЕ ЛЕОНТОВИЧА - ЛЕВИНА (1942 $\Rightarrow$ ) [13, 14]

$$\frac{d^2 I}{dz^2} + k^2 I = i\omega \epsilon \chi^{-1} \{E_z^{cr} + E_z[I, z]\}; \quad \chi = 2 \ln L/a$$

(a) ВХОДНЫЕ  
ИМПЕДАНСЫ

(b) ЩЕЛЕВЫЕ  
АНТЕННЫ

(c) АНТЕННЫ В ВОЛНОВОДАХ  
И РЕЗОНАТОРАХ

(d) ОДНОПРОВОДНЫЕ И  
ПОЛОСКОВЫЕ ЛИНИИ

(e) ВОЛНЫ  
С УТЕЧКОЙ

(f) ИМПЕДАНСНЫЕ  
АНТЕННЫ

(g) АНТЕННЫ  
С УСИЛЕННОЙ  
ЛОКАЛИЗАЦИЕЙ

(h) ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ  
ПОКРЫТИЯ  
И СТЕРЖНИ

(i) ПЛАЗМЕННЫЕ  
ОВОЛОЧКИ

(j) ТОРЫ

(k) УТОЛЩЕННЫЕ  
ВИБРАТОРЫ

(l) НЕЛИНЕЙНЫЕ  
АНТЕННЫ

(m) ДВИЖУЩИЕСЯ  
АНТЕННЫ

(o) ПРОСТРАНСТВЕННАЯ  
ДИСПЕРСИЯ

(p) АНТЕННЫ  
В ПЛАЗМЕ

(q) ИНОВЕТЬ

(r) ОТДАЛЕННОЕ  
ПРЕДШЕСТВИЕ

постепенно удалять внешнюю оболочку коаксиала, то получится переход к одиночному проводу. Параметр прижатия поля к нему определяется, по-видимому, единственным разумным образом - через быстроту убывания плотности электрической энергии

$$W = \frac{1}{8\pi} \int E^2 dS \sim \frac{1}{2} \int_{r=a}^L E^2 r dr \sim E_o^2 \chi$$

где  $E = E_o \cdot a/r$ ,  $\chi = 2 \ln L/a$ , причем обрезание логарифма рекомендуется производить на расстояниях, где поле начинает заметно отличаться от двумерно кулоновского  $L \sim \min\{L_A, \lambda \sim 1/k\}$ ,  $L_A$  - длина антенного провода или радиус кривизны, достаточно превышающий собственный радиус этого провода  $r = a$ .

Несмотря на то, что фактор прижимаемости - логарифмический и, значит, параметр малости, увы, слабоват, однако, как это часто бывает в физике (в природе?), приближение работает лучше, чем ожидается, и точность выделения осцилляторной части распределения тока может быть более или менее строго про-контролирована.

Вот оно - интегро-дифференциальное уравнение для тока  $I$ , текущего вдоль одиночного антенного провода, носящее имя Леонтиевича-Левина [13]:<sup>10</sup>

$$\frac{d^2 I}{dz^2} + k^2 I = i\omega \epsilon \chi^{-1} \{E_z(I, z) + E_z^{ct}\} \quad (1)$$

Здесь  $\chi = 2 \ln L/a$ ;  $E_z(I, z)$  - некий, довольно-таки сложно устроенный, но уже явно определяемый оператор, зависящий от тока  $I$

---

exp(+iwt). Предполагалось, что у слушателей (читателей) имеется необходимый минимум знаний, так что некоторые утверждения (и уж тем паче общепринятые обозначения) даются как само собой разумеющиеся. Но это не исключает скользящего прочтения текста также и читателями, не отягощенным профессиональным пониманием, - они, можно надеяться, извлекут из доклада некое общее представление о чем-то чужом, но важном.

<sup>10</sup> Впрочем, о наименованиях мы поговорим позднее. Тем более, что в ТТА у Леонтиевича-Левина были - по другую сторону железного занавеса (кто от кого и от чего оказался в противопожарной изоляции!?) - одновременно получены аналогичные уравнения с аналогичными приемами обрезания логарифмических расходимостей (столь популярными сейчас в физике вообще!). Это были Hallen, Grey [56-57].

и продольной координаты  $z$ , а  $E_z^{ct}(z)$  - внешнее (стороннее) электрическое поле, возбуждающее антенный провод и задаваемое на его поверхности или на разрыве антенны (соответствующее англоязычное слово *gap*).

Итак, (а) параметр - характеристика прижатия (локализации) поля; (б) модель - тонкий цилиндрический провод; (в) теория - интегро-дифференциальное уравнение для тока вдоль провода; (г) пределы применимости - малость параметра прижатия ; (д) одновременники - прежде других Hallen [56].

## 10 ПРОИЗВОДЯЩАЯ ИДЕЯ В Гр.Ус.

В случае Гр.Ус. МА отталкивался от одной из самых древнейших (по-честному, все-таки средневековых) задач - законов Снеллиуса (Снелля), которым подчиняются световые лучи при отражении и преломлении на границах раздела двух сред. МА догадался, что если показатель преломления велик и комплексен (а именно таким свойством обладают проводники с проводимостью  $\sigma \gg \omega$ , параметр малости  $((\omega/\sigma)^{\frac{1}{2}})$ ), то преломленная волна уходит (быстро затухая) вглубь среды почти перпендикулярно к поверхности, - при любом угле падения, даже скользящем. А это значит, что структура поля в нижней среде (см.фиг.3) фиксирована и с большой точностью совпадает со структурой поля плоской волны, уходящей от границы в перпендикулярном направлении. И потому воздействие нижней среды на поле сверху может быть сведено к ограничению, навязанному замороженной структурой поля синэу. Таков смысл Границного Условия Леонтьевича, связывающего тангенциальные составляющие электрического  $E_{tan}$  и магнитного  $H_{tan}$  полей на границе с хорошо проводящими средами.

Итак, (а) параметр  $(\omega/\sigma)^{\frac{1}{2}}$ ; (б) модель - преломление электромагнитных волн на границах раздела; (в) теория - однородные Гр.Ус. вида:

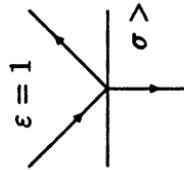
$$\vec{E}_{tan} = const \cdot (\vec{n} \times \vec{H})_{tan}, \quad (2)$$

где  $\vec{n}$  - нормаль к границе,  $\times$  - знак векторного произведения;

## ЭВОЛЮЦИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ЛЕОНТОВИЧА (Фиг. 3)

”Одноделец”  
Г.А. Гринберг  
1942 [65-68]

ПРОИЗВОДЯЩАЯ ИДЕЯ  
(1938 - 1948) [63,64]



$$\Rightarrow \vec{E}_r = \eta \cdot [\vec{n}, \vec{H}]$$

Математические  
обобщения  
 $\infty$ !

”Одноделец”  
Я.Л.Альперт  
1940 [69-71]

Обобщения на  
волны  
любой природы  
 $\infty$ !

ПОВЕРХНОСТ-  
НЫЕ ВОЛНЫ  
Миллер 1952  $\Rightarrow$   
[72,76-78]

ОБОБЩЕНИЕ НА ИМПЕДАНСНЫЕ  
ПОВЕРХНОСТИ [36,37,72,73]  
Щепкинов < 1940, Леонтович, Миллер (1951)

$$\frac{\epsilon = 1}{\epsilon, \mu >> 1} \quad \Rightarrow \quad \frac{Z_{\alpha\beta}(\omega, \vec{k})}{|||||}$$

РАДИОВОЛНЫ  
НАД ЗЕМЛЕЙ  
Леонтович, Фок  
(1946) [66,74,75]

**ДИФРАКЦИЯ НА ТЕЛАХ  
С ИМПЕДАНСНЫМИ  
ПОВЕРХНОСТЯМИ**

Уфимцев, Кеплер, Кондратьев  
(1960→) [81-83]

**ВОЛНОВОДЫ И РЕЗОНАТОРЫ  
С КОНЕЧНОЙ  
ПРОВОДИМОСТЬЮ СТЕНОК**

Левин (1948), Вайнштейн (1950)  
и др. [20, 31, 32]

**ВОЛНЫ С УТЕЧКОЙ**

Ченник, Леонович, Левин,  
Олинер, Миллер, Таланов.  
(1944, 1960→) [80, 63, 33, 35]

**НЕЛИНЕЙНЫЕ  
ИМПЕДАНСЫ**

Литвак, Миронов и др.  
(1990) [84]

**ДВИЖУЩИЕСЯ  
ИМПЕДАНСНЫЕ  
ОТРАЖАТЕЛИ**

Миллер, Таланов (1961),  
Эйдман (1965) [78, 79]

**КВАЗИПОВЕРХНОСТНЫЕ ВОЛНЫ В СВОБОДНЫХ  
И ТВЕРДОТЕЛЬНЫХ ПЛАЗМАХ**

Кондратьев, Романов (1960→) [85, 86]

(г) - пределы применимости: радиусы кривизны границ, волновых фронтов и других характерных величин в верхней среде должны заметно превышать толщину скин-слоя в нижней среде; (д) одновременники - "внутриaborигенные", видимо, инициированные (или просто оплодотворенные) самим МА. Взаимные ссылки налицаствуют: Гринберг [65], Альперт [69]. Вообще это было устное творчество МА, распространившееся по стране широко и быстро, как примерно в те же времена чудная песня "Катюша", и причина та же - доступная простота.

## 11 ПРОИЗВОДЯЩАЯ ИДЕЯ В ПАР.УР.

В случае Пар.Ур-ия производящая идея возможно возникла у МА как результат размышления над устройством волнового уравнения [74]. Размышления физика над математикой! Рядом был его друг и свойственник (муж родной сестры) А.А.Андронов [107], разрабатывший качественную теорию дифференциальных уравнений: узнавание свойств решений по характеру и виду уравнений. Дифференциальные уравнения - локальные связи величин - это законы их изменения в малых окрестностях и на малых временных интервалах. А решение уравнений - это поведение величин в целом - на больших масштабах. Интуитивное предугадывание - по свойствам в малом увидеть поведение в большом - требует большой сноровки, мастерства и навыка. Если отвлечься (временно) от узко математических целей и позволить себе пофилософствовать (в хорошем смысле этого слова), то такое сродни многим человеческим занятиям - по молекулам составить представление о веществе, по биоклеткам - об организме, да, в конце концов - по нашему малому окружению - охватить умом всю Вселенную. А тут задача все-таки попроще. Данна связь в малом - в виде волнового уравнения

$$\Delta\varphi = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}, \quad (3)$$

которое может быть взвеличено, как одно из самых удивительных и представительных уравнений в физике (а значит, и связей в природе!). Удивительных - по многообразию решений,

представительных - по их значимости при описании физических процессов. Думаю, оно входит в десятку важнейших уравнений физики.<sup>11</sup> В нем как бы "упрятаны" и плоские, неограниченно протяженные волны, и одиночные локализованные импульсы, и волновые пучки (лучи!) с более или менее резкими очертаниями. И МА нашел способ оценить и вычислить эту более или менее резкость. Если представить, что волновой пучок (как и раньше, предполагаемый монохроматичным) образован совокупностью слегка расходящихся плоских волн,

$$\exp(i\omega t - i(\vec{k} + \Delta\vec{k})\vec{r}), \quad (\Delta k \ll k),$$

то как-то само собой захочется поискать пучковое решение уравнения (3) в виде слабо модулированного осцилляторного распределения

$$\varphi \sim \exp(-ikz)u(\vec{r}_\perp, z), \quad (\vec{r} = \vec{r}_\perp + \vec{z}).$$

И тогда в предположении медленности изменения амплитуды волнового поля в масштабах длины волны ( $\lambda = 1/k$ ), усредняя по быстрым колебаниям, можно получить уравнение для модулирующей огибающей. Это и есть уравнение, выведенное Леоновичем для диффузационного, плавного расплывания той самой более или менее резкой границы волнового пучка [74]

$$2ik\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0. \quad (4)$$

По виду оно и впрямь совпадает с уравнением теплопроводности или диффузии (правда, с комплексными коэффициентами).

---

<sup>11</sup> Выделение "призеров цивилизации" - троек, пятерок, десяток, сотен и т.д. - всегда затруднено отсутствием четких числовых (одно-скалярных) критериев [99]. Кто-то, небось, считает это занятие "баловством нечестивцев", но от таких оценок никуда не уйти, ибо речь идет по-существу об установлении факторов (событий, людей, идей...), оказавших наиболее влиятельные последствия на развитие общества. И на этом поисковом пути пригодны самые разные привлечения: от капиталовложений до цитат-индексов, и несомненно включая усреднения по опросам людей разной, в том числе и выделено высокой значимости. Выходит, как часто встречается в жизни, кажущаяся объективность незаметно сводится к самосогласованной субъективности (если эту фразу вообще можно объективно понять).

## ДИФФУЗИЯ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ (Фиг.4)

Предпоследние:  
Юнг (1809) [88]  
Зоммерфельд (1909) [87]

ЗАДАЧА ЗОММЕРФЕЛЬДА  
(Диполь над импедансной поверхностью)  
Леонтович (1944) [74]

### САМОФОКУСИРОВКА

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} + \Delta_{\perp} U + \alpha |U|^2 = 0$$

Аскарьян, Таланов (1960→) [93]

### УРАВНЕНИЕ ЛЕОНТОВИЧА

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} + \Delta_{\perp} U = 0$$

### КВАЗИОПТИЧЕСКИЙ ПУЧОК

Малюжинец (1959)  
[88, 89]

### ЛЕНГМИЮРОВСКИЙ КОЛЛАПС

$$\Delta(i\Psi_t + \Delta\Psi) = \operatorname{div}(u\nabla\Psi)$$

$u_{tt} - \Delta u = \Delta |\nabla\Psi|^2$   
Закаров (1972) [95]

КВАЗИОПТИЧЕСКИЕ ТРАКТЫ  
оптические линии  
линзоподобные срецы

Таланов, Каценеленбаум,  
Власов (1962-90) [90, 91]

## ВОЛНОВЫЕ ПАКЕТЫ

$$2ik \frac{\partial U}{\partial z} + k \frac{\partial v}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} + \Delta_{\perp} U + \alpha |U|^2 \cdot U = 0$$

$$\xi = z - vt$$

Таланов, Литвак (1967) [94]

## АНИЗОТРОПНЫЕ СРЕДЫ

$$i \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 U}{\partial \eta^2} + |U|^2 \cdot U = 0$$

Литвак, Сергеев, Жарова (1979) [96]

## ОТКРЫТЫЕ РЕЗОНАТОРЫ

Таланов,  
Вайнштейн

(1962-66) [90, 31]

Приведение волнового уравнения  
к виду параболического

$$\Delta \Phi - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0$$

$$\tau = z - ct, \xi = z + ct, \Phi = \exp(i k \xi) \cdot G_k(\tau, \vec{r}_{\perp})$$

$$4ik \frac{\partial G_k}{\partial \tau} + \Delta_{\perp} G_k = 0$$

Brill (1891), Bateman (1915), Brittingham (1983) [97, 98]

## НЕОДИНОРДНЫЕ СРЕДЫ

$(x, y) \rightarrow (\tau, \xi)$  – лучевые координаты

$$2ik_o \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 U}{\partial \xi^2} - k_o^2 \cdot \Phi_m(\tau) \xi^m U = 0$$

$$m > 1$$

Кондратьев, Пермитин, Смирнов (1973-80) [92]

Итак, (а) параметр малости  $kL \ll 1$  ( $L$  - характерные протяженности огибающих полей; (б) модель - слабо модулированное колебание; (в) теория - диффузионное уравнение (параболического типа) для амплитуд; (г) пределы применимости - точность по  $kL$ -разложениям. И был (д) - Великий Предшественник - Томас Юнг (1773 - 1829) [88], который задолго до возникновения математической формализации описал наблюдаемую нерезкость пучковых границ как диффузии амплитуд, качественно, гипотезно, интуитивно... Мир физического мышления все-таки соразмерен с миром природы: так много в нем просторности как для рассудительных педантов, так и для воображательных образников, не говоря уже о загадочных интуиторах.

## 12 О ВОЗНИКНОВЕНИИ ИДЕЙ ВО-ОБЩЕ

Л.И.Мандельштам [11, 12] говорил, что физика (как занятие) есть умение допросить законопослушную природу а, следовательно, и уравнения, ее описывающие (это не цитата, а воспроизведение смысла высказывания). Действительно, как много в науке и жизни зависит от удачно заданных вопросов, да еще заданных во-время в момент или около момента истины. Аналогия с детективами, со следственными и судебными допросами даже богаче, чем кажется на первый взгляд. Здесь и последовательность (тактика) вопрошания, и психологичность взаимоотношений спрашивателя и ответчика (ответчицы!). Даже такое неблаговидное (в человек-человековых допросах) явление как навязывание допросникам своей линии ведения дела, имеющее отдаленное отношение к его существу, и то встречается в допросах природы - так иногда хочется подчинять природу собственной выдумке. Хотя развитие данной аналогии искусственно, однако, это отвлекло бы нас от главных сегодняшних намерений. Но все-таки хотелось бы отметить ее работоспособность и выделить важность первого слова, осеняющей догадки, необычного (нестандартного, не укладывающегося в скучные предсказания) вопроса, взывающего к продуктивному ответу. В первой модели (ТТА) такой

вопрос-догадка связан с обрезанным прижатием поля к одиночному проводу, во второй модели (Гр.Ус.) - с неожиданным свойством сильно преломляющих сред. Вроде бы - простенькие частности, однако, их богатство (а потому и красота) заключается во множестве закодированных намеков на обобщения. Третья же модель - наоборот,- почти сразу в чистом виде претендует на всеобщность: это как бы проявление Великого Принципа Дополнительности, доказуемый переход от одного уровня масштабной иерархии к другому. Перефразируя классика, сей переход можно было бы описать с помощью несколько витиеватой рекомендации: "сотри (усредни) случайные (быстро изменяющиеся) черты, и ты увидишь мир прекрасным (доступным образному восприятию)".

## 13 ПЕРВОЕ КОЛЕНО ТТА

Я не знаю роли МЛ на эмбриональной стадии зарождения электродинамических замыслов МА. Думаю, предполагаю (и уже говорил об этом), - он не поспел к "танцу хромосом". Но уже в первом колене развития и в культурных насаждениях на нашей нижегородской земле (словообразование "культурные посадки" показалось мне здесь двусмысленным!) участие МЛ было весьма действенным и плодотворным. Малый параметр (несмотря на свою логарифмичность, т.е. слабо уменьшающуюся малость) повел себя физически незлодейски, и даже для толстоватых антенных проводов, и даже при сильных их искривлениях, ТТА, опирающаяся на уравнение Леоновича-Левина (1), оказалась инженерно приемлемой. А заодно МЛ обобщил эту теорию на излучатели разных форм в разных пространствах . Отдельно стоит его кандидатская работа [15-17], где он связал входной импеданс антennы с распределением полей вдали и около. Активный импеданс определяет потери на излучения и выражается (по теореме Пойнтинга) через интеграл по замкнутой поверхности, окружающей антенну. Это хорошо и давно известно. Реактивный же импеданс, обусловленный пульсирующей перекачкой электрической энергии в магнитную (и обратно), выражается через объемный интеграл по всему пространству, охватывающему антенну. То

был уже новый результат. И, пожалуй, тогда впервые в электродинамике возникло понимание о неоднозначности разделения энергии на так называемую запасенную и так называемую диссирирующую (излученную). Для меня, например, то было первое произрастание общефизической проблемы из малоприметного "инженерного пустяка".<sup>12</sup>

Сразу после кандидатской диссертации МЛ приступил к докторской, посвященной щелевым антеннам [20-24]. Спешка вызывалась, по крайней мере, двумя причинами: первая нормальная, научная, обусловленная взрывным развитием дифракционных излучателей (поджигателем этого взрыва был, кстати сказать, Я.Н.Фельд [19], один из продолжателей дела МА); вторая же определялась соображениями личной безопасности в борьбе с безопасностью государственной. В 1948 году посадили (арестовали) его мать - видного экономиста Ревекку Сауловну Левину - и нужно было срочно упрочивать свое положение: либо под солнцем (на свободе, с шансами обрести положение нужного для страны еврея - Staatsjude), либо в дебрях ГУЛАГа (с шансами обрести положение в какой-либо привилегированной шараге).

Электромагнитным эноткам известно, что в силу принципа двойственной инвариантности уравнений Максвелла, тонкая металлическая антenna сопоставима с узкой щелью, прорезанной в идеальном металлическом экране, а электрический ток в антенне - с фиктивным (и одновременно эффективным!) магнитным током, текущим по следу щели в металлическом экране. Таким образом, перенос ТТА на щели в принципе очевиден, а все остальное (как любят говорить спортивные комментаторы) лишь дело техники. Но физика позволяет себе вести себя вольнее математики.

Очень длинный одиночный провод напоминает скорее не антенну, а линию передачи. И как уже было пояснено выше, при удаленной внешней коаксиальной оболочке такая линия, выпол-

<sup>12</sup> Для читателей, профессионально осведомленных в этих вопросах, напомним, что унос энергии - ее излучение - производится чисто бегущими (убегающими) волнами, которые сами по себе тоже обладают запасенной энергией, так что соотношение между накопленной и излученной энергиями зависит от выбора условной границы, разделяющей область, где энергия как будто запасается, от области, куда она как будто бы излучается.

ненная из идеально проводящего материала, способна лишь частично (логарифмически слабо) локализовать поле около себя и принадлежит к системам, направляющим квазилокализованные волны; позже они были, по-видимому, по инициативе А.Олинера [35] названы волнами с утечкой (leaky-waves). Чтобы получить полную локализацию, надо усилить прижимаемость поля к направляющему стержню; это делается либо путем введения конечной проводимости, либо путем применения тонких диэлектрических покрытий. Эти улучшения смыкаются с предложениями, исходившими еще в давние времена от Ценнека [80] и Губо [30] и др. и породившими множество удивительных последствий. А вот в случае тонкой длинной щели, прорезанной в бесконечно-протяженном плоском идеальном металлическом экране, переход к точной локализации осуществляется физически более естественно, ибо щель в экране конечных размеров (скажем, обрезанном с краями, параллельными этой щели) превращается в двухпроводную линию передачи, обеспечивающей строгую локализацию. Выходит, уже в первом колене теория Леонтовича-Левина как бы вернулась к исходной производящей задаче - двухпроводной линии передачи.

В свое время мне казалось это и занимательным, и знаменательным, да я и сейчас сохранил способность этому удивляться, правда уже не так безраздумно.

## 14 ПЕРВОЕ КОЛЕНО ДРЕВА Гр.Ус.

Граничное условие Леонтовича практически в безызмененном первородном виде - для сильно скинирующих границ - как-то сразу прижилось во всех задачах распространения и захвата электромагнитных волн - в искусственных (волноводы, резонаторы, ...) и в естественных (земля, ионосфера ...) средах.<sup>13</sup> Однако, замысел МА допускал очевидные обобщения. В самом деле, если

<sup>13</sup>Кстати, великолепное по лапидарной точности изложение вывода этих условий, а также их интерпретацию и оценку пределов действенности дал М.Л.Левин во втором томе свежего издания Физической энциклопедии [64]. (К сожалению, последнее время наши справочные издания сокращают свои выпуски и по тиражам, и по охватам, тем самым следующие поколения оту-

на идеально проводящую подложку нанести слой диэлектрика или магнетика или магнито-диэлектрика с достаточно большими проницаемостями, то внутри слоя формируется плоская стоячая волна, фиксирующая на входной поверхности слоя произвольное (в зависимости от свойств среды и оптической толщины слоя) соотношение между тангенциальными компонентами  $E_{\text{тан}}$  и  $H_{\text{тан}}$  [36]. В практической системе единиц (СИ) отношение  $E_{\text{тан}}/H_{\text{тан}}$  имеет размерность импеданса, а в гауссовой оно безразмерно. Поэтому такие поверхности стали называть импедансными, и граничные условия Леонтиевича стали частным случаем импедансных граничных условий. И вот непредсказуемый парадокс. МА был яростным противником СИ и с уничтожающим негодованием относился к приписыванию вакууму черт знает каких-то 376,8 омов. Поскольку я к этому импедансному святотатству имел некоторое отношение, мне удалось (кажется!?) несколько смягчить возмущение МА, оперируя с величиной  $4\pi/c = 120\pi$  Ом, равной импедансу вакуума в гауссовых единицах и выражаемой через приличествующие физике универсальные константы. Но со стороны МА это смягчение было похоже на уступку хулиганствующим молодчикам, не более того!!<sup>14</sup> Так и осталось в электродинамике от умения розыска знаний, по крайней мере, одному из старомодных способов такого розыска.)

<sup>14</sup> Честно говоря, все эти споры и тяжбы по большей или меньшей соприродности разных (из числа внутренне непротиворечивых) систем единиц напоминают религиозные распри, порой отнюдь не дружественные; каждая система имеет свои аргументированные преимущества и ограниченные удобства, а потому и приверженцы тех или иных верований часто пребывают в непересекающихся пространствах достоинств. Так, МА любил приводить в качестве разгромной "нефизичности" СИ разноразмерности компонент единого 4-х тензора электромагнитного поля, а его оппоненты ответно сетовали на гауссову разноразмерность в тензоре энергии-импульса и т.д. Отдельным пунктом всегда фигурировала эрзяньость лишних констант в СИ (или еще где), вступившая в противоречие с известным принципом Оккама (не вводить лишних сущностей без особой надобности). Но и по этой части возраженцы упорствовали - неужели удобства не составляют надобность (и наоборот). Да и кроме того, вся физика заминирована намеками на нечто неразгаданное. Как писал наш въедливый классик: "Ничто есть разновидность нечтого, а нечтого это тоже что-то, из чего можно извлечь кое-что". Тоже ведь своеобразная религиозно-философическая установка. Кстати сказать, ко всем этим размежеваниям МЛ относился с добродушным юмором, но держался

мике обобщенное граничное условие Леоновича обозначенным противным МА словом импедансное.

Вернемся, однако, к "первоколенным моделям", реализующим произвольные связи между Е и Н . Соответствующие магнито-диэлектрические слои могут быть реально выполнены из естественных или искусственных сред, а могут быть просто мысленными. И в этом обобщении, кстати, скрыта некоторая нетривиальная возможность, некогда подсказанная МА + МЛ, - возможность модельно-физического доказательства математических теорем.

Действительно, задача о решении волнового уравнения внутри некоторого объема V, ограниченного поверхностью S, на которой заданы условия Дерихле (закреплена искомая функция) или условия Неймана (закреплена ее нормальная производная), может быть сведена простой подменой среды к задаче с однородными граничными условиями; по крайней мере, для фиксированных частот. И, следовательно, все теоремы - типа единственности, взаимности и т.п. - не требуют передоказательств. Сейчас таких примеров физических (или компьютерных) вставок в ход чисто математических рассуждений накопилось немало, а в те времена было в новинку и радовало освежающей неожиданностью [36].

Рассказ о всех физических и технических системах с импедансными границами, равно как и о теоретических приемах, использующих такие средства для качественного и количественного понимания явлений, свелся бы к символу: "далее со !" Частично мы еще вернемся к некоторым важным конкретностям при обсуждении второго колена достижений.

## 15 ПЕРВОЕ КОЛЕНО Пар.Ур.

Мое повествование неисторично: оно подправляет фактический ход событий, отдавая предпочтение мыслям перед делами. МА придумал факторизирующую подстановку (в виде произведения быстро и медленно изменяющихся функций - в духе классического ван-дер-полирования) для решения задачи о распространении к взгляду МА.

нении радиоволн вдоль земной поверхности (действие которой заодно свелось к импедансу!). И в этом распространительном направлении была довольно быстро получена уйма массовых результатов: метод сильно выигрывал в наглядности по сравнению с фундаментальными строгими решениями (А.Зоммерфельд [87], В.Фок [75] и др...), ибо Земля, поддерживающая радиоволны (как, впрочем, и многое другое), столь не идеальна и не ровна и не очень-то приспособлена для строгих математик. Поэтому мне хотелось бы первое колено пустить в сторону теории более совершенных волновых пучков. (Я пытался эту поднауку назвать "волнистикой", но русскоязычники предпочитают сейчас что-нибудь по-иностранные, типа wave-ology). Поначалу следует отметить восстановление репутации Т.Юнга. Мною упоминалось уже, что Юнг каким-то сверхчутьем угадал диффузионный характер растекания волнового пучка (затекание в область геометрооптической тени).<sup>15</sup>

Г.Д.Малюжинец - тоже один из учеников МА - кстати сказать, ярко выраженный право-полушарник с еретическим складом ума - подтвердил юнговую словесность формально и вообще поощрительно способствовал прославлению физматической красоты генетического богатства, заложенного МА [88,89]. И пошла волна работ по нанизыванию пучков, описываемых уравнением Леонтьевича, на геометрооптические лучи. Невозможно перечислить всех и все. Появилась даже какая-то чудная псевдоанатомическая терминология, типа "обрастанье дифракционным мясом геометрооптического скелета" и т.п. А тут еще подоспела квазиоптика (перенос оптических методов в другие частотные диапазоны), и когерентная оптика, и разные другие лу-чеподобные подходы в разных ветвях физики. Параболическое, диффузионное уравнение для волновых амплитуд заработало во

<sup>15</sup> Как-то в 60-х годах в Тбилиси на Симпозиуме по дифракции волн выбрали прелестную Мисс Дифракцию, и МЛ, поздравляя ее экспромтио, провозгласил : "Она высококачественно удовлетворяет решению Леонтьевича-Фока: осциллирует в освещенной области и экспоненциально спадает в области тени". Я очень люблю этот образец научно-популярного юмора и сочувствую людям, которым этот юмор недоступен (в силу не той образованности или в силу не той моральности...)

всю ширь (почему-то по-русски в таких случаях говорят - во всю ивановскую!). И в открытых резонаторах, и в квазиоптических линиях передач, и даже при сложении за поведением одиночных импульсов появилось и упрочилось понятие дифракционных потерь, оцениваемых по диффузионным разбуханиям. Я уж не говорю об успехах в классической теории дифракции (рассеяние и искажение полей проводящими и диэлектрическими телами разных форм и свойств), где с легкой руки Келлера, Вайнштейна, Боровикова, Кинбера, Уфимцева и других [81,82,102] внедрилось понятие дифракционных лучей - огибающих, прижимающихся, отрывающихся, и чего только не делающих в этой самой волннистике. И снова пробивается некоторая общность натурфилософского толка: разделяй и властвуй, непрерывное поле разбивается на дискретные моды и тем облегчается понимание, а может и самоорганизующееся существование вообще.

И грустно, и забавно, и странно, что и в этом случае имя Леоновича постепенно стало исчезать из обращения. Формально уравнение Леоновича совпало с уравнением Шредингера (а по физическому смыслу - с комплексным уравнением диффузии), и как-то само собой произошла пересадка имен. Хотя я считаю, что здесь есть какая-то неразбериха: даже по отношению к каноническому уравнению Шредингера может быть применен метод МА (быстрые осцилляции по одной координате ведут к возможности описания по огибающим). Но ничего не поделаешь - процесс назначения имен неуправляем и подобен прилипанию прозвищ к людям, - когда по сходству, а когда и по раздражающему несходству с чем-то!

## 16 УХМЫЛКА ДЬЯВОЛА

В этом месте я сделаю паузу в озвучивании древ идей, - вернее, экскурс, отступление, уход в несколько неожиданное, но необходимое (так мне думается) воспоминание.

Однажды в беседах о судьбах физики (присутствовали МА, МЛ, я и, не помню, кто-то еще, но рассуждения на эту тему, видимо, повторялись неоднократно) МА, раздумывая вслух о под-

питке физики из военных бюджетов, высказал простую, но весьма едкую мысль... К сожалению, я забыл точные слова, а они обычно бывали разящими и выразительными и исполнялись с невоспроизводимой артистичностью. Придется описывать своими средствами. МА говорил, что любое начинание физики (да и других наук честных и не совсем) рано или поздно подхватывается милитаристами. Ухмылка дьявола (оскал милитариста) подкарауливает физиков в засадах. И каждый должен открыто понимать, где пересекается граница между Добром (изучением Природы как таковой) и Злом (использованием знаний для преднамеренного убийства жизни). Иногда сами первопроходцы сразу же заступают на обслуживание убийств. Но чаще втягиваются (или влипают!) их продолжатели. Вероятно, это непредотвратимо и подчиняется нефизическими законам, но понимание каждым из нас своего вклада в эти дела рук человеческих необходимо, это... наш долг... если угодно... перед Вселенной!<sup>16</sup>

## 17 БУЙНОЕ РАЗРАСТАНИЕ ВСЕГО И ВСЯ

Моя дальнейшая задача облегчается козьма-прутковским предупреждением: "Нельзя обять необъятное!" Все три ветви переплелись и разрослись своими побегами. В духе времен, увлечений и вовлечений.

Антенны, импедансные поверхности, волновые пучки и одиночные импульсы помещались в разнообразно-свойственные среды: неоднородные, анизотропные, нелинейные, переменные во времени, движущиеся, обладающие временной и/или пространственной дисперсией и т.п. (хотя даже непонятно, что еще осталось для "и т.п."). На лекционных плакатах (фиг. 2,3,4) по мере удаления от места и времени запуска изначальных идей шрифты

<sup>16</sup> Я считаю (и неоднократно ратовал за то), что у каждого человека есть три Высших Жизненных Долга: а). перед собой и близкими своими; б). перед обществом; в). перед Вселенной. Один мой знакомый ночь не спал, но не мог ни понять, ни вспомнить, что же он должен Вселенной: и так кругом в долгах, а тут еще один, да и по-видимому, не из пустяшных.

названий работ все мельчают и далее должны сливаться в сплошной перечисленческий фон. Поэтому я остановлю внимание только на некоторых ветвлениях, невольно руководствуясь в выборке личными привязанностями. Что поделаешь? В реальном, историческом времени развитие происходит иначе, чем в любом описании. И даже великое достижение человеческого гения -darwinская эволюционная теория, основанная на непрерывном совершенствовании живущих и борющихся тварей (так и называется - градуализм!), небезуспешно подрывается теорией дискретных скачковых, мутационных движений (так и называется пунктуализм). Так что и развитие идей, и история развития идей и история историй тоже может выглядеть пунктирно, а значит и более зависимо от наблюдателя.

## 18 СИСТЕМЫ С УСИЛЕННОЙ ЛОКАЛИЗАЦИЕЙ ПОЛЯ

Системы с усиленной локализацией поля разветвились в нескольких направлениях. Во-первых, это - импедансные антенны, как стержневые, так и плоские. Одновременно с тонкими металлическими антеннами стали разрабатываться диэлектрические и магнито-диэлектрические, в которых могла регулироваться степень локализации поля по длине: сильно прижатая волна запускалась с входного торца и постепенно расправлялась, отрываясь от стержня к излучательному выходному концу. Очень похоже на постепенно расширяющийся волноводный рупор, только с выпирающими снаружи полями. Такие диэлектрические стержни так и стали называться - диэлектрическими волноводами . И это, пожалуй, уже во-вторых, - однопроводные металлические линии с утекающими волнами модифицировались в диэлектрические - с хорошо локализованными полями с оптической точки зрения (концепция Бриллюэна) за счет эффекта полного внутреннего отражения. Сначала диэлектрические волноводы применялись в сантиметровом диапазоне длин волн, где их возможности сильно сдерживались качеством диэлектриков (потери, неоднородности), но с появлением когерентной оптики они получили новое, даже

в какой-то мере неожиданное, развитие в виде стекловолокон с оптическими пучками внутри. С некоторой долей восторженного преувеличения можно считать, что все три электродинамические идеи МА сплелись воедино: стержневые антенны дали потомство диэлектрическим волноводам с локализованными модами, их фиксированная структура позволяет (правда, не всегда) использовать импедансные условия на границах (изнутри и/или снаружи), а параболическое уравнение для волновых пучков является основным инструментом понимания и расчета режимов распространения сигналов по стекловолокнам на гигантские расстояния.

## 19 ЭВОЛЮЦИЯ ТОРОИДАЛЬНЫХ АНТЕНН

происходила не менее остроожетно, нежели металлических стержневых с превращением последних в диэлектрические. МЛ был, кажется, первым в построении собственных мод тороидальных металлических экзомивраторов. Сейчас этот термин уже состарился, а в послевоенные времена, следуя традиции Абрагама, когда-то вычислившего частоты и декременты радиационного затухания идеально проводящей эллипсоидальной балочки, разливали колебания полостей внутри металла, называя эти резонаторы эндомивраторами, и снаружи металлических (а потом и диэлектрических) образований (шары, сфероиды и т.п.), называя их экзомивраторами. МЛ, свернув antennу в тор, т.е. образовав так называемую кольцевую antennу, смог решить задачу об излучателе с произвольным параметром (уже параметром немалости!) [43, 44]. Долгое время эта система и это решение пребывали в невостребованности. Однако, затем они как-то вдруг заиграли новыми свойствами. В квазистатическом пределе - физически точечных торов, обтекаемых квазистационарными токами, получается исчерпывающе полная система элементарных источников вихревых электромагнитных полей. И уж совсем в статике азимутальная токовая мода создает вовне магнито-дипольное поле, а другая соленоидальная токовая мода создает внутри тора полоидальное магнитное поле, а снаружи - дипольно подобное поле

вектор-потенциала  $\vec{A}$ . Совсем из других соображений сначала эта система была названа А-наполем, а потом прижился термин тороидальный момент [42,46,47].

Тороидальные токовые распределения, как выяснилось, имеют выделенное особое, даже, можно сказать, элитарное значение в топологии векторных и, следовательно, в электромагнитных полей. Тороидальные токовые конфигурации расширили технические возможности устройств различных назначений (антенны, плаズменные кольца и т.п.). Даже наше присутствие здесь, на конференции по термоядру, во многом обязано наличию тороидальной (анапольной) моды в токамаках. Но не только это. Они по сути своей обогатили наши представления о механизмах излучения как в классической, так и в квантовой электродинамике. И, как часто бывает в науке и жизни, все началось с рядовой, малоприметной задачи. Впрочем, я чувствую, что это рассуждение становится моим навязчивым пунктиком...или, как стало модным сейчас говорить - становится "обратным общим местом" (репатриируемый афоризм).

## 20 СИСТЕМЫ С ИМПЕДАНСНЫМИ ГРАНИЦАМИ

На следующем этапе создалось впечатление, что страсть импедансизации охватила все волновые науки - те самые, которые мы попытались назвать объединенной волнистикой. Самая экзотическая встреча у нас в Институте прикладной физики Российской АН произошла аж! на дне морском! - акустические свойства дна в приемлемых приближениях вполне адекватно природе вещей могут быть описаны некоторым эффективным поверхностным импедансом . Во избежание недоразумений (подозрений в преувеличенном восхвалении) подчеркнем еще раз, что речь идет именно о полевых поверхностных импедансах в системах с распределенными параметрами, что и было инициировано предвоенными начинаниями МА; что же касается импедансов в системах с сосредоточенными параметрами, которым уже более чем сто лет отроду, то это совсем иное направление, получившее раз-

вернутое (в основном, радиотехническое) развитие, в какой-то мере, независимое (и породившее, в частности, в теоретической радиофизике матричное описание цепочек дискретных многополюсников...).

Важное обобщение Гр.Ус. наступило при понимании того, что поверхностный импеданс может быть не универсальным, а слегка (через конечное число параметров) зависимым от определяемых им полей. Самым популярным является, пожалуй, случай импедансов с пространственной дисперсией, в Фурье-представлении сводящийся к зависимости от волновых векторов или их проекций, что вывело импедансные граничные условия в разряд условий, достаточных для сшивания полей на любых поверхностях. Это уже не просто круг задач, это уже заявка на идеологию, на принципиальный вклад в "волновую цивилизацию". И, как нередко бывает, среди леса перестают быть видны деревья... и ссылочные связи с первоначинателями как-то само собой утрачиваются. Идеи МА, как песни, подхваченные народом, потеряли авторство. Когда-то Гарфильд, родоначальник Current Content, отмечал, что такая категория признания стоит уже над цитат-индексом, а он ведь был одним из его выдумщиков или претворителей [103].

## 21 НЕЛИНЕЙНЫЕ ОБОБЩЕНИЯ

Нелинейные обобщения во всех трех электродинамических (волновых) занятиях, порожденных МА, возникали как-то само собой, то опережая общие тенденции (увлечения), то отставая (но не на много!) от них.

Например, антенны с нелинейными сосредоточенными импедансами нагрузками фактически появились раньше самих антенн, как таковых, - на заре радио Попов применил детекторы - когереры, вставленные в разрывах приемных рея. Да и вообще любой зонд с детектором, используемый для измерения электрических полей или чего-то другого (в плаэме, например), может быть отнесен к нелинейным устройствам. Именно приемные и рассеивающие стержни с нелинейными импедансными

вставками явили собой дискретные модели антенн с усредненно распределенными импедансами. В некоторых проектах снабжения Земли дополнительной солнечной энергией, трансформируемой внеземными ретрансляторами в сверхвысокочастотные колебания, их прием "дома" должен будет осуществляться протяженными полотнами, состоящими из так называемых ректенн - тонких антенников с детекторными вставками, преобразующими энергию высокочастотных колебаний в энергию постоянных (или слабо модулированных токов). В этом деле много неосознанных проблем и загвоздок - экономических, экологических ... и даже междуусобных, некоторые считают проекты сии пока что научно-прикладной фантастикой . Но даже независимо от перспектив превращения этой сказки в быль, она воплощает в себе объединенное применение теории нелинейных тонких антенн и теории нелинейных импедансных поверхностей. Удивительная встреча идей Леонтовича и Левина в обретении новой жизни, как в буддистской мифологии!

Не менее привлекательным (да и неожиданным тоже) мне кажется взаимодействие пучков с нелинейными импедансными поверхностями, когда на линейном уровне пучки испытывают нормальную "леонтовическую диффузию" (лучше бы сказать -"юнголеонтовическую"!), а на нелинейном - становятся прижимающими к поверхностям, локализованными вблизи них, нерасплывающимися. Какие-то хиромантические черты этого явления просматривались еще в первой публикации МА о направленном излучении диполя вдоль импедансной поверхности Земли. Только там все еще было линейно - времена тогда были еще слабоинтенсивные!

И, наконец, несколько слов о самой плодовитой нелинейизации - о пучках и импульсах в нелинейных средах. Благодаря удобному подходу - описанию с помощью усредненного уравнения для волновых огибающих, исходящему от МА, обобщение на нелинейные системы, среди произошло с какой-то изящной и массовой элегантностью. В результате возник (и продолжает развиваться!) Новый Мир Нелинейных Огибающих - импульсов, пучков, комбинированных полевых возмущений. Мир и реаль-

ный, и виртуальный, и физический, и математический со своими особыми существами-объектами - Солитонами и Бимионами (самоподдерживающимися импульсами и пучками). Они умеют склоняться (коллапсировать), самофокусироваться, коллективизироваться в динамические макросреды, хаотизироваться и еще черт знает что выделять.<sup>17</sup> Невольно вспоминается впечатление Г.Герца от уравнений Максвелла - решения ведут себя как самостоятельно живые существа - соединяются, размножаются, возникают и исчезают... А он тогда еще и не догадывался о существовании нелинейных миров.

## 22 МОРАЛЬ

А ведь все эти "штучки-дрючки" можно рассматривать как разбушевавшихся детей из идейного потомства МА. Показательно, что первые догадки были извлечены им из казалось бы сугубо частных задач (даже от части "заказных"!) и только потом уже они развернулись почти до уровня общефизической (не решаясь сказать - натурфилософской) общности. А значит, - МА оставил нам заодно в наследство мораль, прекрасную и насущную, - не чураться неброских задач, относиться к ним с внимательным уважением и пристальнostью, ибо часто именно с них может начаться взрывное размножение достижений, порой воистину ведущих к успехам, которые по образному немецкому выражению могут "*Erochen machen und Brand brechen*". Перефразируя Евангелие от Иоанна (но, естественно, без богохульных помыслов!), можно сказать: "Вначале было Слово, и Слово это от Мысли, и Слово это Мысль!". А в начале Мысли всегда стоял вопрос, неожиданный, необычный, захватывающий. И МА был Великим Мастером такого вопрошения себя и природы. А МЛ олицетворял собой прекрасного Наводчика, Расшифрователя и Продвига-

---

<sup>17</sup> Невозможно перечислить работы, определяющие даже только новые идеи, ибо это целая страна чудес. Поэтому в самом тексте опущены все имена, а ссылки на некоторых авторов даны прямо из плакатных фигур. Причем, меня все время преследовало чувство опасности обидеть кого-либо неупоминанием. Заранее приношу уверения в отсутствии непочтения к кому-либо и непреднамеренности неизбежных пропусков.

теля ответов. И еще одна подправленная цитатка: "Как важно уметь в любом деле "чувствовать вкус Начал".

## 23 БЛАЖЬ

Я думаю, что уже выбрал отведенные нормы сроков и протяженностей текста. Но все же хочу под занавес сделать два странноватых замечания, обозначаемых мною как блажь. Согласно словарю Даля, блажь - не только дурь, ишаль, временное помешательство, но и несбыточные мысли, желания. Кроме того, слово "блажь" однокорневое с "блаженством" и "блаженным".

Первое блажное замечание относится к невозврату в прошлое, а второе, наоборот, - к проникновению в будущее.

Когда МА свел приближенно волновое уравнение к диффузионному, и он сам, и его последователи все-таки пропустили возможность задать себе один необходимый вопрос - а не бывает ли случаев точного, строгого, безоговорочного преобразования уравнения одного типа к другому. Прозевали, ибо отрицательный ответ казался всем очевидным. И он на самом деле таков, если где-то негласно подразумевается, что решение волнового уравнения (3) должно соответствовать полю источников, уносящих энергию от себя вовне. Математически это обеспечивается выполнением зоммерфельдовских условий излучения на бесконечных удалениях от источника. (Кстати сказать, им тоже может быть придан вид импедансных граничных условий леонтического типа). Вот эта закомплексованность очевидностью, широкая образованность и хорошее знание предмета исследования, видимо, иногда заслоняет блажные варианты.

А вот в конце прошлого века люди, обладающие "свежестью невежества" и еще не ведавшие о каких-то там условиях излучения, учинили такое точное сведение волнового уравнения к диффузионному. Оно комбинируется из факторизованных функционалов, содержащих и запаздывающие (уносящие энергию от источника) и опережающие (приносящие ее к источнику) аргументы. Приведем эту прошловековую находку в современной манере. Ре-

## шение волнового уравнения

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

при подстановке  $\tau = z - ct, \xi = z + ct$  представляется таким:

$$\varphi = \exp(ik\xi) \cdot G_k(\tau, \vec{r}_\perp), \quad (6)$$

где функция  $G_k$  является строгим решением диффузационного уравнения вида (7)

$$4ik \frac{\partial G_k}{\partial \tau} + \Delta_\perp G_k = 0,$$

совпадающим с уравнением Леонтического (и, разумеется, уравнением Шредингера).

Функция (6) описывает великолепный экзотический экземпляр "волнового животного". Основная несущая волна мчится со скоростью  $+ c$  в одну сторону, а ее диффундирующая огибающая несется навстречу со скоростью  $- c$ . Впервые это волнообразование было получено в 1891 году (Brill). На русском языке оно предъявлено Г.Бейтменом [97] в его поражающей воображение книге: "Математическая теория распространения электромагнитных волн", М., 1958 (The mathematical Analysis of Electrical and Optical Wave-Motion on the Basis of Maxwell's equations", 1915 - 1955).

Бейтмену зоммерфельдовское ограничение уже было известно, но он все же указал на решение (6) как на некое диво. Вообще в этой книге содержится такое обилие догадок и необыкновенных матфизических открытий, что я не удивлюсь, если въедливые читатели найдут там даже кое-что из токамачной электродинамики...

Но этим не завершается драматизм подстановки (6). Вдруг совсем недавно ее переоткрыли учёные янки [98], то ли ошибочно забыв, то осмысленно игнорируя условия излучения. Впрочем, в принципе решение (6) может быть реализовано в ограниченном пространстве между двумя разнесенными источниками и антиисточниками с нужным образом подобранными импедансными (!) условиями на концах.

Почему же я отнес это к разряду блажи? Да потому, что было то временными умопомрачением - все испугались запрета Зоммерфельда. Забавно, что в свое время сам Зоммерфельд в задаче о сверхсветовом электроне "испугался" запрета Эйнштейна на движение материальных объектов со скоростями, превышающими скорость света в вакууме (не распространяющимся, между прочим, на движение источников излучения), хотя и ссылался на Хевисайда, который догадался до будущего излучения Черенкова в среде с любым (!) показателем преломления [104].

Второе замечание будет уже блажью в ином значении этого слова, в значении несбыточности желаний. В 1961 году МА вдруг решил обобщить знаменитое соотношение Крамерса-Кронига на процессы с временной и пространственной дисперсией, используя релятивистское толкование причинности [108]. Напомним, что это соотношение определяет ограничение на зависимости параметров сред и систем от частоты, исходя из одностороннего течения времени. А МА связал между собой запреты, которые накладывает принцип причинности на любые движения в  $(\vec{r}, t)$ -пространстве. Незадолго до кончины МЛ-а мы с ним (видимо, на сей раз не побоявшись тягот преобразованности) задались поистине блаженным вопросом [105]: а почему, собственно говоря, мы считаем себя живущими в  $(\vec{r}, t)$ -пространстве? Ведь все объекты и их перемещения в  $(\vec{r}, t)$ -пространстве однозначно преобразуемы в объекты и их "перемещения" в  $(\omega, \vec{k})$ -пространстве. Во многих отношениях эти два пространства элитарно и парно выделены в ряду других, но, вообще говоря, существуют бесконечные наборы изоморфных пространств, математически эквивалентных между собой.<sup>18</sup> Мы же предпочитаем быть "прописанными" там, где принцип причинности выражается наипростейшим образом: односторонность времени между всеми времени-подобными событиями. Вероятно, без этого невозможно построить интеллект - ни естественный (антропизм!), ни искусственный (выдуманный, но, скорее всего, по нашему образу и по-

<sup>18</sup> Перефразируя известный афоризм Орвелла, можно утверждать: все изоморфные пространства равны между собой, но некоторые из них равнее других. All isomorphic spaces are equal but some spaces are more equal than others.

добио!); помехой может служить причинно-следственная неустойчивость: причина - следствие - причина и т.д. до абсурда (опять же в нашем понимании). Выходит, если строить искусственный интеллект в пространстве  $(\omega, \vec{k})$  - а почему бы и нет? - нужно твердо держаться ограничений Крамерса-Кронига-Леонтовича.

Если все это когда-нибудь получит приложение и продолжение, то можно сделать поразительный вывод, что МА как бы подсмотрел сквозь свой магический кристалл в загадочное интеллектуальное будущее и запасся для него необходимыми заготовками.

## 24 КОНЦОВКА

Не знаю, насколько мне удалось выполнить свой сценарный замысел. Поэтому укажу явно, в чем он состоял. Мне хотелось возложить на себя приятно-ответственные обязанности экскурсовода на выставке произведений МА и МЛ и их продолжателей (нижегородских преимущественно). Как и положено для вернисажей, экспонируется только часть наличия, подобранная под избранную тематику, в то время, как еще много не менее ценного неизвлеченно хранится в запасниках. Но даже эта предъявленная композиция поражает воображение. Ведь если только чисто электродинамический подвид и, в основном, если только его нижегородская поросль развертывается в такую панораму имен и претворений, которые в свою очередь дают зачатки новых взрывных побегов, то сколько же всего сотворил МА за жизнь и сколько же всему он дал вовлечение в физику, в свою физику, в свою манеру думать о ней и ее работать!

И еще одно. Понятно, что предъявленное мною изобилие сведений и иллюстраций могло быть изготовлено лишь целой бригадой делателей. Все исполнялось с любовью, вкусом и придумками. Я не в состоянии перечислить имена соучастников, но они красуются на ветвях древа на фиг.1.

В наше время так работают только люди, сохранившие почетие и преданность предкам своим. Может быть, это самая значимая часть наследства, оставленного после себя МА и МЛ и

не растраниженного поколениями преемников.

## **25 ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ БЛАГОДАРНОСТИ**

И все же автору трудно удержаться от благодарения некоторых помощников персонально, в особенности тех, кто поддерживал его в составлении и оформлении текста. Это - Т.М.Заборонкова, С.Д.Миллер, Г.В.Пермитин, А.И.Смирнов. Без их содействия вряд ли удалось довести замыслы до их осуществления.

1. Яглом И.М. Почему высшую математику открыли одновременно Ньютон и Лейбниц? (Размышления о математическом мышлении и путях познания мира). М.: Знание. Число и мысль. 1983. N 6.
2. Болотовский Б.М., Левин М.Л., Миллер М.А., Суворов Е.В. Фарадей - Максвелл - Герц - Хевисайд. О согласованности функциональных специализаций мозга. // Н.Новгород.: ИПФ РАН. 1992. Препринт N 327.
3. Воспоминания об академике М.А.Леонтовиче. М.: Наука, 1990. С. 279.
4. М.А. Леонтович (к 70-летию со дня рождения). // УФН. 1973. Т.109. С.613.
5. 80 лет со дня рождения М.А.Леонтовича.// Физика плаэмы. 1983. Т.9. N 1.
6. Левин М.Л., Рытов С.М., Шафранов В.Д. // УФН. 1983. Т.9. N 1.
7. Михаил Львович Левин (к 60-летию со дня рождения).// Физика плаэмы. 1981. Вып.4. Т.7. С.709.
8. Болотовский Б.М. Ученый, человек, друг. // Русская мысль, N 3943, 28 августа 1992.
9. Левин М.Л. Прогулки с Пушкиным. // Звезда. 1991. N12. Воспоминания о Б.Л.Пастернаке. // Звезда. 1993. N 3

---

<sup>19</sup> Лекция посвящена рассказу об электродинамических идеях М.А.Леонтовича и их последующем развитии М.Л.Левиным, преимущественно в Нижегородском (Горьковском) "очаге физики". Поэтому подбор литературы сделан несколько тенденциозно - он является скорее иллюстративным материалом и не преследует целей исторической полноты. Автор заранее приносит извинения за пропуски и возможные недооценки иных влияний.

10. Воспоминания о М.Л.Левине (в печати). Н.Новгород.
11. Академик Л.И.Мандельштам. К 100-летию со дня рождения. М.: Наука. 1979. С 312 .
12. Воспоминания о Л.И.Мандельштаме. М.: Знание. 1980.
13. Леонович М.А., Левин М.Л. "К теории возбуждения колебаний в вибраторах антенн" // ЖТФ. 1944. Т.14. С.481.  
см. также Леонович М.А., Левин М.Л. "О возбуждении вибраторов в антенах". //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1944. Т.8. С.156.
14. Леонович М.А. // Сб. научных трудов НКЭП. 1945. Вып.1.
15. Левин М.Л. //Кандидатская диссертация. ГГУ. 1946.
16. Левин М.Л. "О входном сопротивлении антенны, находящейся в волноводе". // ДАН СССР. 1946. Т.54. С.599.
17. Левин М.Л. "Об одном новом методе нахождения характеристического реактанса тонкой антенны". // Изв. АН СССР. Сер.физ. 1947. т.11. С. 117.
18. Леонович М.А. "Об одной теореме дифракции и ее применение к дифракции на узкой щели произвольной длины". //ЖЭТФ. 1946. Т.16. В.6. С.474.  
см. также: Леонович М.А. Извбранные труды "Теоретическая физика". М.: Наука. 1985.
19. Фельд Я.Н. Основы теории щелевых антенн. М.: Сов. радио. 1948.
20. Левин М.Л. //Докторская диссертация. Горьковский университет-Тюменский пединститут. 1946-1954.
21. Левин М.Л. "К теории щелевых антенн". // ДАН СССР. 1947. Т.58. С.1039.

22. Левин М.Л. "Резонансные щелевые антенны в волноводе". // Изв. АН СССР, сер. физ. 1948. N 12. С.310.
23. Левин М.Л. "Теория кольцевой резонансной щели в волноводе". //ЖТФ. 1948. Т.18. С. 639.
24. Левин М.Л. О возбуждении полубесконечного волновода через отверстие в его дне". // ЖТФ. 1948. Т.18. С.653.
25. Гапонов А.В., Левин М.Л. "К теории тонких антенн в эндомивибраторах" //ДАН СССР. 1954. Т.95. С. 1193.
26. Гапонов А.В., "К теории тонких антенн в резонансных эндомивибраторах". //ДАН СССР . 1954. Т. 95. С.1193.
27. Гапонов А.В. "К теории тонких антенн в полых резонаторах". //ЖТФ. 1955. Т.25. С. 1069.
28. Гапонов А.В. "Возбуждение полых резонаторов тонкими антеннами". // ЖТФ. 1955. Т.25. С.1085.
29. Гапонов А.В., Миллер М.А. "Возбуждение круглого волновода кольцевой antennой". //ЖТФ. 1949. Т.19. С.1260.
30. Georg Goubau. "Поверхностные волны и их применение для передачи". //Journal of Appl. Phys. 1950. V.21. P. 1119.
31. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь. 1988.
32. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио. 1966.
33. Миллер М.А., Таланов В.И. "Поверхностные волны, направляемые границей с малой кривизной". //ЖТФ. 1956.Т.26. С.2755
34. Пистолькорс А.А. "Распространение электромагнитной волны вдоль щели в проводящем экране". //ЖТФ. 1946. Т.16. В.1. С.3-11.

35. Tamir T., Oliner A.A. // IRE Trans. 1962. V.10. N1. P.55.
36. Миллер М.А. "Применение однородных (импедансных) граничных условий при решении задач о распространении поверхностных э.м. волн и при исследовании колебаний тонких антенн". //Кандидатская диссертация. ГГУ. 1953.
37. Миллер М.А. "Применение однородных (импедансных) граничных условий в теории тонких антенн". // ЖТФ. 1954. Т.24. С.1483.
38. Каценеленбаум Б.З. "О распространении эл.м. волн вдоль бесконечных диэлектрических цилиндров на низких частотах". //ДАН СССР. 1947. Т.63. Н.7. С.1317-1320.
39. Каценеленбаум Б.З. "Симметричное возбуждение бесконечного диэлектрического цилиндра". //ЖТФ. 1949. Т.19. N 10. С.1168 -1181.  
см.также "Несимметричные колебания бесконечного диэлектрического цилиндра". //ЖТФ. 1949. Т.19. N10. С. 1182-1191.
40. Ким А.В., Марков Г.А., Смирнов А.И. "Антенны с плазменным покрытием". //Письма в ЖТФ, 1989. Т.15. N5. С. 34.  
см. также Kondrat'ev I.G., Kudrin A.V., Zaboronkova T.M. "Radiation of annular current in whistler waves". //Radio sci. 1992. V.27. P.315.
41. Мареев Е.А., Чугунов Ю.В. Антенны в плазме. Н.Н.: ИПФ АН СССР.1991. 230 с.
42. Дубовик В.М., Чешков А.А. "Мультипольное разложение в классической и квантовой теории поля и излучение" //Физика ЭЧАЯ. 1983ю Т.14. С.1193.  
см. также Зельдович Я.Б. //ЖЭТФ. 1957. Т.33. С.1331.
43. Левин М.Л. "Круговая антenna". //Сб. науч. трудов НКЭП. Москва. 1945. В.1. С.41.

44. Левин М.Л. "К теории тороидальных вибраторов". //ЖТФ. 1946. Т.54. С.599.
45. Левин М.Л. "О равновесном распределении поверхностных зарядов и токов на тонком торе произвольного поперечного сечения". //Физика плазмы. 1983. Т.9. N1
46. Миллер М.А. "Зарядовая и токовая электростатика, нестационарные источники статических полей". //УФН. 1984. Т.142. В.1. С.147-158.
47. Миллер М.А. "Неоднозначности обратных задач в макроэлектродинамике. Сферические и тороидальные источники э.м. полей". // Изв.ВУЗов - Радиофизика. 1986. Т.29. N9.
48. Крупин П.И., Мушка В.И. Оболенский Л.М., Яшин Ю.Я., Яшнов В.А. "Об импедансе несимметричного вибратора при изменении его длины и формы". //Сб. Техника средств связи, сер. техника радиосвязи. 1978. В.9 (25). С.86-90.
49. Докучаев В.П. "Новый параметр в теории электрических вибраторных антенн". //Сборник конференции "Волны и дифракция 1990". М.: 1990. Т.1 С.308-312. См. также Н.Н.: НИРФИ. 1990. Препринт N 298.
50. Докучаев В.П. "Входной импеданс электрического вибратора в изотропной холодной плазме". //Н.Н.: НИРФИ. 1992. Препринт N 350.
51. Штейншлегер В.Б. "Нелинейное рассеяние радиоволн металлическими объектами". //УФН. 1984. Т.142. В.1. С.131-145.
52. Горбачев А.А., Заборонкова Т.М., Бабанов Н.Ю., Ларцов С. "Рассеяние радиоволн на системе излучателей с нелинейными помехами". // Сборник по ЕМС. В печати.
53. Абрамович Б.С., Немцов Б.Е., Эйдман В.Я. "Неустойчивость системы плазма - движущийся проводник". //Физика плазмы. 1987. Т.13. В.7. с.682.

54. Андронов А.А., Городинский Г.В. "Дипольное излучение плазменных волн". //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1963. Т.5. С.234.
55. Андронов А.А., Чугунов Ю.В. "Квазистационарные электрические поля источников в разреженной плазме". //УФН. 1975. Т.116. В.1. С.79-113.
56. Hallen E. Theoretical investigations into the transmitting and receiving qualities of antennae. //Nova Acta Regial Soc.Sci. Upsalensis. 1938. V.4 P.1-44.
57. Gray M.C. A modification of Hallen's solution of the antenna problem. // J.Appl.Phys. 1944. V.15. N1. P. 61-64.
58. King R., Middleton D. The cylindrical antenna: current and impedance. // Quart. Appl. Math. 1946. V.3 P. 302.
59. King R. The theory of linear Antennas . Cambridge, Massachusetts: Harward Univ. Press. 1956. 944 p.
60. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М.: Мир. 1978. Т.1, 2.
61. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах. М.: Мир. 1984. 822с.
62. Витт А. "Неоднородная нагруженная антenna". //Журнал прикладной физики. 1928. Т.V. N1. С.3-21.
63. Леонтович М.А. "О приближенных граничных условиях для э.м. поля на поверхности хорошо проводящих тел". /Исследования по распространению радиоволн. Сб. 2. М.Л.: Изд-во АН СССР. 1948.
64. Левин М.Л., Миллер М.А. "Леонтовича граничное условие". Физ.энц. М.: Сов.энц. 1990. Т.2. С.581.
65. Гринберг Г.А.. "О береговой рефракции радиоволн." //Изв. АН СССР. Сер.физ. 1946. Т.10. N2.

66. Гринберг Г.А., Фок В.А. "К теории береговой рефракции э.м. волн". /Исследования по распространению радиоволн. Сб. 2. М.Л.: Изд-во АН СССР. 1948.
67. Гринберг Г.А. Извращенные вопросы математической теории электрических и магнитных явлений. М.Л.: Изд-во АН СССР. 1948.
68. Grinberg G. //J. Phys. 1942. V.6. P.185.
69. Альперт Я.Л. //ЖТФ. 1940. Т.10. С.1358.
70. Альперт Я.Л. О распространении э.м. волн низкой частоты над земной поверхностью. М.: Изд-во АН СССР. 1955.
71. Альперт Я.Л., Гинзбург В.Л., Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн. М: Гостехиздат. 1953.
72. Миллер М.А. "Распространение э.м. волн над плоской поверхностью с анизотропными граничными условиями". // ДАН СССР. 1952. Т.87. С. 571.
73. Миллер М.А. "Поверхностные волны в прямоугольных канавах (с импедансным дном)". //ЖТФ. 1955. Т.11. С. 1972.
74. Леонтович М.А. "Об одном методе решения задач распространения радиоволн по поверхности Земли". //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1944. Т.8. N16.
75. Леонтович М.А., Фок В.А. "Решение задач о распространении эл.м. волн вдоль поверхности Земли по методу параболического уравнения". /Сб.2. Исследования по распространению радиоволн. М.Л.: Изд-во АН СССР. 1948.
76. Миллер М.А., Таланов В.И. "Поверхностные э.м. волны". /Труды УРСИ. XII Генеральная ассамблея. 1957.
77. Миллер М.А., Таланов В.И. "Поверхностные э.м. волны". /Труды УРСИ. XIII Генеральная ассамблея. 1960.

78. Миллер М.А., Таланов В.И. "Поверхностные э.м. волны" //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1961. Т.4. N5. С. 795.
79. Эйдман В.Я. "Излучение поверхностной волны зарядом, проходящим границу раздела двух сред". //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1965. Т.VIII. С.188.
80. Zenneck J. Ueber die Fortpflanzung ebener electromagnetischer Wellen langs einer ebenen Leitfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie. //Ann.d. Phys. 1907. V.23. P. 848; //Phys.Zs. 1908. V.9. P.50
81. Уфимцев П.Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. М.: Сов.радио. 1962. 244с.
82. Keller J.b. Geometrical theory of diffraction. //J.Opt.Soc.Amer 1962. V.52. N2. P.116.
83. Кондратьев И.Г., Миллер М.А. "Двумерные э.м. поля, направляемые плазменными слоями" //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1964. Т.7. N1. С.124.  
см.также "Отражательные характеристики неоднородных плазменных слоев" //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1968. Т.11. N6. С.885.
84. Богомолов Я.Л., Кочетов А.В., Литvak А.Г., Миронов В.А. "Возбуждение нелинейных поверхностных волн электромагнитными пучками". //ЖЭТФ. 1990. Т.96. В.4. С.1193.
85. Заборонкова Т.М., Кондратьев И.Г. "Рассеяние высокочастотных электромагнитных волн на эллиптическом плазменном цилиндре и геометрическая теория поверхностных волн". // Изв. ВУЗов- Радиофизика. 1974. Т.XVII. N9. С.1269.
86. Романов Ю.М. "Электромагнитные волны в полуограниченной плаズме". //Изв.ВУЗов -Радиофизика. 1964. Т.7. N2. С.242.
87. Sommerfeld A. //Annalen der Physik. 1909. V.28. P.665.

88. Young Th. // Phil. Trans. Roy. Soc. 1802. V.20.  
см. также Малюжинец Г.Д. Дифракция волн. ФЭС. М.:  
Гос. изд. Сов. энциклопедия. 1960. Т.1. С. 606.
89. Малюжинец Г.Д. "Развитие представлений о явлениях дифракции". //УФН. 1959. Т.69. N2. С.321.
90. Авербах В.С., Власов С.Н., Таланов В.И. "Методы селекции типов колебаний в открытых квазиоптических системах". // Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1967. Т.10. N9-10. С. 1333.
91. Каценеленбаум Б.З. Высокочастотная электродинамика. М.: Наука. 1966.
92. Кондратьев И.Г., Пермитин Г.В., Смирнов А.И. "Распространение широких волновых пучков в плавно неоднородных средах". //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1980. Т.23. N10. С.1195.
93. Аскарьян Г.А. "Воздействие градиента поля интенсивного луча на электроны и атомы. //ЖЭТФ. 1962. Т.42. N6. С.1567.  
см. также. В.И.Таланов. "О самофокусировке электромагнитных волн в нелинейной среде". //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1964. Т.7. N3. С.564.
94. Литvak А.Г., Таланов В.И. "Применение параболического уравнения к расчету полей в диспергирующих нелинейных средах". //Изв. ВУЗов - Радиофизика. 1967. Т.10. С.539.
95. Захаров В.Е. "Коллапс ленгмюровских волн". //ЖЭТФ. 1972. Т.62. С.1743.
96. Литvak А.Г., Сергеев А.М., Шахова Н.А., "Об особенности самово воздействия квазиоптических пучков в магнитоактивной плаэме". //Письма в ЖТФ. 1979. Т.5. С.86.
97. Бейтмен Г. Математическая теория распространения электромагнитных волн. М.: Госиздат. физ.-мат. лит. 1958.

- см. также Bateman H. The mathematical Analysis of Electric and Optical Wave-Motion on the basis of Maxwell's equations. Dover Pub.Inc. 1915-1955.
98. Brittingham J.B. //J. Appl. Phys. 1983. V.54. 117D.
  99. Миллер М.А. Размышления о размышлениях. // Н.Новгород. ИПФ РАН. 1992. Препринт N 315.
  100. Марков П.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение э.м. волн. М.-Л.: Энергия. 1967. 375 с.
  101. Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вокруг земной поверхности. М.: Изд.-во АН СССР. 1961. 546 с.
  102. Боровиков В.А., Кинбер Б.Е. Геометрическая теория дифракции. М.: Связь. 1978. 248 с.
  103. Хайтун С.Д. "Цитат-индекс как метод анализа научной деятельности". //Природа. 1980. N3. там же Гарфилд Ю. "Что такое цитат-индекс".
  104. Болотовский Б.М. Оливер Хевисайд. 1850-1925. /под. ред. акад. В.Л.Гинзбурга. М.: Наука. 1985.
  105. Миллер М.А. Волны, волны, волны. //Н.Новгород. ИПФ РАН. Препринт N 332. 1993.
  106. Библия. Послание Св. апостола Павла к коринфянам. Глава III, песнь 18. Синоидальное каноническое издание. см. также Holy Bible. The new King James Version.
  107. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. М.: Наука, Гл. ред. физ-мат литературы. 1981.
  108. Леонтович М.А. "Обобщение формулы Крамерса-Кронига на среды с пространственной дисперсией". // ЖЭТФ. 1961. Т.40. В.3. С.907.

Поступил в редакцию 23.12.93 г.