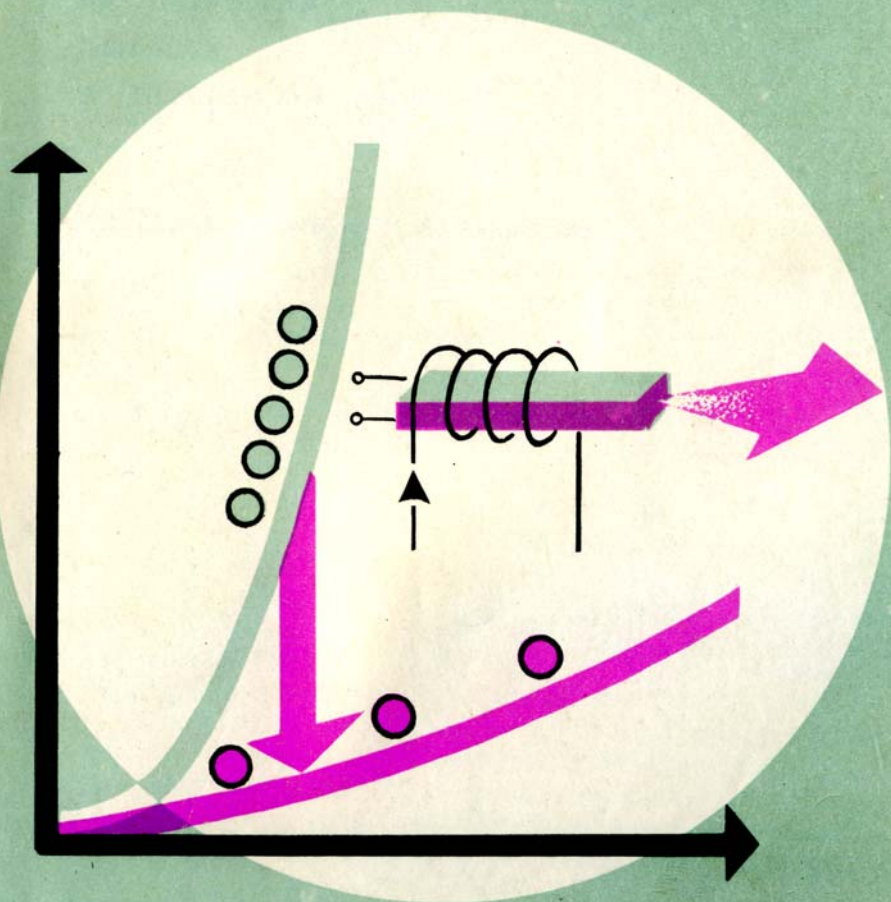


# СУБМИЛЛИМЕТРОВЫЕ ЛАЗЕРЫ НА ГОРЯЧИХ ДЫРКАХ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ



ГОРЬКИЙ 1986

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ

СУБМИЛЛИМЕТРОВЫЕ  
ЛАЗЕРЫ  
НА ГОРЯЧИХ  
ДЫРКАХ  
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Под общей редакцией А. А. Андрозова

Горький  
1986

Издано по решению Редакционно-издательского  
совета Института прикладной физики АН СССР

УДК 621.315.592

Андронов А.А., Мазов Л.С., Митягин Ю.А., Муравьев А.В.,  
Мурзин В.Н., Нефедов И.М., Ноздрин Ю.Н., Павлов С.А.,  
Пожела Ю.К., Стариков Е.В., Стоклицкий С.А., Трофимов И.Е.,  
Чебогарев А.П., Шастин В.Н., Шикторов П.Н. Субмиллиметровые  
лазеры на горячих дырках в полупроводниках. — Горький:  
ИПФ АН СССР, 1986. — 185 с.

Изложены физические принципы и результаты теоретического  
и экспериментального исследований лазеров на межподзонных  
переходах горячих дырок в полупроводниках в скрещенных элек-  
трическом и магнитном полях. Для лазеров, использующих ды-  
рочный германий, подробно исследованы условия возникновения  
стимулированного излучения, его спектральный диапазон, коэф-  
фициент полезного действия и интенсивность излучения, влия-  
ние квантования Ландау и анизотропии валентной зоны.

Результаты показывают перспективность лазеров на межпод-  
зонных переходах горячих дырок как перестраиваемых источ-  
ников субмиллиметрового и дальнего ИК-излучения.

Книга представляет интерес для специалистов по физике полу-  
проводников, полупроводниковой и квантовой электронике, а так-  
же для аспирантов и студентов соответствующих специальностей.

Ил. 93. Табл. 2. Библиогр. 111 назв.

Рецензенты:

доктор физико-математических наук Л. Е. ВОРОБЬЕВ,  
доктор физико-математических наук Ю. А. РОМАНОВ

## ВВЕДЕНИЕ

До последнего времени основной прогресс в создании источников когерентного излучения в субмиллиметровом и дальнем инфракрасном (ИК) диапазонах электромагнитного спектра был связан с газовыми средами, и сейчас известно около тысячи дискретных линий разных газов, на которых осуществлено лазерное излучение в этих диапазонах (см., например, [1-3]). Однако перестройка частоты стимулированного излучения в таких лазерах фактически невозможна.

С другой стороны, активные твердотельные (полупроводниковые) системы в этих диапазонах отсутствовали до последнего времени из-за фундаментальных трудностей продвижения традиционных активных систем полупроводниковой электроники - ИК-лазеров и СВЧ-диодов - в эту, переходную между ИК- и СВЧ-диапазонами, область электромагнитного спектра.

Однако уже более 25 лет назад, на заре квантовой электроники, в известных и широко обсуждавшихся в то время работах Кремера [4], Лэкса [5] и Вольфа [6] были высказаны предложения по использованию эффектов отрицательных масс и циклотронного резонанса неравновесных носителей заряда в полупроводниках для создания активных систем субмиллиметрового и дальнего ИК диапазонов. Такие системы обещали достаточно высокую эффективность, простоту конструкции и (что, может быть, самое главное) перестройку частоты стимулированного излучения. В то время эти предложения не были реализованы и стала бытовать точка зрения, что процессы рассеяния носителей в полупроводниках являются непреодолимым препятствием для создания инвертированных распределений носителей заряда, которые не с б о д и м ы для осуществления стимулированного излучения.

Эти представления начали изменяться, с одной стороны, благодаря развитию представлений о разогреве носителей в полупроводниках, после того как началось исследование с т р и м и н г а [7] — немаксвелловского сильно анизотропного распределения горячих носителей в полупроводниках при неупругом рассеянии носителей на оптических колебаниях кристалла. В работах [7,8] были проведены первые экспериментальные исследования функций распределения дырок в  $\text{Ge}$  при стриминге, а в работе Куросавы [9] в физику горячих электронов был введен метод Монте-Карло — метод численного моделирования распределений горячих носителей — и было проведено численное моделирование стриминга горячих дырок в германии <sup>\*</sup> (см. также [10]). Затем в работах Восилюса и Левинсона [13–15] были рассмотрены распределения горячих носителей при стриминге в скрещенных электрическом ( $\vec{E}$ ) и магнитном ( $\vec{B}$ ) полях и было отмечено, что в этом случае могут возникать сильно неравновесные распределения носителей. Наконец, в работе Фосетта и Риса [16] было впервые проведено численное моделирование инвертированного распределения горячих электронов в  $n\text{-GaAs}$ , а в работе Маеды и Куросавы [17] — численное моделирование инвертированных распределений тяжелых дырок  $\text{Ge}$  в скрещенных  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях в условиях, обсуждавшихся в работах [13–15].

С другой стороны, подогреваемые успехами в создании вакуумных мазеров на циклотронном резонансе, в НИРФИ, а затем в ИПФ АН СССР развивались исследования возможности создания полупроводниковых мазеров на циклотронном резонансе — была проанализирована возможность осуществления таких мазеров как при оптическом

---

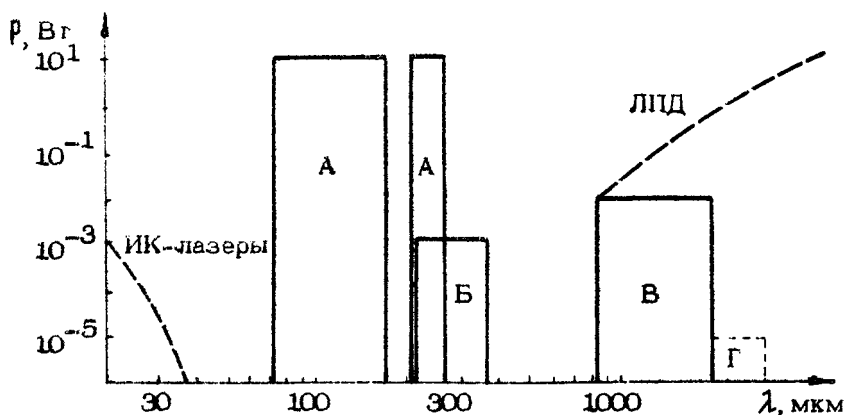
<sup>\*</sup> Фактически именно при стриминге дырок Кремер [4] предлагал использовать эффекты отрицательных масс для возникновения стимулированного излучения (хотя термина с т р и м и н г в то время не было). Как сейчас (после осуществления стимулированного циклотронного излучения дырок с отрицательными массами при стриминге в германии [11,12]) ясно, это предложение Кремера было первым реальным предложением по созданию и использованию инвертированных распределений горячих носителей в полупроводниках.

возбуждении полупроводников [18,19], так и при разогреве носителей в скрещенных  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях [20-22]. Затем особый интерес вызвали полупроводники  $p$ -типа, где валентная зона вырождена и состоит из подзон легких и тяжелых дырок.

Впервые на целесообразность использования дырочных полупроводников типа  $\text{Ge}$  для целей генерации в миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах было указано в работах [23,24], где обращалось внимание на простой и надежный механизм формирования инвертированных распределений легких дырок при фотовозбуждении, в том числе и на межподзонных переходах благодаря специфике релаксационных процессов в вырожденной зоне. Работа [24] послужила толчком к идее лазера на межподзонных переходах горячих дырок, впервые изложенной в работе [25]. В этой идее были объединены два основных момента: возможность использовать для усиления субмиллиметрового и дальнего ИК излучений прямые оптические переходы между подзонами легких и тяжелых дырок и механизм перераспределения дырок на оптических фонах в  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях, способный, как выяснилось, достаточно эффективно формировать необходимую инверсию населенностей<sup>\*)</sup>. Предложение [25] оказалось надежным и стимулировало разнообразные экспериментальные исследования горячих дырок  $\text{Ge}$ , численное моделирование возникающих распределений и проводимости горячих дырок, в том числе и в других полупроводниках, поиск иных механизмов инверсии в распределениях горячих дырок (см. обзоры [26-28, 34,36,52] и сборники статей [29-31]). Все это, в конце концов, привело к обнаружению эффектов стимулированного излучения в миллиметровом, субмиллиметровом и дальнем ИК диапазонах [11,32-42] в системах на горячих носителях заряда в  $\text{Ge}$  и к созданию соответствующих источников когерентного излучения. Достигнутые к настоящему времени результаты отражены на рис.1. Видно, что

\*)

На возможность увеличения заселенности подзоны легких дырок в скрещенных полях по сравнению с равновесным значением указывалось в работах [15,22] (авторам [22] работа [15] была тогда неизвестна), но вопросы межподзонной инверсии населенностей и соответствующего механизма усиления там не затрагивались.



Р и с. 1. Диапазон частот (длин волн  $\lambda$ ) и уровни мощности объемных источников стимулированного излучения на горячих носителях заряда в  $\beta$

источники стимулированного излучения на горячих носителях заряда в настоящее время перекрыли почти всю область спектра между традиционными полупроводниковыми ИК-лазерами, с одной стороны, и СВЧ-диодами – с другой, утверждая тем самым рождение полупроводниковой электроники субмиллиметрового и дальнего ИК диапазонов. Данные отражают полученные к настоящему времени результаты по четырем типам источников: А – лазер на переходах между подзонами легких и тяжелых дырок в  $\beta$  ИЭ полях [32–40]; Б – мазер на циклотронном резонансе легких дырок в  $\beta$  ИЭ полях [41]; В – мазер на циклотронном резонансе дырок с отрицательными массами в  $\beta$  ИЭ полях [11,12,31]; Г – источник на электронах  $n$ - $\beta$  в  $\beta$  ИЭ полях. Для сравнения указаны характеристики лавинно-пролетных диодов (ЛПД) и полупроводниковых лазеров на межзонных переходах.

В настоящей книге обсуждаются физические принципы, излучательные характеристики и перспективы лишь одного типа систем, показанных на рис.1, – лазеров на межподзонных переходах горячих дырок. Обсуждение полупроводниковых мазеров на циклотронном резонансе содержится в статьях сборника "Полупроводниковые мазеры на циклотронном резонансе" [31]. Монография написана представителями Института прикладной физики АН СССР, Физического института АН СССР, Института физики полупроводников АН ЛитССР

на основе как уже опубликованных результатов, так и результатов, полученных во время работы над книгой и еще не опубликованных.

Авторами разделов являются: разд. 1.1 - А.А.Андронов, В.Н.Шастин; разд. 1.2 - А.В.Муравьев, И.М.Нефедов, В.Н.Шастин; разд. 1.3 и приложение - Ю.К.Пожеда, Е.В.Стариков, П.Н.Шикторов; разд. 1.4 - А.В.Муравьев, В.Н.Шастин, разд. 2.1 - 2.3 - Ю.Н.Ноздрин, А.В.Муравьев, С.А.Павлов, В.Н.Шастин; разд. 2.4 - Ю.А.Митягин, В.И.Мурзин, С.А.Столлицкий, И.Е.Трофимов, А.П.Чеботарев<sup>\*)</sup>; разд. 2.5 - А.В.Муравьев, Ю.Н.Ноздрин, В.Н.Шастин; гл. 3 - А.А.Андронов, Л.С.Мазов, И.М.Нефедов.

Написание отдельных разделов различными авторами наложило отпечаток на стиль монографии, однако такой путь работы над книгой позволил оперативно отразить состояние и перспективы быстро развивающейся области физики полупроводников и полупроводниковой электроники.

---

<sup>\*)</sup> Этот раздел основан на результатах, полученных совместно с А.В.Муравьевым, Ю.Н.Ноздриным, С.А.Павловым, В.Н.Шастинным.



ИНВЕРСИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ И УСИЛЕНИЕ  
НА МЕЖПОДЗОННЫХ ПЕРЕХОДАХ ДЫРОК  
В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ  
И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

1.1. ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Валентная зона типичных полупроводников (Ge, Si, соединения  $A_{III}B_V$  и др.) включает в себя, как известно, подзоны легких ( $\ell$ ) и тяжелых ( $h$ ) дырок (рис.2,а). В простейшем приближении можно не учитывать непараболичность и неизотропность валентной зоны и записать зависимость энергии дырок  $\epsilon$  от импульса  $\vec{p}$  в этих подзонах в виде

$$\epsilon = \epsilon^{\ell,h} = p^2/2m^{\ell,h}. \quad (1.1)$$

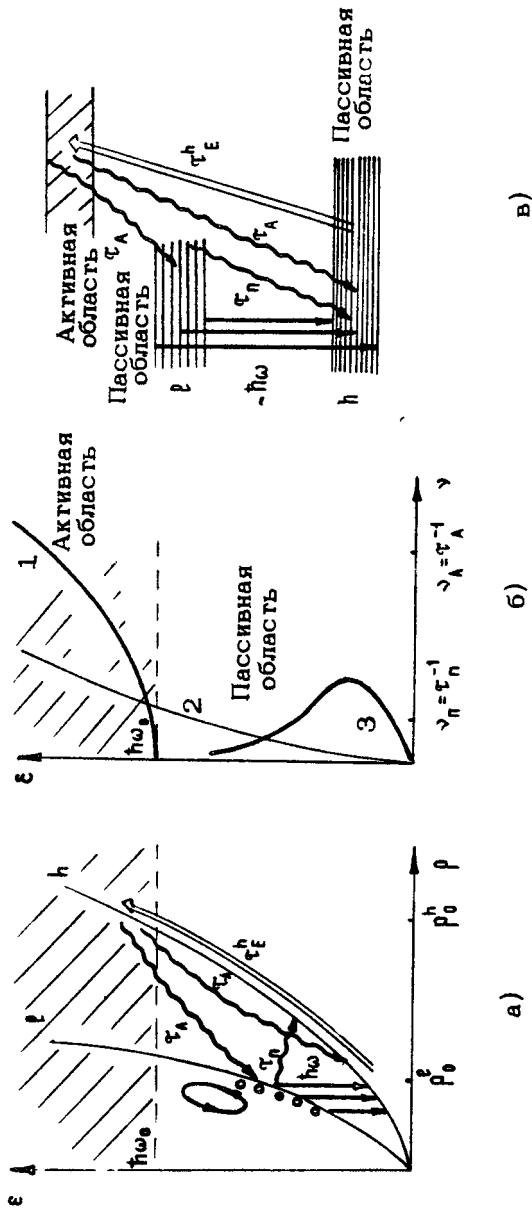
Такое приближение для рассматриваемых вопросов не является принципиальным, для простоты мы им, как правило, и будем пользоваться. Излучение и поглощение электромагнитных волн в дырочных полупроводниках может происходить на межподзонных  $\ell$ - $h$  -переходах (см. рис.2,а), когда выполняются законы сохранения:

$$\begin{aligned} \Delta \epsilon &= \epsilon^{\ell} - \epsilon^h = \hbar \omega, \\ \Delta \vec{p} &= \vec{p}^{\ell} - \vec{p}^h = \hbar \vec{q}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где  $\vec{q}$  и  $\omega$  - волновой вектор и частота электромагнитной волны (фотона). Поскольку  $\hbar q \ll p^{\ell,h}$ , то процессы излучения или поглощения практически не изменяют импульс дырки, и в этом смысле их называют прямыми (вертикальными). Для таких переходов можно записать

$$p^2/2m^{\ell} - p^2/2m^h = \hbar \omega. \quad (1.3)$$

Начиная с экспериментальных работ Фэна с сотрудниками [43] и теоретических работ Кана [44] и Кейна [45], хорошо известно, что прямые оптические переходы являются основными для поглощения субмиллиметрового и дальнего ИК излучений в дырочных полупроводниках. Поэтому ясно, что создание инверсии населенностей между легкой и тяжелой подзонами, соответствующей таким переходам, т.е. выполнение условия



Р и с. 2. Схема формирования инверсии населенностей между подзонами а – валентная зона полупроводников типа бс с подзонами  $\rho$ – и  $h$ –дырок, показаны прямые оптические переходы между ними, б – частоты рассеяния дырок на оптических (1), акустических (2) фононах и примесях (3) в слабодопированных образцах  $\rho$ –бс при низких температурах, в – эквивалентная трехуровневая схема лазера на межподзонных  $\rho$ – $h$ –переходах с скрещенных электрическим и магнитном полях (ср. с, б)

$$f^l(\rho) - f^h(\rho) > D, \quad (1.4)$$

где  $f^{e,h}$  — функции распределения дырок, может привести к усилению субмиллиметрового и дальнего ИК излучений, так как коэффициент поглощения на рассматриваемых переходах для  $\rho$ , удовлетворяющих условию (1.3), равен

$$\alpha^{e,h}(\omega) \sim f^h(\rho) - f^l(\rho).$$

Механизм и условия такой инверсии населенностей были впервые показаны в работе [25], где утверждалось, что инверсия возможна при разогреве дырок в скрещенных электрическом и магнитном полях в умеренно легированных полупроводниках типа  $\beta$ -Ga при температурах, меньших температуры Дебая. Инверсия формируется за счет динамического разогрева тяжелых дырок до энергии оптического фонона, спонтанного рассеяния их на оптических фононах и накопления замагниченных легких дырок в области энергий  $\epsilon < \hbar\omega_0$  ( $\hbar\omega_0$  — энергия оптического фонона)\*).

Рассмотрим более подробно механизм возникновения межподзонной инверсии в скрещенных полях и проведем оценки коэффициента усиления субмиллиметрового и дальнего ИК излучений в таких условиях. Для этого важно знать зависимость частот рассеяния дырок от их энергии.

В простейшем приближении частота рассеяния дырок  $\nu$  в материалах типа  $\beta$ -Ga, где имеется сильная связь носителей заряда с оптическими фононами, может быть представлена в виде

\*) В работах [46,47] был проведен феноменологический анализ условий выполнения неравенства (1.4) в предположении, что функции распределения в подзонах — это смещенные максвелловские функции. Отмечено, что условие (1.4) может быть выполнено как за счет увеличения (по сравнению с равновесным значением) относительной заселенности подзоны легких дырок, так и лишь за счет различия в величине средних скоростей и температур в подзонах.

\*\*) Рассеяние носителей друг на друге при необходимости будет включаться нами увеличением эффективного числа примесных центров.

$$\nu = \nu_{\text{опт}} + \nu_{\text{ак}} + \nu_{\text{I}} = \nu_0 \left\{ (N_q + 1) \left[ (\epsilon - \hbar\omega_0) / \hbar\omega_0 \right]^{1/2} + N_q \left[ (\epsilon + \hbar\omega_0) / \hbar\omega_0 \right]^{1/2} \right\} + \nu_{\text{ак}} + \nu_{\text{I}} \quad (1.5)$$

Здесь  $\nu_{\text{опт}}$  - частота рассеяния на оптических фононах, а  $\nu_{\text{ак}}$  и  $\nu_{\text{I}}$  - частоты рассеяния на акустических фононах и примесях,  $N_q = [\exp(\hbar\omega_0/kT) - 1]^{-1}$  - "число" оптических фононов. При  $\hbar\omega_0 \gg kT$ , так что  $N_q \ll 1$ , и при  $\nu_{\text{ак}} + \nu_{\text{I}} \ll \nu_{\text{опт}}$  в области энергий  $\epsilon < \hbar\omega_0$  ("пассивной" области)  $\nu = \nu_{\text{п}} = T_{\text{п}}^{-1} \approx \nu_{\text{ак}} + \nu_{\text{I}}$ , а в области энергий  $\epsilon > \hbar\omega_0$  ("активной")  $\nu = \nu_{\text{А}} \approx \nu_{\text{опт}}$  и зависимость частоты рассеяния дырок от их энергии носит явный пороговый характер (рис.2,б) благодаря "включению" в активной области процесса спонтанного излучения оптических фононов дырками.

Интересующие нас функции распределения  $f^{p,h}(\vec{p})$  формируются как свободным движением в импульсном  $\{\vec{p}\}$  пространстве (ускорением) в соответствии с уравнениями Ньютона

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}} &= e(\vec{E} + [\vec{v} \times \vec{B}] / c), \\ \dot{\vec{v}} &= \frac{\partial \epsilon}{\partial \vec{p}}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где  $e$  - заряд электрона,  $c$  - скорость света, так и процессами рассеяния, приводящими к "перескокам" носителей из состояния с импульсом  $\vec{p}$  в состояние с импульсом  $\vec{p}'$ .

Кинетическое уравнение Больцмана является, как известно, общим методом описания формируемых в рассматриваемых условиях распределений горячих носителей.

Ниже в рамках этого метода и будет проведен сначала качественный, а затем и количественный анализ распределений дырок. Подчеркнем, что пороговый характер и неупругость рассеяния на оптических фононах являются принципиальными факторами.

<sup>\*</sup> Оговоримся, что для вопросов, обсуждаемых в настоящей монографии, распределение носителей можно считать пространственно однородным, а эффекты, связанные с вырождением распределений, не являются существенными. Кроме того, для простоты будем считать, что энергия дырок велика по сравнению с циклотронным квантом  $\hbar\omega_c$ , поэтому эффекты квантования Ландау слабо выражены, в первом приближении их можно не учитывать и пользоваться классическим описанием (см., впрочем, ниже разд. 1.4).

Итак, рассмотрим перераспределение носителей заряда между подзонами легких и тяжелых дырок в скрещенных  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях. Нас будет интересовать ситуация, когда частоты циклотронного движения легких  $\omega_c^l$  и тяжелых  $\omega_c^h$  дырок удовлетворяют неравенствам

$$\begin{aligned} \omega_c^l &\gg \omega_c^h \gg \nu_n, \\ \omega_c^h &\lesssim \nu_A, \end{aligned} \quad (1.7)$$

а электрическое поле достаточно, чтобы в отсутствие магнитного поля дырки успевали пролететь без рассеяния всю пассивную область, т.е.

$$\nu_A > eE / \rho_D^{eh} \gg \nu_n, \quad (1.8)$$

где  $\rho_D^{eh} = (2m^{eh} \hbar \omega_0)^{1/2}$  — импульс дырок при  $\epsilon = \hbar \omega_0$  (см. рис.2,а). Условие (1.8) есть условие, при котором имеет место стриминг — вытянутое в пространстве импульсов распределение дырок [7].

Эти соотношения могут быть выполнены при  $\nu_A \gg \nu_n$ \*, что, как уже отмечалось, достижимо в умеренно легированных полупроводниках.

Вид функции распределения  $f^\alpha$  в рассматриваемых условиях, их относительные значения и возможность инверсии населенностей на  $\nu$ - $\hbar$  — переходах определяются во многом соотношением энергий дрейфового движения  $\epsilon_{Dr}^\alpha$  в скрещенных полях и энергии оптического фонона. Для параболической изотропной модели валентной зоны  $\epsilon_{Dr}^\alpha = (p_{Dr}^\alpha)^2 / 2m^\alpha$

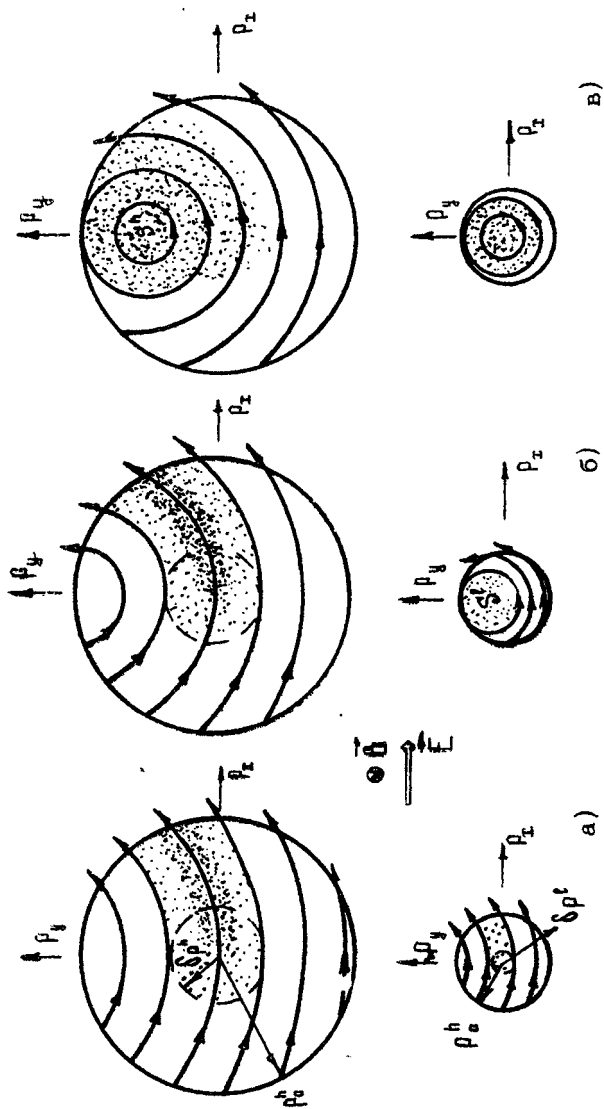
и  $p_{Dr}^\alpha = m^\alpha [\vec{E} \times \vec{B}]_z / B^2$ , где  $p_{Dr}^\alpha$  — дрейфовый импульс дырок.

Рассматривая кинетику дырок в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях, естественно выделить три характерных случая движения:

1)  $\epsilon_{Dr}^\alpha > \hbar \omega_0$  и центры вращения дырок в импульсном пространстве лежат в активной области  $\epsilon > \hbar \omega_0$ ,  $p_{Dr}^\alpha > p_0^\alpha$  (рис.3,а);

2)  $\epsilon_{Dr}^h > \hbar \omega_0 > \epsilon_{Dr}^l$ , когда в активной области лежит вся ось центров вращения тяжелых дырок, а ось центров вращения легких пересекает пассивную область,  $p_{Dr}^l < p_0^l$ ,  $p_{Dr}^h > p_0^h$  (рис.3,б);

\* Там, где это будет необходимо, сверху будем приписывать индекс  $\alpha = l, h$ , маркирующий принадлежность подзонам легких или тяжелых дырок.

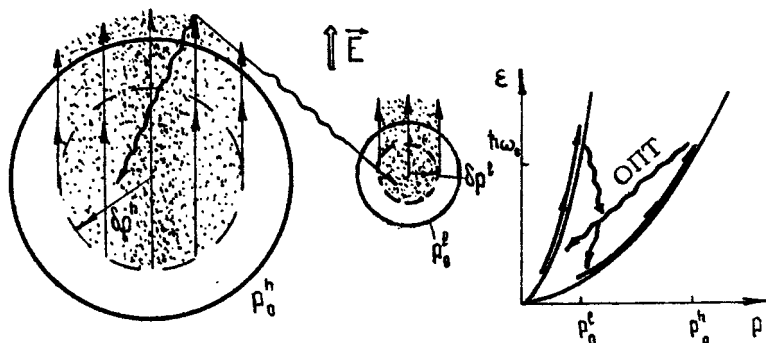


Р и с. 3. Три качественно различных случая распределений и обуславливающих их траекторий движения легких и тяжелых дырок в  $\vec{B}\vec{E}$  полях в пассивной области

$$\varepsilon = \hbar\omega_0$$

3)  $\hbar\omega_0 > \epsilon_{\Delta p}^h > \epsilon_{\Delta p}^e, \rho_{\Delta p}^\alpha < \rho_0^\alpha$  (рис.3,в).

В первом из этих случаев функция распределения легких  $f^e$  и тяжелых  $f^h$  носителей слабо зависит от магнитного поля и близка к тем, которые имели бы место при стриминге дырок в нулевом магнитном поле (рис.4), когда време



Р и с. 4. Распределение легких и тяжелых дырок при стриминге без магнитного поля; стрелками показаны определяющие населенности состояний траектории свободного движения дырок в поле  $\vec{E}$  до энергий  $\epsilon = \hbar\omega_0$  и имеющие пороговый характер процессы рассеяния на оптических фононах

жизни как тяжелых, так и легких носителей в пассивной области определяются временами пролета их (в пространстве импульсов) в электрическом поле до порога взаимодействия с оптическими фононами  $\tau_E^\alpha = \rho_0^\alpha / eE$ . Инверсия населенности в этом случае, как нетрудно убедиться (см. ниже), отсутствует.

Во втором случае появляются траектории движения легких дырок, на которых их кинетическая энергия не достигает значения энергии оптического фонона. Соответствующие траектории  $\vec{p}$ -пространства не выходят за границу пассивной области и формируют веретенообразную область  $S'$ , времена жизни в которой определяются вероятностями рассеяния дырок на акустических фононах, примесных центрах и т.д. При условии (1.7)  $S^e$  является областью, способной эффективно накапливать дырки. В тяжелой подзоне такой области накопления нет, и времена жизни тяжелых дырок в пассивной области энергий контролируются проле-

гом (динамическим разогревом) до энергий  $\epsilon \geq \hbar\omega_0$ . Времена такого пролета  $\tau_{\text{ЭВ}}^h$  определяются частотой циклотронного вращения и положением оси вращения (соотношением  $\rho_{\Delta p}^h$  и  $\rho_0^h$ ). При  $\rho_{\Delta p}^h \gg \rho_0^h$  можно считать, что  $\tau_{\text{ЭВ}}^h \approx \tau_{\text{Э}}^h = \rho_0^h / eE$ . Набирая за время  $\tau_{\text{ЭВ}}^h$  энергию  $\epsilon \geq \hbar\omega_0$ , тяжелые дырки быстро (не успевая в силу (1.7), (1.8) набрать энергию  $\epsilon \geq 2\hbar\omega_0$ ) излучают оптические фононы (в р-р-р  $\nu_{\text{опт}} \approx 10^{-12}$  с) и возвращаются в область импульсного пространства с энергиями  $\epsilon \leq \delta\epsilon^{\text{ак}} = (\delta p^{\text{ак}})^2 / 2m^{\text{ак}} < \hbar\omega_0$ , образуя "источник" дырок в пассивной области.

При деформационном взаимодействии дырок с оптическими фононами, что имеет место, например, в Гр, соответствующее перераспределение по состояниям легкой и тяжелой подзон равновероятно. Значения радиусов "источника" дырок в пассивной области  $\delta p^{\text{ак}}$  и соответствующая область энергии  $\delta\epsilon$  определяются динамическим проникновением тяжелых дырок в активную область и растут с ростом  $\Phi$  - и  $E$  -полей<sup>\*)</sup>. Таким образом, с ростом полей, с одной стороны, пропорционально характерной частоте пролета тяжелых дырок пассивной области  $\nu_{\text{ЭВ}}^h \approx \nu_{\text{Э}}^h = (\tau_{\text{Э}}^h)^{-1}$  увеличивается мощность "источника" сбрасываемых оптическими фононами дырок, что приводит к увеличению значений  $f^{\text{л}}(\epsilon - \hbar\omega_0)$ . С другой стороны, по мере увеличения  $\delta\epsilon$  в области малых значений энергии уменьшается плотность заселенности тяжелой подзоны -  $f^h(\epsilon \ll \hbar\omega_0)$ . И то, и другое способствует формированию инверсии населенностей на прямых оптических л-н-переходах, т.е. выполнению соотношения  $f^{\text{л}}(\rho) / f^h(\rho) > 1$ . Ясно также, что при  $\delta\epsilon > \hbar\omega_0$  эффективность рассмотренного перераспределения дырок в легкую подзону должна падать.

Желательного для накопления легких дырок увеличения области  $S^{\text{л}}$  можно достигнуть уменьшением значений  $\rho_{\Delta p}^h / \rho_0^h$ , но, увеличивая таким образом  $S^{\text{л}}$ , приходим к третьему из перечисленных выше случаев, когда и в тяжелой подзоне образуется аналогичная область накопления  $S^h$ , для которой  $\rho_{\Delta p}^h / \rho_0^h = (m^h / m^{\text{л}})^{1/2} \cdot \rho_{\Delta p}^{\text{л}} / \rho_0^{\text{л}}$ . По мере увеличения  $S^h$  средняя частота рассеяния тяжелых дырок на оптических фононах падает и "накачка" легких дырок подавляется. Имеется

\*)

В случае сильной связи с оптическими фононами, вообще говоря, необходимо учитывать и квантовое размытие  $\delta\epsilon \approx \hbar(\tau_{\text{опт}})^{-1}$ .



еще канал накачки легких дырок через квазиупругие процессы рассеяния в пассивной области. Квазиупругий обмен носителями заряда между подзонами выравнивает значения  $f^{\ell}(\epsilon)$  и  $f^h(\epsilon)$  и в случае внутривозонной инверсии населенностей тяжелых дырок, когда  $df^h(\epsilon)/d\epsilon > 0$ , также должен способствовать межподзонной инверсии населенностей на прямых переходах. Однако этот канал менее эффективен, и в  $p$ - $be$ , как показывают численные расчеты, инверсия населенностей в подзоне тяжелых дырок, возникающая из-за образования  $S^h$ , явно не "отпечатывается" на распределении легких дырок.

Таким образом, существует оптимальное для инверсии населенностей на  $\ell$ - $h$  -переходах соотношение  $B$ - и  $E$ -полей, при котором область накопления  $S^h$  достаточно мала и не превышает  $S^{\ell}$ . Для германия это имеет место при  $\rho_{\Delta p}^h \approx 0,7 \rho_0^h$  ( $E/B \approx 0,15$  кВ/кГс·см). Заметим, что при наличии области накопления лишь в подзоне легких дырок механизм возникновения межподзонной инверсии населенностей может быть объяснен в рамках эквивалентной трехуровневой схемы, где активная область тяжелых дырок - это верхний уровень, область  $S^{\ell}$  - средний, а пассивная область тяжелых дырок - нижний уровень (см. рис. 2, в).

Расчеты функций распределения дырок в интересующих нас условиях с известными оговорками можно сделать с помощью кинетического уравнения Больцмана.<sup>с</sup> Система уравнений, описывающих функции распределения  $f^{\alpha}$  в активной области  $\epsilon > \hbar\omega_0$ , имеет вид

$$\vec{F}^{\alpha} \frac{\partial f_{\Lambda}^{\alpha}}{\partial \vec{p}^{\alpha}} = f_{\Lambda}^{\alpha} \left[ \int W_{опт}^h(\vec{p}, \vec{p}') d^3 p' + \int W_{опт}^{\ell}(\vec{p}, \vec{p}') d^3 p' \right], \quad (1.9)$$

где  $\alpha = \ell, h$  - для легких и тяжелых дырок соответственно,  $\vec{F}^{\alpha} = e \left( \vec{E} + \left[ \frac{d\epsilon^{\alpha}}{d\vec{p}^{\alpha}} \times \vec{B} \right] / c \right)$ ,  $f_{\Lambda}^{\alpha} = f^{\alpha}(\epsilon)$  для  $\epsilon > \hbar\omega_0$ , а  $W_{опт}^{\beta}$  - вероятности перехода в тяжелую ( $\beta = h$ ) и легкую ( $\beta = \ell$ ) подзоны

\*)

Функция распределения здесь и далее предполагается нормированной на концентрацию частиц следующим образом:

$$N^{\alpha} = 2 \int f^{\alpha}(\vec{p}^{\alpha}) d^3 p / (2\pi\hbar)^3.$$

с излучением оптических фононов. В этом уравнении пренебрежено "приходным" членом за счет излучения оптических фононов из области энергий  $\epsilon > 2\hbar\omega_0$ , так как предполагается, что по условию (1.8) функция распределения  $f^h(\epsilon > 2\hbar\omega_0)$  мала; кроме того, в "уходном" члене будем учитывать лишь вклад, связанный со спонтанным излучением оптических фононов, он доминирует в силу уже упоминавшихся выше наложенных нами условий  $kT \ll \hbar\omega_0$  и  $\nu_A \gg \nu_n$ . Вид распределения легких дырок в активной области из-за их малочисленности несуществен, и поэтому рассмотрим лишь распределение тяжелых дырок. Вероятности переходов  $W_{\text{онт}}^{\alpha\beta}$  из состояния с импульсом  $\vec{p}$  в состояние с импульсом  $\vec{p}'$  при спонтанном излучении оптических фононов в простейшем приближении [48-50] можно записать в виде ( $\alpha = h$ )

$$W_{\text{онт}}^{\alpha\beta} = \frac{eE_0}{\pi(\rho_0^h)^2} \begin{cases} \delta[(p')^2 - p^2 - (\rho_0^h)^2]; & \beta = h, \\ \delta[(p')^2 - m^h p^2/m^e - (\rho_0^h)^2]; & \beta = \ell. \end{cases} \quad (1.10)$$

Отсюда

$$\int (W_{\text{онт}}^{hh} + W_{\text{онт}}^{he}) d^3 p' = 2eE_0 \left[ 1 + (m^e/m^h)^{3/2} \right] \times \\ \times \left[ (p)^2 / (\rho_0^h)^2 - 1 \right]^{1/2} / \rho_0^h = \nu_0 (\epsilon / \hbar\omega_0 - 1)^{1/2} = \nu_{\text{онт}}, \quad (1.11)$$

где  $\nu_{\text{онт}}$  - частота спонтанного излучения оптических фононов, поле  $E_0$  характеризует связь дырок с оптическими фононами:  $E_0 = \nu_0 \rho_0^h / 2e$ . В  $p$ -обл  $E_0 \approx 3,5$  кВ/см, что соответствует  $\nu_0 \approx 1,8 \cdot 10^{12}$  с $^{-1}$ . Используя характеристическое поле  $E_0$ , условие (1.8) можно переписать:

$$E_s < E < E_0,$$

где  $E_s = \nu_n \rho_0^h / e$  - минимальное поле, с которого "начинается" стриминг. В умеренно легированных образцах  $p$ -обл ( $N_T \approx \approx 10^{14}$  см $^{-3}$ ) при  $T \ll 20$  К  $E_s \approx 200$  В/см.

Уравнения, описывающие функции распределения в пассивной области, имеют вид

$$\vec{\nabla}^2 f_n^\alpha / d\rho = \int W_{\text{онт}}^{he}(\vec{p}, \vec{p}') f_A^h(\vec{p}') d^3 p' + \text{St}(f_n^\alpha) = \\ = I^\alpha(\vec{p}) + \text{St}(f_n^\alpha). \quad (1.12)$$

Здесь  $St(f_n^\alpha)$  - член столкновений за счет квазиупругих процессов рассеяния в пассивной области:

$$St(f_n^\alpha) = \sum_{\beta} \int [W_n^{\alpha\beta}(\vec{p}, \vec{p}') f_n^\beta(\vec{p}) - W_n^{\beta\alpha}(\vec{p}', \vec{p}) f_n^\alpha(\vec{p})] d^3 p',$$

где  $W_n^{\alpha\beta}(\vec{p}, \vec{p}')$  - вероятности рассеяния в пассивной области, включая внутривозонные ( $\alpha = \beta$ ) и межвозонные ( $\alpha \neq \beta$ ) переходы;  $I^\alpha(\vec{p})$  - источник дырок из активной области, определяемый, как уже отмечалось, практически лишь тяжелыми дырками -  $f_A^h(\vec{p})$ . Для вероятностей переходов при взаимодействии с оптическими фононами вида (1.10) источник  $I^\alpha(\vec{p})$  изотропен и одинаков для всех состояний с одной и той же энергией независимо от подзоны:

$$I(\rho/\rho_0^\alpha) = I(\rho/\rho_0^\beta) = I(\varepsilon) = v_{opt}(\varepsilon + \hbar\omega_0) \cdot f_A^h(\varepsilon + \hbar\omega_0) \times \\ \times (1 + \hbar\omega_0/\varepsilon)^{1/2} = v_0 f_A^h(\varepsilon + \hbar\omega_0) (1 + \varepsilon/\hbar\omega_0)^{1/2}. \quad (1.13)$$

Здесь  $f_A^h$  - усредненная по сфере с  $\varepsilon = \omega_0 \hbar$  функция  $f_A^h(\vec{p})$ :

$$\overline{f_A^h} = f_A^h(\rho) = \int f_A^h(\vec{p}) \sin \theta d\theta d\varphi / 4\pi = \int f_A^h(\vec{p}) d\Omega / 4\pi,$$

где  $\Omega$  - телесный угол в пространстве импульсов. Рассмотрим сначала распределения в нулевом магнитном поле (см. рис.4). Используя (1.9), нетрудно (см. [48,51,53]) получить

$$f_A^h(\vec{p}) = C(\rho_\perp) \exp\left\{-\left[(\rho^2/\rho_0^h)^2 - 1\right]^{3/2} \cdot 2E_0/3E\right\}, \quad (1.14a)$$

где  $\rho_\perp$  - проекция импульса дырок на плоскость, нормальную полю  $E$ ;  $C(\rho_\perp)$  - функция, подлежащая определению. Приближенно

$$\overline{f_A^h} \approx f^h(\hbar\omega_0) \exp\left[-(\varepsilon/\hbar\omega_0 - 1)^{3/2} \cdot 2E_0/3E\right]. \quad (1.14b)$$

Тогда

$$I^\alpha(\rho) = v_0 f^h(\hbar\omega_0) [1 + (\rho/\rho_0^\alpha)^2]^{1/2} \exp\left[-2E_0 \rho^3/3E(\rho_0^\alpha)^3\right]. \quad (1.15)$$

Значение  $f^h(\hbar\omega_0)$  следует найти из условия нормировки:

$$2 \sum_{\alpha} \int f^\alpha d^3 p / (2\pi\hbar)^3 = \sum_{\alpha} N^\alpha = N,$$

где  $N^\alpha$  - концентрации дырок.

Таким образом, характерная "глубина" проникновения тяжелых дырок в активную область  $\Delta\rho^h = \rho - \rho_0^h \approx (3E/E_0)^{2/3} \rho_0^h/2$ , а характерные размеры источника дырок в пассивной области следующие:

$$\delta\rho^{\alpha} = (3E/2E_0)^{1/3} \rho_0^{\alpha}; \quad \delta\varepsilon = (\delta\rho^{\alpha})^2/2m^{\alpha} = (3E/2E_0)^{2/3} \hbar\omega_0.$$

Вышеприведенные оценки справедливы лишь при  $\Delta\rho^h \lesssim (\sqrt{2}-1)\rho_0^h$  и тем самым до полей  $E \approx 0,5E_0$ .

Определив  $I^{\alpha}(\rho)$ , нетрудно вычислить и функции распределения легких и тяжелых дырок в пассивной области при стриминге. При стриминге член  $St(f_n^{\alpha})$  в уравнении (1.12) является несущественным и оно становится уравнением первого порядка. Для упрощения оценок в дальнейшем будем считать

$$I^{\alpha}(\rho) = \begin{cases} I_0, & \rho^{\alpha} \leq \delta\rho^{\alpha}, \\ 0, & \rho^{\alpha} > \delta\rho^{\alpha}. \end{cases} \quad (1.16)$$

Находя  $f_n^{\alpha}$  из уравнения (1.12) при  $St(f_n^{\alpha}) = 0$  и усредняя  $f_n^{\alpha}$  по телесному углу  $\Omega$ , получаем (см. [54])

$$f_n^{\alpha}(\rho) = I_0 (\delta\rho^{\alpha}/2eE) \cdot \left\{ 1 - [(\delta\rho^{\alpha}/\rho)^2 - 1] \rho/\delta\rho^{\alpha} \cdot \right. \\ \left. \cdot \ln \left( \frac{\delta\rho^{\alpha}/\rho - 1}{\delta\rho^{\alpha}/\rho + 1} \right)^{1/2} \right\} \xrightarrow{\rho \rightarrow \delta\rho^{\alpha}} I_0 \delta\rho^{\alpha}/2eE. \quad (1.17a)$$

Это выражение справедливо при  $\rho < \delta\rho^{\alpha}$ , причем  $f_n^{\alpha}(\bar{\rho} \rightarrow 0) = I_0 \delta\rho^{\alpha}/eE$ . При  $\rho > \delta\rho^{\alpha}$  или, что то же самое, в области энергий  $\varepsilon > \delta\varepsilon$

$$f_n^{\alpha}(\rho) = I_0 (\delta\rho^{\alpha})^3/2eE\rho^2 = f^{\alpha}(\hbar\omega_0) \hbar\omega_0/e. \quad (1.17b)$$

Из выражения (1.17b) с учетом условия нормировки нетрудно получить следующие соотношения:

$$I_0 = \frac{2}{3} \nu_0 f^h(\hbar\omega_0) = N^h eE 3\pi^2 \hbar^3/\rho_0^h (\delta\rho^h)^3 = \\ = (2\pi\hbar)^3 N^h \nu_0/4\pi(\rho_0^h)^3. \quad (1.17b)$$

Из приведенных выражений видно, что, во-первых, функции распределения легких и тяжелых дырок в условиях стриминга в нулевом магнитном поле подобны:

$$f_n^e(\epsilon) / f_n^h(\epsilon) = f_n^e(\rho/\rho_0^e) / f_n^h(\rho/\rho_0^h) = \delta\rho^e / \delta\rho^h = (m^e/m^h)^{1/2}, \quad (1.18)$$

и, во-вторых, зависимость функций распределения от величины электрического поля для области энергий  $\epsilon > \delta\epsilon$  отсутствует, а для  $\epsilon \ll \delta\epsilon$  функции  $f_n^e(\epsilon) \sim \epsilon^{-2/3}$ . Зависимость функций распределения в области энергий  $\epsilon < \delta\epsilon$  от электрического поля определяется соответствующей зависимостью размеров области источника дырок в пассивной области  $\delta\rho^e(\epsilon)$  так, как это следует из (1.17а).

Проведем теперь оценки функций распределения в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях и определим условия, когда в распределении дырок может сформироваться межподзонная инверсия населенностей. Во многом вид и величина функции распределения легких дырок в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях определяются соотношением между радиусом их источника в пассивной области  $\delta\rho^e$  и положением центров вращения, т.е. значением дрейфового импульса  $\rho_{Dr}^e$ . В наиболее простом случае, когда дрейф легкий дырок выражен относительно слабо  $\rho_0^e \gg \delta\rho^e \gg \rho_{Dr}^e$  (рис.5), распределение их близко к изотропному и смещение центров вращения не приводит к существенной анизотропии  $f_n^e(\vec{\rho})$ . Для оценки функции распределения легких дырок в этом случае член столкновений при квазиупругих процессах рассеяния в пассивной области (см. (1.12)) можно записать приближенно в виде

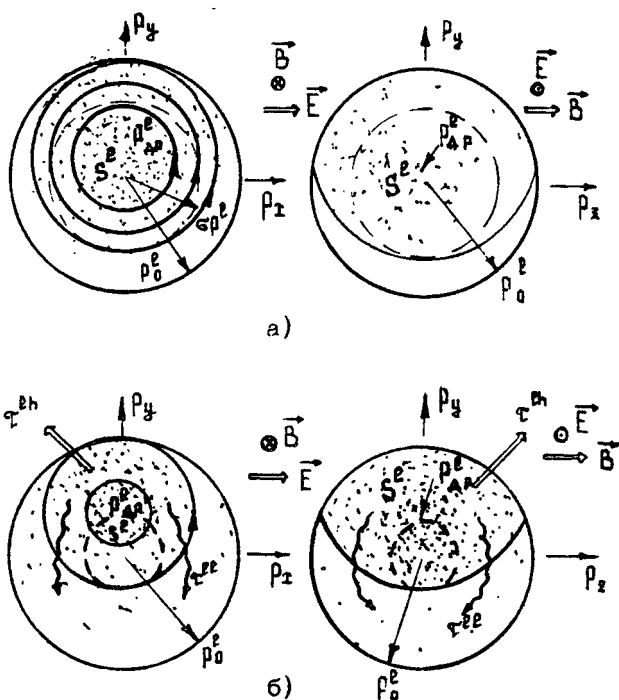
$$St(f_n^e) \approx -\nu^{eh} f_n^e,$$

где  $\nu^{eh}$  — частота перехода легких дырок в тяжелые, определяемая рассеянием на акустических фононах  $\nu_{ak}^{eh}$  и кулоновских центрах  $\nu_I^{eh}$ . В силу условия

$$\rho_0^e \gg \delta\rho^e \gg \rho_{Dr}^e$$

такое приближение лишь незначительно завышает значения  $f_n^e$ , так как неучитываемые процессы квазиупругого рассеяния внутри подзоны легких дырок не могут существенно уменьшить время жизни легких дырок в области накопления  $S^e$ . Тогда усредненная по телесному углу  $\Omega$  функция распределения легких дырок легко находится и в области энергий  $\epsilon < \delta\epsilon$  равна (см. (1.17в))

$$f_n^e(\epsilon) = I(\epsilon) / \nu^{eh}(\epsilon) = I_0 / \nu^{eh}(\epsilon) = (2\pi\hbar)^3 N^h \nu_0 / 4\pi \nu^{eh}(\epsilon) (\rho_0^h)^3, \quad (1.19)$$



Р и с. 5. Схема траекторий и распределение легких дырок в импульсном пространстве в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях при  $\rho_0^e \gg \delta\rho^e \gg 4\rho_{\Delta p}^e$ , когда оно близко к изотропному (а); то же самое при  $\delta\rho^e \approx \rho_{\Delta p}^e \approx 0,3\rho_0^e$ , когда функция  $f^e(\vec{\rho})$  заметно анизотропна (б)

где  $\psi^{eh}(\epsilon) = \psi_{ак}^{eh} + \psi_{I}^{eh}$ .

Для поглощения (усиления) электромагнитного излучения на прямых оптических переходах важна населенность состояний тяжелой подзоны при энергии  $\epsilon = \hbar\omega \cdot m^e/m^h$ . Поскольку для наибольшей населенности соответствующих состояний легкой подзоны необходимо, чтобы  $\hbar\omega \approx \delta\epsilon$ , то  $\epsilon = \hbar\omega \cdot m^e/m^h \ll \delta\epsilon$ . Делая эту оговорку и учитывая, что в условиях слабой замагниченности тяжелых дырок ( $\rho_0^h \approx \rho_{\Delta p}^h$ ) магнитное поле можно не принимать во внимание, из выражения (1.17а) легко получаем оценку заселенности интересующих нас состояний тяжелой подзоны: при  $\epsilon \ll \delta\epsilon$ :

$$f^h(\epsilon \rightarrow 0) \approx I_0 \delta p^h / eE = 3\pi^2 \hbar^3 N^h / \rho_0^h (\delta p^h)^2 =$$

$$= (2\pi\hbar)^3 N^h \nu_0 \delta p^h / 4\pi (\rho_0^h)^2 eE. \quad (1.20)$$

Таким образом, для интересующих нас состояний тяжелых дырок роль эффективного времени жизни играет время пролета источника  $\delta p^h / eE$ . Отсюда условие инверсии населенностей на прямых оптических переходах между подзонами на частотах  $\omega < \hbar^{-1} \delta \epsilon$  имеет простой вид:

$$f^l(p) / f^h(p) = f^l(\epsilon) / f^h(\epsilon m^l / m^h) \approx eE / \delta p^h \nu^{2h} > 1. \quad (1.21)$$

Так как в полях  $E > E_0/2$  радиус источника частиц в пассивной области растет с увеличением  $E$  более чем  $E^{1/2}$ , то, как видно из выражения для  $I_0$  (см. (1.17в)), функция  $f^l(p)$  должна достигать максимума в полях  $E \approx E_0/2$ . При  $E > E_0/2$  будет сказываться, хотя и слабо выраженное, уменьшение максимально возможных (при оптимальных полях  $\theta$ ) значений  $f^l$ . В поле  $E = E_0$  из приведенных выражений можно ожидать 15%-ное уменьшение значений  $f^l$  в сравнении с теми, которые достигаются в поле  $E = E_0/2$ . Но на таком уровне изменений более существенно могут сказаться и другие факторы, которые нами не учитывались, скажем, неидеальность стриминга. Так, численные расчеты методом Монте-Карло для умеренно легированного Ge ( $N_I \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ;  $N_I$  — концентрация заряженных центров рассеяния) показывают стабилизацию уровня значений  $f^l$  при  $\rho_{\Delta}^h \approx \rho_0^h$  в полях от  $E = E_0/2$  до  $E = E_0$ . В Ge с  $N_I = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  согласно тем же расчетам рост  $f^l$  возможен вплоть до полей  $E \approx E_0$ . Сдвиг значений электрических полей, оптимальных для наибольшей заселенности состояний легких дырок, к  $E = E_0$  при увеличении степени легирования можно объяснить некоторым фактическим расширением области  $S^l$  за счет траекторий, частично заходящих в активную область, что должно быть более существенно при увеличении частот рассеяния в пассивной области.

Напомним, что вышеприведенные оценки требуют для своей справедливости достаточно сильных полей ( $E > E_0$ ), таких, чтобы тяжелые дырки, не рассеиваясь, набирали энергию, равную энергии оптического фонона, т.е. полей, для

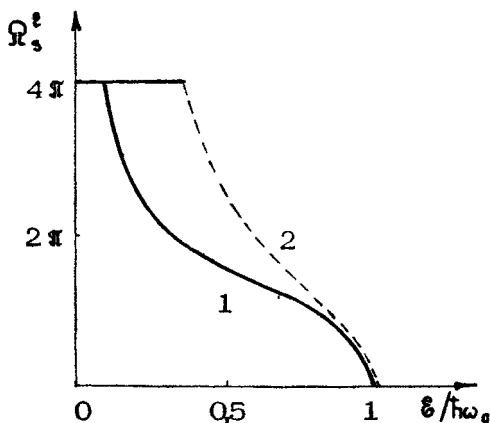
которых  $\epsilon E \gg \langle \tau^h \rangle \rho_0^h = \langle \nu^h \rangle^{-1} \rho_0^h$ , где  $\langle \tau^h \rangle$  — усредненное по траекториям движения время релаксации импульса тяжелых дырок в пассивной области. В  $\rho$ -ге  $\rho_0^h = 6 \cdot 10^{-21}$  ед. СГСЭ и необходимы поля  $E \gg 4 \cdot 10^{-9} \langle \nu^h \rangle$  В/см; при  $N_I \approx 10^{14} + 10^{15} \text{ см}^{-3}$  и  $T \approx 20 \text{ К}$  это поля  $E \approx 200 + 300$  В/см.

Нетрудно убедиться, что описываемый выше случай  $\rho_0^e \gg \delta \rho^e \gg \rho_{\Delta\rho}^e$  является наиболее оптимальным для рассматриваемой межподзонной инверсии населенностей. При  $\rho_{\Delta\rho}^e \gg \delta \rho^e$  вращение легких дырок вокруг оси, проходящей через  $\rho_{\Delta\rho}^e$  (параллельно магнитному полю), "размазывает" их распределение по большому объему импульсного пространства. При той же плотности источника  $I^e(\rho)$  эффективность накачки падает. Кроме того, становится существенным ранее неэффективный дополнительный канал ухода легких дырок из  $S^e$  (см. рис.5) на квазиупругом внутриподзонном рассеянии.

При преимущественном рассеянии легких дырок в области  $\epsilon < \hbar \omega_0$  на кулоновских центрах, когда  $\nu^{\alpha\beta} \approx \nu_I^{\alpha\beta}$  ( $\alpha = l, h$ ;  $\beta = l, h$ ), частоты внутриподзонных переходов превышают частоты межподзонных  $\nu_I^{ll} > \nu_I^{lh}$  и при  $\delta \rho^e \ll \rho_{\Delta\rho}^e$  внутриподзонное рассеяние может стать процессом, определяющим времена жизни  $\tau_s^e$  легких дырок в области накопления. В каждом конкретном полупроводнике выполнение желательного неравенства  $\delta \rho^e \gg \rho_{\Delta\rho}^e$  в большей или меньшей степени ограничено заданным соотношением масс легких и тяжелых дырок. В  $\rho$ -ге  $m^h = 8 m^e$  и при  $\rho_{\Delta\rho}^h = \rho_0^h$  ( $\rho_{\Delta\rho}^e \approx 0,35 \rho_0^e$ ) распределение дырок достаточно анизотропно (см. рис.5), так что роль рассеяния внутри подзоны легких дырок существенна. Таким образом, если ввести эффективное время жизни  $\tau_s^e(\epsilon)$  легких дырок в области накопления, то оно определяется как частотами межподзонного рассеяния  $\nu^{lh}$ , так и частотами внутриподзонного рассеяния  $\nu^{ll}$ .

Инверсию населенностей прямого оптического перехода на частоте  $\omega$  определяют функции распределения дырок  $f^e(\vec{p})$ , усредненные по поверхностям постоянной энергии с  $\epsilon = \hbar \omega (1 - m^e/m^h)$  в легкой подзоне и с  $\epsilon = \hbar \omega m^e/m^h$  в тяжелой. Очевидно, что если матричные элементы прямых оптических переходов не зависят от направлений в импульсном пространстве, а в изотропной зоне это так, то эти усредненные таким образом функции и определяют коэффициент поглощения на межподзонных переходах. Ясно, что величина телесного угла  $\Omega_s^e(\epsilon)$  (рис.6), отсекаемого об-





Р и с. 6. Зависимость телесного угла  $\Omega_s^\varepsilon$ , отсекаемого на поверхности постоянной энергии  $\varepsilon$  легких дырок областью накопления  $\mathcal{S}^\varepsilon$ , от величины  $\varepsilon/\hbar\omega_0$  для  $\mathcal{U}^\varepsilon$  в изотропном приближении, когда  $\varepsilon^\alpha(|\vec{p}|) = \varepsilon^\alpha(|\vec{p}|)$ : 1 -  $\rho_0^h = \rho_0^h$ ; 2 -  $\rho_{A,D}^h = 0,6 \rho_0^h$  [53]

ластью "замкнутых" (не пересекающих сферу с  $\varepsilon = \hbar\omega_0$ ) траекторий легких дырок на поверхности постоянной энергии, является определяющим параметром такого усреднения. При  $\delta\rho^\varepsilon \approx \rho_0^\varepsilon$  и  $\rho_0^h \approx \rho_0^h$  в области значений импульсов легких дырок  $p \lesssim \rho_0^\varepsilon [1 - 2(m^e/m^h)^{1/2}]$  для которой  $\Omega = 4\pi$ , можно пользоваться\*) оценками функции  $f_n^\varepsilon(\varepsilon)$ , сделанными ранее для изотропного характера распределения. Для значений  $p > \rho_0^\varepsilon [1 - 2(m^e/m^h)^{1/2}]$  необходимо учесть ограничение  $\Omega_s^\varepsilon$ , так что получаем

$$f_n^\varepsilon(\varepsilon) = 3\pi^2 \hbar^3 N^h e E \mathcal{V}_s^\varepsilon \Omega_s^\varepsilon / 4\pi \rho_0^h (\delta\rho^h)^3 = \frac{(2\pi\hbar)^3 N^h \mathcal{V}_s^\varepsilon \mathcal{V}_s^\varepsilon \Omega_s^\varepsilon}{(4\pi)^2 (\rho_0^h)^3}, \quad (1.22)$$

где при оценках  $\mathcal{V}_s^\varepsilon$  необходимо иметь в виду оба канала ухода легких дырок из области накопления.

\*) С той лишь разницей, что вместо  $\mathcal{V}^{ph}(\varepsilon)$  необходимо пользоваться усредненной по всем траекториям, пересекающим сферу с интересующим нас значением энергии, частотой межподзонных переходов  $\langle \mathcal{V}^{ph} \rangle = \mathcal{V}_s^\varepsilon$ .

Таким образом, при  $\rho_b^h \approx \rho_{A,D}^h$  функция распределения легких дырок принимает свои наибольшие значения в области энергий  $\epsilon$ , отвечающей прямым переходам на частотах  $\omega < \omega_0 [1 - 2(m^e/m^h)^{1/2}]^2$ . В Ga  $\hbar\omega_0 \approx 0,037$  эВ ( $\omega_0 \approx 5,9 \times 10^{13}$  с $^{-1}$ ), и соответствующее значение  $\omega \approx 5 \cdot 10^{12}$  с $^{-1}$  ( $\lambda \approx 400$  мкм).

Оценки, которые можно сделать на основе вышеприведенных выражений, показывают, что в  $\vec{E} \perp \vec{E}$  полях в полупроводниках p-типа, типичным представителем которых является p-Ga, на прямых переходах между подзонами может сформироваться инверсия населенностей, что позволяет надеяться на соответствующие эффекты усиления. Степень выраженности такой инверсии может быть достигнута тем выше, чем меньше характерная частота рассеяния легких дырок, что достигается в чистых полупроводниках и при таких температурах, когда квазиупругий обмен между подзонами определяется спонтанным излучением акустических фононов. В p-Ga  $\tau_{nk}^{eh} \approx 0,5 \cdot 10^{-10}$  с, что позволяет рассчитывать на  $f^e(\rho)/f^h(\rho) \approx 20$  для  $\lambda \approx 400$  мкм и  $f^e(\rho)/f^h(\rho) \approx 10$  для  $\lambda \approx 100$  мкм. Но чистые полупроводники могут оказаться не оптимальными и, более того, в них вообще усиление может оказаться недостижимым из-за малости коэффициента усиления (пропорционального концентрации дырок) на e-h переходах и сравнительно высокого уровня решеточного поглощения в субмиллиметровом и особенно дальнем ИК диапазонах длин волн. Ниже на примере p-Ga оценим концентрацию дырок, при которой следует ожидать наибольших значений коэффициента усиления.

Сечение усиления (поглощения) на прямых оптических переходах между подзонами  $\epsilon^{eh}$ , т.е. коэффициент усиления (поглощения), пересчитанный на одну дырку, в интересующих нас условиях можно оценить, используя выражение, полученное в работе [45] (см. также [44, 55, 56]):

$$\epsilon^{eh}(\omega) = \frac{e^2 p^3 \tilde{W}^{eh} [f^h(\rho) - f^e(\rho)] N^{-1}}{2c\hbar^2 m_0^2 \sqrt{\epsilon_0} (\epsilon^e - \epsilon^h) (d\epsilon^e/d\rho^2 - d\epsilon^h/d\rho^2)}, \quad (1.23)$$

где  $m_0$  - масса свободного электрона,  $\sqrt{\epsilon_0}$  - показатель преломления среды,  $c$  - скорость света,  $\tilde{W}^{eh}$  характери-

зует матричный элемент перехода <sup>\*</sup>). В выражении (1.23) не учтена зависимость сечения  $\epsilon^{hl}$  от направления поляризации электромагнитной волны, что оправдано тем, что в рассматриваемых условиях функции распределения достаточно изотропны. Принимая во внимание параметры германия, получаем, что в этом полупроводнике

$$\epsilon^{hl}(\omega) \approx 2 \cdot 10^3 (\omega / 2 \cdot 10^{13})^{1/2} [f^h(\rho) - f^l(\rho)] N^{-1}. \quad (1.24)$$

Если подставить вышеприведенные выражения  $f^{\alpha}$ , для  $\rho = \beta \epsilon$  будем иметь

$$\epsilon^{hl}(\omega) \approx 3 \cdot 10^{16} (\omega / 2 \cdot 10^{13})^{1/2} \begin{cases} (4\pi - e E \tau_s^l \Omega_s^l / \delta \rho^h) / 3\pi; & \rho_{\Delta, \rho}^h \approx \rho_0^h \\ 1 & \rho_{\Delta, \rho}^h \gg \rho_0^h. \end{cases} \quad (1.25)$$

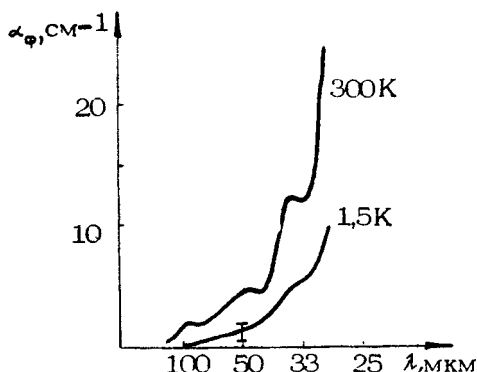
На переходах с  $\omega = 2 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$  ( $\lambda \approx 100 \text{ мкм}$ )  $\Omega_s^l = 2\pi$  (см. рис.6) и для  $\nu_0 = 1,8 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ ,  $E = E_0/2 = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $\tau_s^l = 10^{-11} \text{ с}$  получаем  $\epsilon^{hl} \approx -6 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ .

Основными конкурирующими факторами поглощения дальнего ИК-излучения в рассматриваемых условиях являются: тормозное (столкновительное) поглощение тяжелыми дырками, связанное с рассеянием на оптических фононах (непрямые внутриподзональные переходы с поглощением фонона), и поглощение решеткой, связанное с многофотонными процессами. Характерная величина коэффициента фононного поглощения в  $\beta \epsilon$  на длине волны  $\lambda \approx 100 \text{ мкм}$  по оценкам (см. [54]), по-видимому, близка к значению  $\alpha_{\text{ф}} \approx 10^{-2} \text{ см}^{-1}$  и с уменьшением частоты дальнего ИК-излучения должна существенно уменьшаться. Однако эксперимент [57] дает (рис.7) завышенный уровень ( $\alpha_{\text{ф}} \approx 0,1 \text{ см}^{-1}$ ) решеточного поглощения при низких температурах. Возможно, это связано с неидеальностью кристаллической структуры полупроводника, но более подробных исследований, насколько нам известно, не проводилось. Сечение столкновительного поглощения на частотах  $\omega \ll \langle \epsilon \rangle / \hbar$  ( $\langle \epsilon \rangle$  — средняя энергия дырок) можно оценить по классической формуле Друде:

<sup>\*</sup>) Согласно работе [45] в  $\beta \epsilon$  усредненные по кристаллографическим направлениям значения близки  $\bar{W}^{hl} \approx 150-180$  и слабо зависят от частоты  $\omega$ .

$$\sigma^{hh}(\omega) \approx 4\pi e^2 \nu_{\text{эф}}^h / c \sqrt{\epsilon_0} \pi^h \omega^2 \quad (1.26)$$

Эффективную частоту рассеяния  $\nu_{\text{эф}}^h$  можно найти, определяя выражение для коэффициента тормозного поглощения из

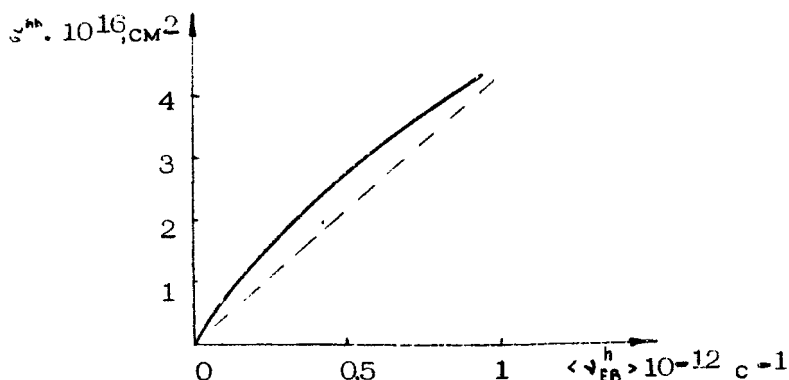


Р и с. 7. Коэффициент поглощения в субмиллиметровом и длинноволновом инфракрасном диапазонах электромагнитного излучения в чистом  $\rho$ - $\text{Ge}$  (с удельным сопротивлением  $\rho > 40 \text{ Ом}\cdot\text{см}$  при  $T = 300 \text{ K}$ ) для двух значений температур

линеаризованного кинетического уравнения с точным интегралом столкновений, используя разложение по параметру  $\nu^h/\omega$  [58] (ср. [59]). В результате нетрудно получить

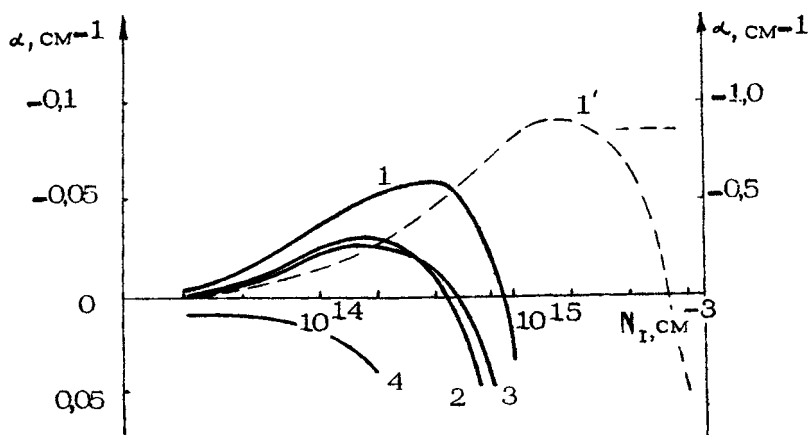
$$\nu_{\text{эф}}^h = \int (\rho_{\vec{e}} \cdot d f^h / d \rho_{\vec{e}}) \nu^h d^3 \rho / \int f^h d^3 \rho,$$

где  $\nu^h$  — частота релаксации импульса тяжелых дырок,  $\vec{e}$  — направление поляризации электрического поля волны. В обсуждаемых нами условиях основной вклад в  $\nu_{\text{эф}}^h$  дает рассеяние на оптических фононах, при котором средняя частота рассеяния импульса и средняя частота столкновений с оптическими фононами  $\langle (\tau_{\text{ЭВ}}^h)^{-1} \rangle = \langle \nu_{\text{ЭВ}}^h \rangle$  близки друг к другу. Оценки показывают, что в рассматриваемых условиях  $\nu_{\text{эф}}^h \approx (1,5+3) \langle \nu_{\text{ЭВ}}^h \rangle$  в зависимости от направления поляризации  $\vec{e}$  и вида функции распределения  $f^h(\vec{p})$ . Результат таких классических вычислений хорошо согласуется с тем, что получается на основании квантового выражения для вероят-



Р и с. 8. Зависимость сечения внутриподзонного  $h-h$  -поглощения в  $p$ - $Ge$  на длине волны  $\lambda = 100$  мкм от усредненной по траекториям движения частоты пролета пассивной области  $\langle \nu_{\text{ЭВ}}^h \rangle$ , полученная из квантовых расчетов [60] (сплошная линия); зависимость, вытекающая из выражения (2.26) при  $\nu_{\text{эф}}^h = 2 \langle \nu_{\text{ЭВ}}^h \rangle$  (пунктирная линия)

ности рассматриваемого процесса поглощения [60]. На рис.8 приведена зависимость  $\epsilon^{hh}(\langle \nu_{\text{ЭВ}}^h \rangle)$  для  $p$ - $Ge$  на длине волны  $\lambda = 100$  мкм, полученная для неполяризованного излучения в работе [60]. Видно, что отличие от зависимости  $\epsilon^{hh} \sim E$  (это и есть проявление величины кванта  $\hbar\omega$ ) существенно лишь в сравнительно слабых полях  $E \lesssim 0,25 E_0$ , при которых  $\langle \nu_{\text{ЭВ}}^h \rangle \lesssim 0,25 \nu_0$ , а в сильных полях зависимость  $\epsilon^{hh}(E)$  хорошо соответствует тому, что  $\nu_{\text{эф}}^h \approx 2 \langle \nu_{\text{ЭВ}}^h \rangle$ . В  $p$ - $Ge$  при  $E \leq E_0/2$  и  $p_{\text{эф}}^h \geq p_0^h$  получаем, что  $\epsilon^{hh}(\lambda = 100 \text{ мкм}) \approx 2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^{-2}$ . Суммарный коэффициент усиления  $\alpha(\omega) = N(\epsilon^{ph} + \epsilon^{hh}) + \alpha_{\text{ф}}$ . Учитывая вышеизложенное, нетрудно сделать оценки  $\alpha(\omega)$ . На рис.9 представлены результаты расчетов зависимостей  $\alpha(N_{\text{I}})$  в  $p$ - $Ge$  (где  $N_{\text{I}}$  - концентрация кулоновских центров рассеяния), сделанных на основе приведенных оценок функций распределения  $f_{\alpha}$  для различных длин волн. При расчете учитывалось, что легкие дырки рассеиваются на акустических фононах, заряженных примесных центрах и тяжелых дырках. Последнее учитывалось тем, что эффективное число заряженных примесных центров удваивалось, т.е. принималось, что  $N_{\text{I}} = 2N_{\text{д}}$  ( $N_{\text{д}}$  - число



Р и с. 9. Коэффициент усиления на  $p$ - $\text{Be}$  в скрещенных  $\vec{E} \perp \vec{E}$  полях как функция концентрации дырок  $N = N_I/2$  при  $E = 1,75$  кВ/см,  $\nu = 10$  кГц ( $\rho_{AD}^h \approx \rho_0^h$ ) и  $T = 30$  К;  $\lambda$  (мкм): 1 - 100, 2 - 200, 3 - 50, 4 - 400; пунктир - значения  $\alpha$  для  $\lambda = 100$  мкм при  $\Omega_s^p = 4\pi$

ионизованных полем акцепторных состояний). Далее считалось, что эффективные частоты рассеяния легких дырок близки к тем, которые можно получить по стандартным формулам, заменяя строгое усреднение по траекториям движения введением некоей характерной энергии  $\bar{\epsilon} = \hbar\omega_0/3$ ; тогда

$$\langle \nu^{th} \rangle = \langle \nu_I^{th} \rangle + \langle \nu_{ak}^{th} \rangle \approx \nu_I^{th}(\bar{\epsilon}) + \nu_{ak}^{th}(\bar{\epsilon}), \quad \langle \nu^{pp} \rangle \approx \nu_I^{pp}(\bar{\epsilon}).$$

При оценках столкновительного поглощения дальнего ИК-излучения тяжелыми дырками принималось во внимание и их рассеяние на акустических фононах и примесях  $\nu_{ak}^h \approx 5 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ,  $\langle \nu_I^h \rangle \approx \nu_I^h(\hbar\omega_0)\hbar\omega_0/\bar{\epsilon}$ . Кроме того, уровень решеточного поглощения считался независимым от частоты и равным  $\alpha_{\varphi} = 0,01 \text{ см}^{-1}$ .

Для того чтобы подчеркнуть роль величины телесного угла  $\Omega_s^p$ , приводится сравнение полученных таким образом значений коэффициента усиления  $\alpha$  ( $\lambda = 100$  мкм) для  $\Omega_s^p = 4\pi$  и  $\Omega_s^p = 2\pi$  в предположении, что источник дырок  $I^a(p)$  в пассивной области при этом один и тот же. Естественно, что для значений  $\Omega_s^p = 4\pi$  коэффициент усиления оказывается существенно (на порядок!) большим.

Однако в Ge значительно увеличить величину  $\Omega_s^e$  можно, лишь образуя область накопления  $S^h$  в тяжелой подзоне (в Ge  $\Omega_s^e$  (100 мкм) =  $4\pi$  достигается при  $\rho_{d,p}^h = 0,6 \rho_0^h$ ). Накопление дырок в области  $S^h$  уменьшает значения  $I^a$ , и выигрыш получается не столь существенным (ср. ниже результаты численных расчетов). В целом аналитические оценки, полученные на основе изложенных выше идеализированных представлений, оказываются достаточно хорошим ориентиром для экспериментальных исследований и численного моделирования и неплохо согласуются с результатами тех и других.

## 1.2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЛЯ ИЗОТРОПНОЙ МОДЕЛИ ВАЛЕНТНОЙ ЗОНЫ ГЕРМАНИЯ

Одним из методов, позволяющих достаточно эффективно анализировать распределение частиц в интересующих нас условиях, является метод численного моделирования Монте-Карло. Метод состоит в последовательном моделировании трека свободного движения дырки в импульсном пространстве в прикладываемых полях и перескоков из состояния с импульсом  $\vec{p}$  в состояние с импульсом  $\vec{p}'$  в исходной или другой подзоне. Длина трека и перескоки определяются вероятностями рассеяния дырок, моделируемыми на ЭВМ. В настоящее время этот метод широко используется для анализа разнообразных характеристик горячих носителей заряда в полупроводниках. Ниже будут представлены результаты расчетов методом Монте-Карло, выполненных в рамках изотропной параболической модели валентной зоны.

Деталей моделирования касаться не будем (см., например, [61]), а из результатов численных расчетов приведем лишь те, которые имеют непосредственное отношение к обсуждаемым ниже экспериментальным данным. Однако заметим, что хотя в последнее время и появились расчеты методом Монте-Карло, выполненные с учетом неизотропности и непараболичности валентной зоны, квантовых особенностей столкновительного поглощения на оптических фононах (см. ниже), но по существу этот метод все еще остается методом качественного анализа. Последнее связано с тем, что

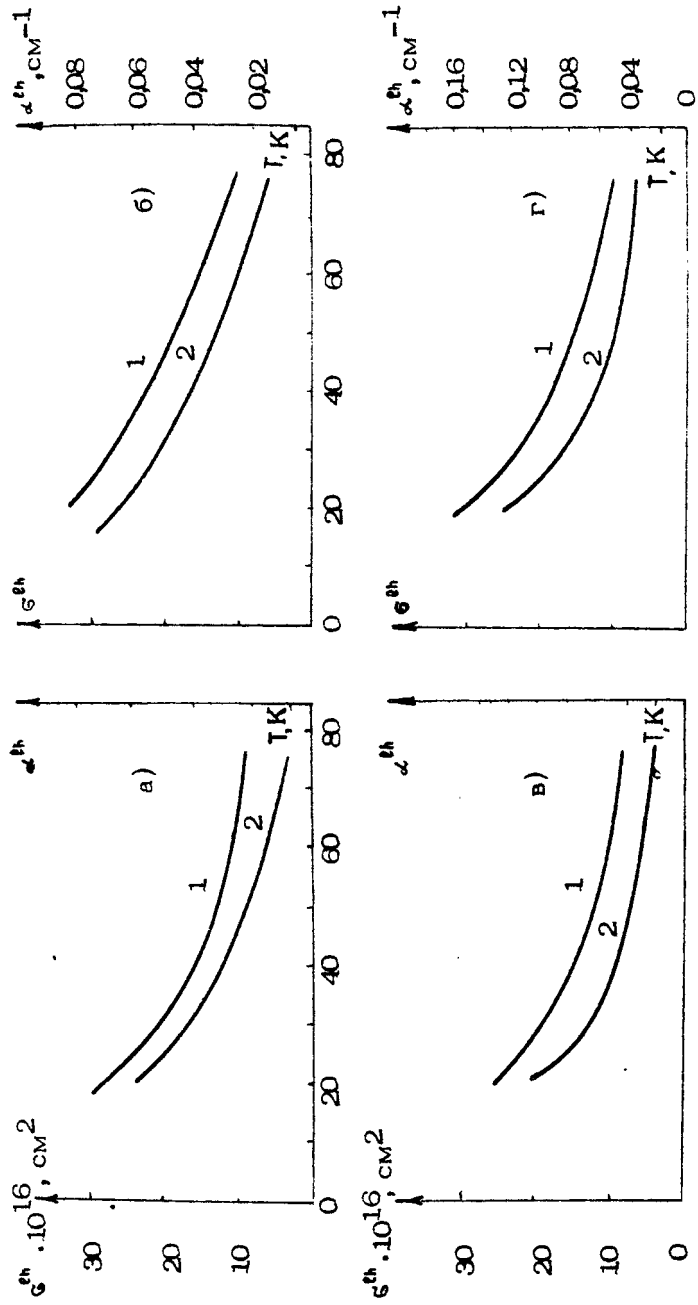
до сих пор моделирование ограничено рамками классических представлений о движении дырок в  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях. Однако полученные в последнее время экспериментальные результаты показывают необходимость учета квантования Ландау дырок [35] в скрещенных полях. Тем не менее приводимые ниже результаты численных расчетов, проведенных в рамках классических представлений, достаточно информативны, а как хорошее приближение — просто необходимы.

### 1.2.1. Линейный режим усиления

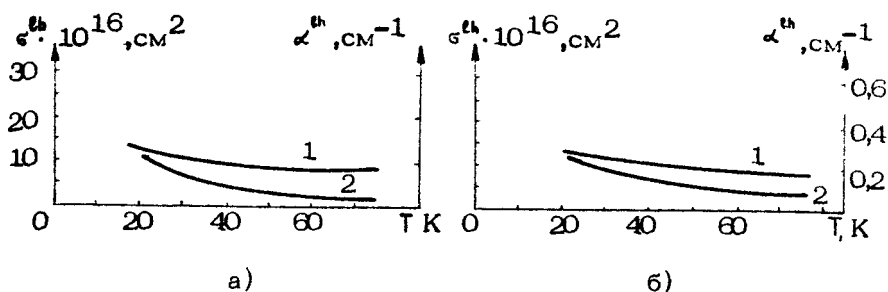
Здесь будут приведены результаты расчетов усиления на  $\nu$ - $h$  — переходах, полученные в пренебрежении влиянием усиливаемого электромагнитного излучения на распределение дырок. На рис.10–12 представлены зависимости сечения усиления дальнего ИК-излучения на межподзонных переходах  $\epsilon^{ph}$  и коэффициента усиления  $\alpha^{ph} = \epsilon^{ph} N_I = \epsilon^{ph} \cdot N_I / 2$  от температуры решетки, концентрации заряженных центров рассеяния в характерных полях  $E = E_0/2$ ,  $E = E_0$  при  $\rho_{\nu, p}^h = \rho_{\nu, p}^h$  для дырочного германия. Видно, что эффект усиления может иметь место вплоть до значений  $N_I = 10^{15} \text{ см}^{-3}$  в широком интервале длин волн. При этом наибольшие значения  $|\alpha^{ph}| \approx 10^{-1} \text{ см}^{-1}$  достигаются в некомпенсированном ( $N = N_I/2$ )  $p$ - $\text{Ge}$  с  $N_I = (0,5 \pm 1) \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . С ростом  $N_I$  оптимум сдвигается в сторону больших  $B$ - и  $E$ -полей и уменьшается влияние разогрева решетки на эффект усиления. Учитывая влияние адиабатического разогрева образцов при приложении к ним импульсов электрического поля, фоновое поглощение и роль столкновительного  $h$ - $h$ -поглощения, естественно полагать, что более оптимальными для усиления, а следовательно и для генерации на длинах волн  $\lambda \gtrsim 100 \text{ мкм}$ , являются относительно чистые образцы с  $N_I \lesssim 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , тогда как в более коротковолновом диапазоне  $\lambda < 100 \text{ мкм}$  предпочтение следует отдать более легированным образцам. Сравнение спектральных зависимостей сечения усиления  $\epsilon^{ph}$  для  $N_I = 0$  и  $N_I = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (рис. 13) показывает, что в  $p$ - $\text{Ge}$  рассеяние на заряженных центрах уменьшает  $\epsilon^{ph}(\nu)$  прежде всего на частотах  $\nu \lesssim 100 \text{ см}^{-1}$  ( $\lambda \gtrsim 100 \text{ мкм}$ ).

Одним из наиболее важных параметров является угол  $\theta$  между прикладываемым магнитным и эффективным (с уче-

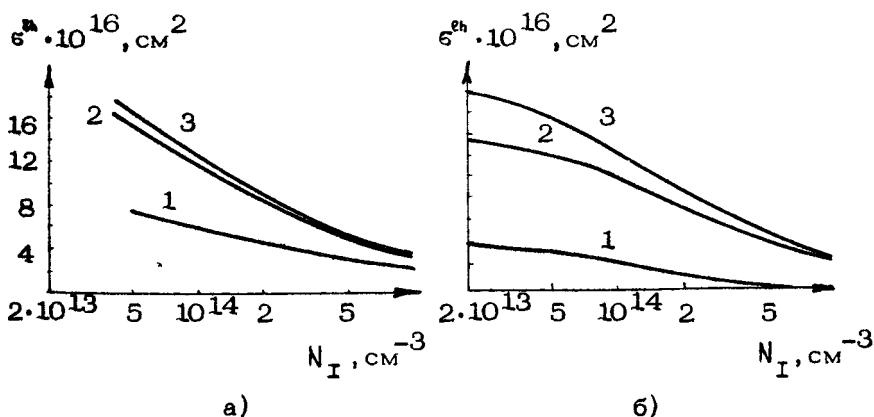




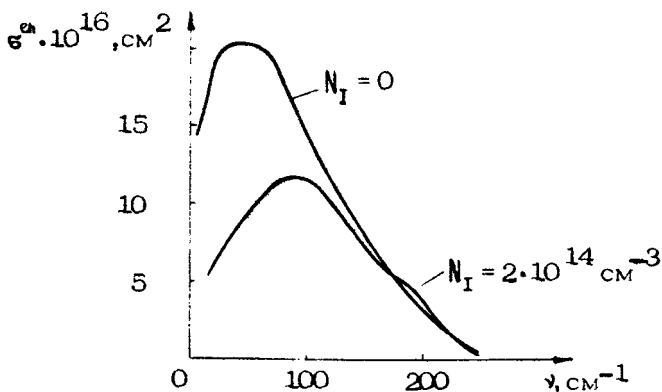
Р и с. 10. Температурная зависимость сечения и коэффициента усиления на  $\beta$ -h -переходах в  $\rho$ -бе для длин волн  $\lambda = 100 \text{ мкм}$  (а,в) и  $\lambda = 200 \text{ мкм}$  (б,г) при  $N_1 = 2 N = 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$  (а,б) и  $N_1 = 2 N = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (в,г): 1 -  $E = 3,5 \text{ кВ/см}$ ,  $B = 18,4 \text{ кГс}$ ; 2 -  $E = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $B = 9,2 \text{ кГс}$



Р и с. 11. Температурная зависимость сечения и коэффициента усиления на  $l-h$ -переходах в  $p$ - $Ge$  для  $\lambda = 100$  мкм (а) и  $\lambda = 200$  мкм (б) при  $N_I = 2 N = 5 \cdot 10^{14}$   $cm^{-3}$ : 1 -  $E = 3,5$  кВ/см,  $B = 18,4$  кГс; 2 -  $E = 1,75$  кВ/см,  $B = 9,2$  кГс



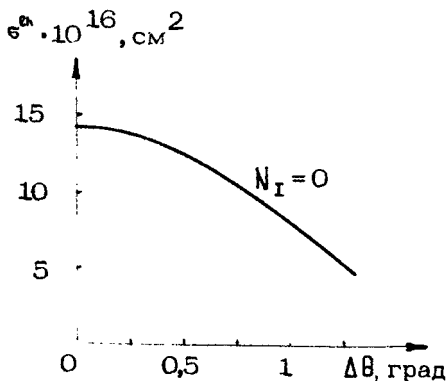
Р и с. 12. Зависимость сечения усиления от концентрации кулоновских центров рассеяния  $N_I$  для  $p$ - $Ge$  при  $T = 20$  К и длинах волн  $\lambda = 50$  мкм (кривые 1), 100 мкм (2), 200 мкм (3);  
 а -  $E = 3,5$  кВ/см,  $B = 18,4$  кГс,  
 б -  $E = 1,75$  кВ/см,  $B = 9,2$  кГс



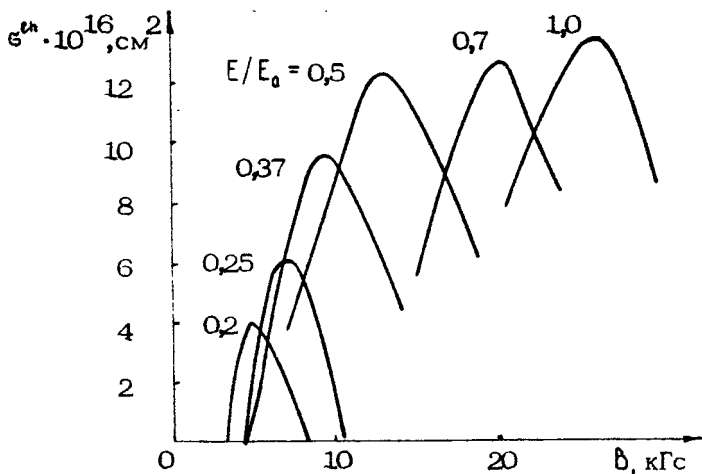
Р и с. 13. Влияние примесного рассеяния на величину и частотную зависимость сечения усиления на  $t-h$ -переходах в  $\rho$ -Ge при  $E = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $\mathcal{B} = 13 \text{ кГс}$

том перераспределения зарядов по образцу) электрическим полями. Нарушение условия ортогональности этих полей приводит к ускорению легких дырок вдоль магнитного поля и уменьшению эффективного времени их жизни в области накопления  $S^t$ . Как видно из рис.14, этот фактор сильно отражается на зависимости сечения усиления  $\sigma^{th}(\theta)$  и допустимый угол неортогональности полей не превышает нескольких градусов.

Для сравнения с экспериментом (см. ниже) наиболее подробно анализировался  $\rho$ -Ge с  $N_I = 2 N_d = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . На рис.15 отражена получаемая методом Монте-Карло зависимость сечения усиления  $\sigma^{th}$  на частоте  $\nu = 100 \text{ см}^{-1}$

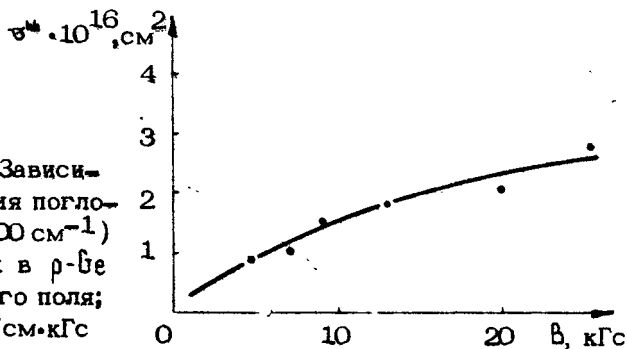


Р и с. 14. Сечение усиления  $\sigma^{th}$  ( $\nu = 100 \text{ см}^{-1}$ ) при отклонении  $\vec{B}$ - и  $\vec{E}$ -полей от взаимной ортогональности в  $\rho$ -Ge;  $\Delta\theta = |90^\circ - \theta|$ ;  $E = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $\mathcal{B} = 13 \text{ кГс}$

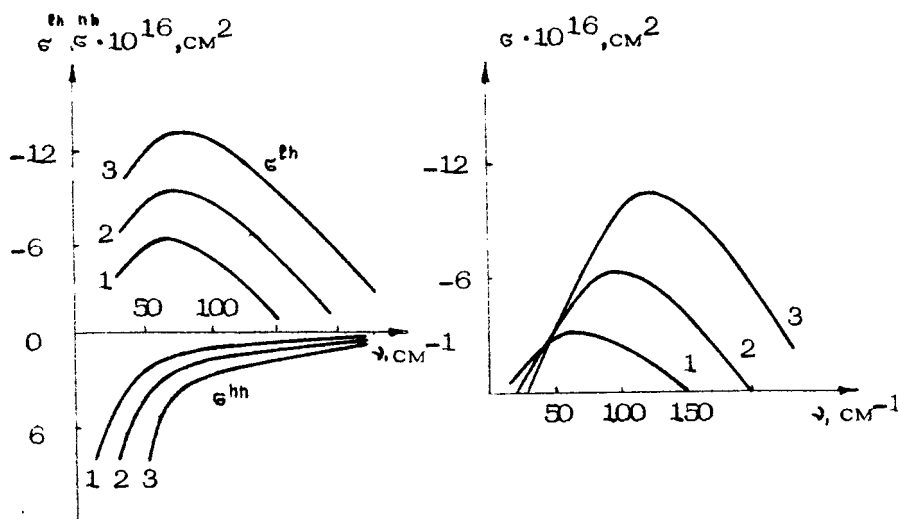


Р и с. 15. Сечение усиления дырок на  $p-h$  - переходах в  $p-Ge$  для  $T = 20$  К,  $\lambda = 100$  мкм и  $N_I = 2 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$  в зависимости от величин и соотношений  $\vec{B}$  - и  $\vec{E}$ -полей ( $E_0 \approx 3,5$  кВ/см)

от величины магнитного поля для разных значений поля  $E$ . Подобные зависимости позволяют оценить характерную ширину областей (зону) генерации по  $B$ - и  $E$ -полям и определить требуемое оптимальное их соотношение. Так, для  $\nu = 100$  см $^{-1}$  оптимальным оказывается соотношение  $E/B \approx 0,14$  кВ/см·кГс ( $\rho_{ph}^h \approx 0,7 \rho_{ph}^h$ ). Учитывая зависимость сечения внутривозонного  $h-h$  -поглощения  $\epsilon^{hh}(B)$  (рис.16), полученную на основании выполненных методом Монте-Карло расчетов  $\langle \nu_{EA}^h \rangle$  при фиксированном соотношении полей

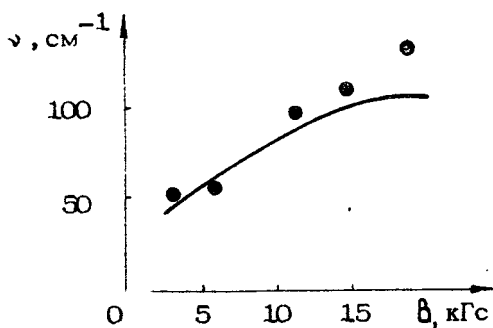


Р и с. 16. Зависимость сечения поглощения ( $\nu = 100$  см $^{-1}$ ) на переходах в  $p-Ge$  от магнитного поля;  $E/B \approx 0,14$  кВ/см·кГс



Р и с. 17. Сечение усиления  $\epsilon^{eh}$ , сечение поглощения  $\epsilon^{hh}$  и полное сечение  $\epsilon = \epsilon^{eh} + \epsilon^{hh}$  системы дырок  $p$ - $Ge$  в скрещенных полях при  $N_I = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 20 \text{ К}$ ,  $\rho_{Ap}^h \approx 0,7$ ,  $\rho_0^h$  :

- 1 -  $E = 0,7 \text{ кВ/см}$ ,  $\beta = 4,5 \text{ кГц}$ ;
- 2 -  $E = 1,2 \text{ кВ/см}$ ,  $\beta = 9,0 \text{ кГц}$ ;
- 3 -  $E = 3,5 \text{ кВ/см}$ ,  $\beta = 25,0 \text{ кГц}$



Р и с. 18. Полученная методом Монте-Карло зависимость частоты  $\nu$  максимума сечения усиления  $\epsilon$  от магнитного поля в  $p$ - $Ge$ ;  $E/\beta \approx 0,14 \text{ кВ/см} \cdot \text{кГц}$ ,  $N_I = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 20 \text{ К}$

$E/\beta = 0,14 \text{ кВ/см} \cdot \text{кГс}$  (см. зависимость  $\epsilon^{hh}(\nu_{E\beta}^h)$  – рис.8), получаем, что максимальное значение полного сечения усиления на дырках  $\epsilon = \epsilon^{ph} + \epsilon^{hh}$  достигается в полях  $E \approx E_0/2$  и в пределах точности расчетов практически не меняется с увеличением  $E$  до значений  $E \approx E_0$ . Но, принимая во внимание увеличивающийся разогрев решетки (при численном моделировании это не учитывалось), можно с уверенностью сделать вывод о том, что для эффекта усиления на частотах  $\nu = 100 \text{ см}^{-1}$  оптимальными являются поля  $E \approx E_0/2 = 1,75 \text{ кВ/см}$  и  $\beta \approx 12,5 \text{ кГс}$ . Аналогично нетрудно определить оптимальные (для усиления) значения полей и для других частот дальнего ИК-диапазона.

На рис.17 представлены результаты расчетов по определению частот максимального значения сечения усиления. Численное исследование этих максимумов важно хотя бы потому, что на использовавшихся в экспериментах по генерации не-селективных квазиоптических резонаторах (см. ниже) наблюдаемые частоты стимулированного излучения должны соответствовать максимуму спектральной зависимости результирующего сечения усиления  $\epsilon$ . Видно, что зависимость  $\epsilon(\nu)$  определяется двумя основными факторами: усилением на  $p-h$ -переходах и согнующим ему поглощением на  $h-h$ -переходах. С ростом  $\beta$ - и  $E$ -полей происходит заметное расширение области  $\epsilon^{hh}(\nu) < 0$  в высокочастотную сторону дальнего ИК-диапазона, максимум же  $|\epsilon^{hh}(\nu)|$  практически не смещается. Но уже для суммарного сечения усиления  $\epsilon = \epsilon^{ph} + \epsilon^{hh}$  благодаря сильно выраженной ( $\sim \nu^{-2}$ ) частотной зависимости  $\epsilon^{hh}(\nu)$ , круго обрезавшей область усиления со стороны длинноволновой границы, эффект перестройки частоты максимума усиления в высокочастотную область дальнего ИК-излучения становится явно выраженным с ростом полей. На рис.18 показана соответствующая ожидаемая зависимость  $\nu(\beta)$  при оптимальном соотношении полей. Для сравнения точками отмечены полученные при использовании неселективного резонатора некоторые из значений частот стимулированного излучения. Таким образом, численное моделирование предсказывает непрерывную частотную перестройку максимума сечения усиления, а тем самым и возможность непрерывной электронной перестройки частоты генерации на горячих дырках  $p$ - $h$  в  $\vec{\beta} \perp \vec{E}$  полях от  $\nu = 50 \text{ см}^{-1}$

до  $\nu \approx 200 \text{ см}^{-1}$  при совместном изменении этих полей. Аналогичные расчеты (которые здесь приводить не будем) показывают, что перестройка частоты максимума сечения усиления возможна и изменением значений одного из полей, в то время как значение другого фиксировано.

Как будет видно в дальнейшем, проведенный здесь классический расчет спектральных характеристик усиления дает лишь грубое соответствие с экспериментом. Но он, несомненно, является естественным и необходимым фундаментом для более точного теоретического анализа.

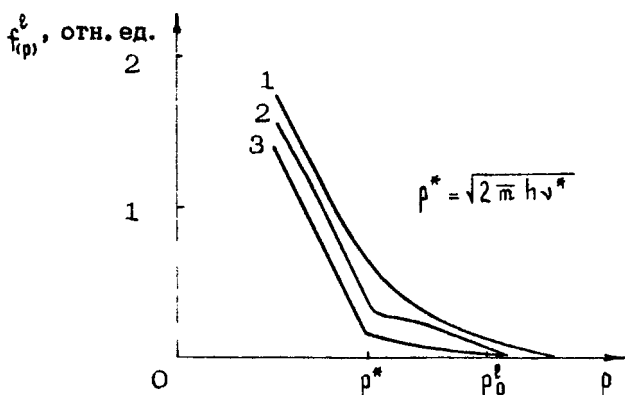
### 1.2.2. Эффект насыщения и стационарный режим генерации

Для оценок максимально возможных плотностей выходной мощности стимулированного излучения на межподзонных оптических переходах  $p$ - $h$  в скрещенных полях были проведены численные расчеты функций распределения, выполненные методом Монте-Карло, учитывающим прямые переходы дырок между легкой и тяжелой подзонами валентной зоны, индуцированные высокочастотным электромагнитным полем  $E_{\sim}$  (стимулированным излучением). Вероятность такого индуцированного полем с частотой  $\omega$  межподзонного перехода дырки в единицу времени  $W$  при поглощении (излучении) фотона, очевидно, пропорциональна плотности потока мощности электромагнитного излучения в среде  $I(\omega)$  и равна (ср. [62])

$$W = 2q^2 e^2 I(\omega) \bar{m} \tilde{W}^{eh} \delta(\epsilon^l - \epsilon^h - \hbar\omega) / c m_0^2 \omega \sqrt{\epsilon_0} \approx q^2 e^2 I(\omega) \delta(\epsilon^l - \epsilon^h - \hbar\omega) / \bar{m} c \sqrt{\epsilon_0} \omega, \quad (1.27)$$

где  $\bar{m} = m^l m^h / m^h - m^l$  — приведенная масса.

Нетрудно проверить, что выражение (1.27) соответствует (1.23) и может быть из него получено. С некоторого уровня интенсивности излучения, индицирующего  $p$ - $h$  -переходы дырок, соответствующие времена  $\tau = W^{-1}$  становятся сравнимыми с временами жизни легких дырок в области накопления  $S^l$ , определяемыми (см. выше) рассеянием на акустических фононах и кулоновских центрах. Это уменьшает населенность легкой подзоны (рис.19) и сечение усиления на  $p$ - $h$  -переходах (рис.20,21). Расчеты по эффекту

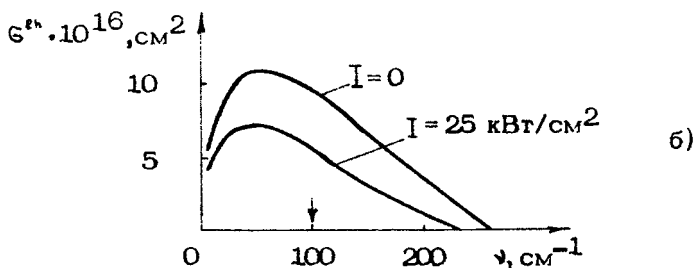
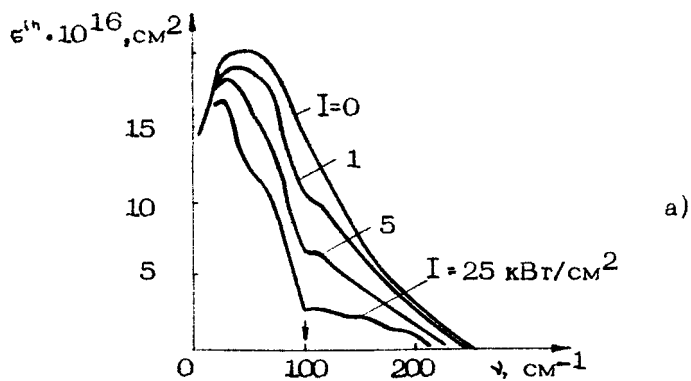


Р и с. 19. Усредненная по направлениям функция распределения  $f^e(\rho)$  легких дырок  $\beta e$  в скрещенных  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях в зависимости от интенсивности  $I(\nu) \sim \delta(\nu - \nu^*)$  излучения ( $\nu^* = 100 \text{ см}^{-1}$ ) при  $E = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $B = 13 \text{ кГс}$ ,  $N_I = 0$ ,  $T = 20 \text{ К}$   
 1 -  $I = 0$ ; 2 -  $I = 0,5 \text{ кВт/см}^2$ ; 3 -  $I = 50 \text{ кВт/см}^2$

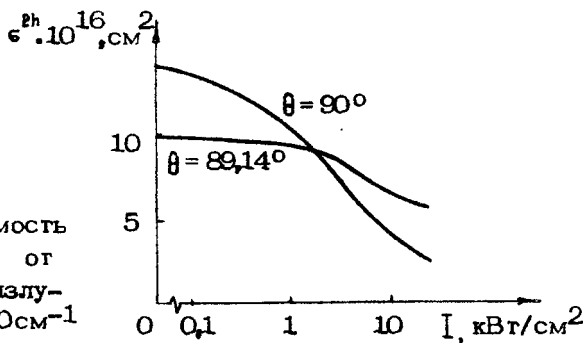
насыщения проведены для образцов  $\rho\text{-Ge}$  с низкой степенью легирования, в которых несущественно примесное и междырочное рассеяние, для значений  $\theta = 90^\circ$  и  $\theta = 89,14^\circ$ . Зависимости  $\epsilon^{lh}(I)$  для обоих значений угла  $\theta$  хорошо аппроксимируются выражением  $\epsilon^{lh}(I) = \epsilon^{lh}(0) / (1 + I/I_0)$ , где  $I_0$  - параметр насыщения, слабо зависящий от  $I$  (рис.22). Результаты расчетов  $I_0$  дают сильную зависимость этого параметра от угла расстройки, что указывает на влияние движения (ускорения) легких дырок вдоль магнитного поля, возникающее в случае нарушения условия  $\vec{B} \perp \vec{E}$ . Для сопоставления с экспериментом это обстоятельство всегда необходимо иметь в виду.

Выход на стационарный режим генерации соответствует интенсивностям  $I = I^*$  (рис.23), удовлетворяющим условию  $\alpha^{lh}(I^*) = \beta + \gamma$ , где  $\beta$  - коэффициент поглощения усиливаемого излучения, включающий в себя и внутриволновое поглощение,  $\gamma$  - пересчитанные на единицу длины активной среды потери на выход излучения из резонатора, а  $\alpha^{lh} = N \epsilon^{lh}$  - коэффициент усиления на межподзонных  $l-h$  - переходах.

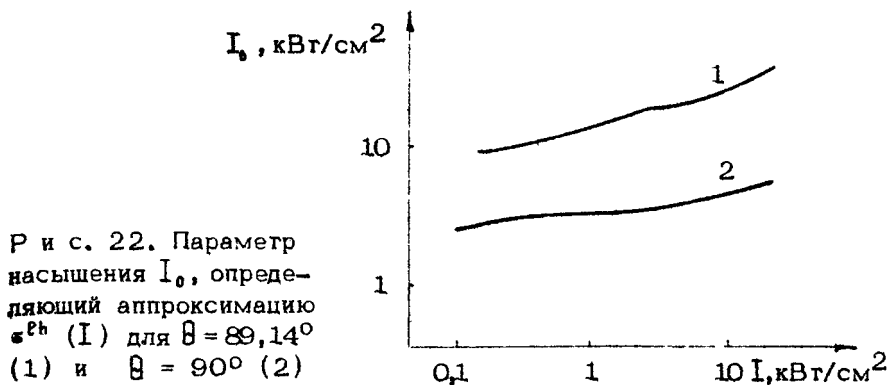




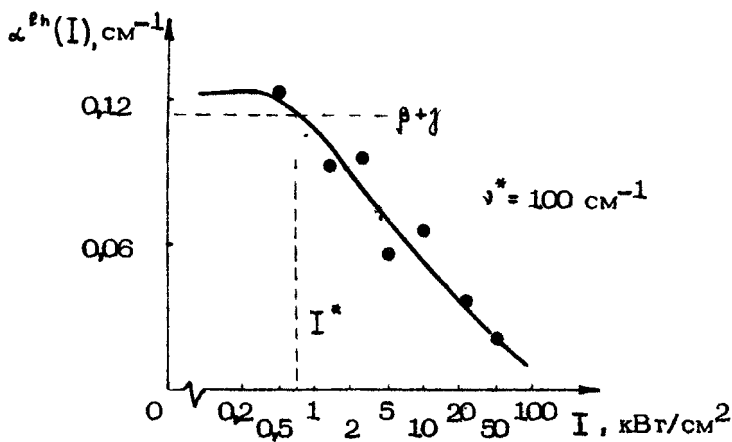
Р и с. 20. Изменение сечения усиления на  $\beta_h$  - переходах  $p$ - $\beta_e$  под действием монохроматического излучения ( $\nu^* = 100 \text{ см}^{-1}$ ) при  $E = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $B = 13 \text{ кГс}$ ,  $N_T = 0$ ,  $I = 20 \text{ К}$ : а -  $\theta = 90^\circ$ ; б -  $\theta = 89,14^\circ$



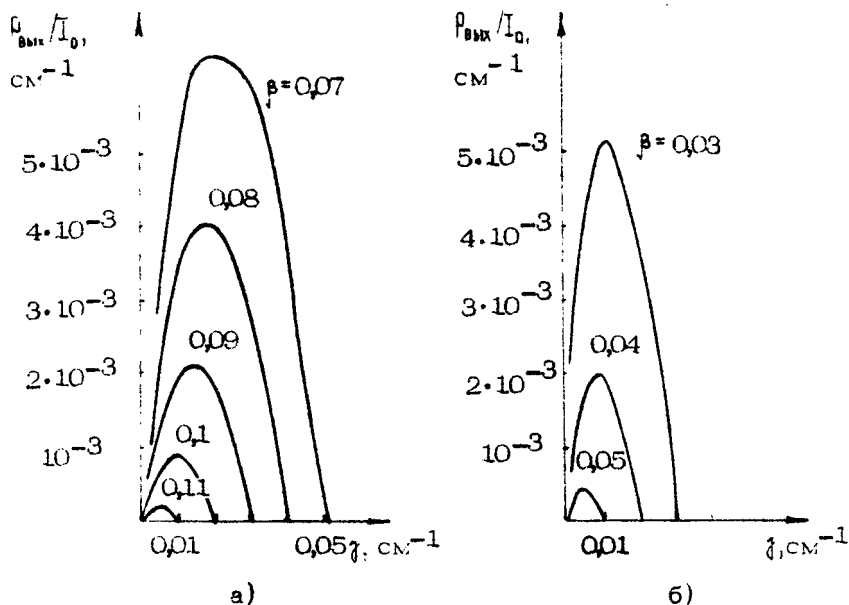
Р и с. 21. Зависимость сечения усиления от плотности потока излучения  $I$  при  $\nu^* = 100 \text{ см}^{-1}$



Приходящаяся на единицу объема активной среды мощность выходного излучения  $P_{\text{вых}} = \gamma I^* = \gamma(\alpha_0 - \beta - \gamma)I_0 / (\beta + \gamma)$ , где  $\alpha_0 = \alpha^{2h}(I=0)$ , сильно зависит от вышеуказанных параметров  $\alpha_0, \beta, \gamma$ . На рис.24 приведены зависимости  $P_{\text{вых}}(I)$



Р и с. 23. Зависимость коэффициента усиления  $\alpha^{2h} = \epsilon^{2h} N = \epsilon^{2h} N_T / 2$  от интенсивности излучения. Пунктиром показан предполагаемый уровень потерь  $\beta + \gamma$ , соответствующий имевшему место в эксперименте стационарному режиму генерации с интенсивностью  $I^*$ ;  $E = 1,75 \text{ кВт/см}$ ,  $\nu = 13 \text{ кгс}$ ,  $T = 20 \text{ К}$ . При расчетах примесное рассеяние не учитывалось,  $N = 10^{14} \text{ см}^{-3}$



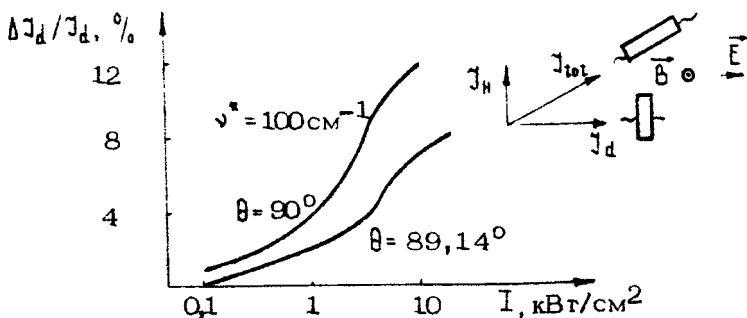
Р и с. 24. Излучаемая удельная мощность выхода  $P_{\text{вых}}$  для разных значений коэффициентов потерь  $\beta$  и связи  $\gamma$ : а -  $\alpha_0 = 0,12 \text{ см}^{-1}$ , б -  $\alpha_0 = 0,06 \text{ см}^{-1}$

для различных значений  $\alpha_0$  и  $\beta$ . Максимально возможные значения  $P_{\text{вых}}$  соответствуют оптимальному коэффициенту связи  $\gamma_{\text{опт}} = \sqrt{\beta \alpha_0} - \beta$ . При этом  $I^* = (\gamma_{\text{опт}} / \beta) \cdot I_0$  и удельная мощность выходного излучения  $P_{\text{вых}} = (\gamma_{\text{опт}}^2 / \beta) I_0$ . В случае  $\beta \gg \gamma$  получаем  $\gamma_{\text{опт}} \approx (\alpha_0 - \beta) / 2 \approx \alpha_0 - \beta - \gamma_{\text{опт}}$ . Для оценок  $P_{\text{вых}}$  необходимо знать значения  $\alpha_0$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , которые реализуются в условиях эксперимента. Численные расчеты дают характерные значения  $\alpha_0 \approx 0,12 \text{ см}^{-1}$  и  $\beta \approx \epsilon^{hh} N \approx 0,03 \text{ см}^{-1}$ . Однако это противоречит экспериментальным данным значения коэффициента усиления, полученным по измерению времени нарастания интенсивности стимулированного излучения (см. далее гл. 3). Измерение дает  $\alpha_0 - \beta - \gamma \approx 0,01 \div 0,02 \text{ см}^{-1}$ . Оценки же величины  $\gamma$  для образцов, на которых проводились измерения, дают значения  $\gamma \leq 0,01 \text{ см}$ . Несоответствие измеренных и рассчитанных значений может быть связано либо с большим коэффициентом потерь  $\beta > \epsilon^{hh} N$ , превышающих уровень потерь на внутриволноводных  $h-h$ -переходах и обусловленных рассеянием на несовершенствах кри-

сталла германия, либо с меньшим уровнем коэффициента усиления на  $l-h$  -переходах, что может иметь место в эксперименте из-за возможной неоднородности эффективного электрического поля в образце  $p$ - $Ge$ . Такая неопределенность значений  $\alpha_0, \beta$ , а также сильная зависимость параметра насыщения  $I_0$  от степени неперпендикулярности электрического и магнитного полей (см. рис.22), возможной, в частности, и из-за неоднородностей в образце  $p$ - $Ge$ , позволяют лишь грубо оценить величину ожидаемой выходной мощности. Для  $\alpha_0 - \beta - \gamma = 0,01 \div 0,02 \text{ см}^{-1}$  (среднее значение угла отклонения  $\langle \Delta \theta \rangle \leq 1^\circ$ ) при оптимальном выборе  $\gamma$  получаем  $P_{\text{вых}} \approx 10 \div 100 \text{ Вт/см}^2$ , что соответствует значению коэффициента полезного действия  $\eta = P_{\text{вых}} / P_{\text{дж}} = 10^{-3}$ , где  $P_{\text{дж}}$  - удельная мощность джоулевых потерь в объеме образца  $p$ - $Ge$ .

Уменьшение относительной концентрации легких дырок, вызванное индуцированными  $l-h$  -переходами при генерации, должно отражаться и на вольт-амперных характеристиках (ВАХ). Впервые это было обнаружено в эксперименте, описанном в работе [38] (см. также [36]). Характер влияния стимулированного излучения на ВАХ должен зависеть от геометрии образца  $p$ - $Ge$ , являющегося активной средой генератора. В "коротком" образце ток, текущий через образец, - это диссипативный ток  $\vec{J}_d (\vec{J}_d \parallel \vec{E})$ , а результирующее электрическое поле совпадает с приложенным. В "длинном" (холловская геометрия) образце ток, протекающий через образец, - это полный ток  $\vec{J}_{\text{tot}}$ , включающий в себя и холловский  $\vec{J}_H$  (см. вставку к рис.25). В результате, как это не трудно показать, в "коротком" образце уменьшение доли замагниченных легких дырок, и тем самым увеличение тяжелых, которые не замагничены, должно приводить к росту диссипативного тока. Изменение же тока  $|\vec{J}_{\text{tot}}|$ , измеряемого в образце холловской геометрии, должно быть существенно меньше. На рис.20 приведены результаты полученных численных расчетов. Сопоставление теоретической зависимости  $\Delta J_d(I) / J_d(0)$  с экспериментальными значениями  $\Delta J_d / J_d$  дает хорошую возможность оценки интенсивности стимулированного излучения внутри образца.

Из характера зависимостей  $P_{\text{вых}}(\alpha_0, \beta, \gamma)$  следует, что, увеличивая  $\alpha^{\text{ph}}$  (по сравнению с  $\beta$ ) при оптимизации по  $\gamma$ , можно значительно увеличить мощность выходного излуче-



Р и с. 25. Изменение диссипативного тока  $\Delta J_d$  в p-Ge при  $N_I = 0$ ,  $T = 20 \text{ K}$ ,  $E = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $B = 13 \text{ кГс}$  под действием излучения. На вставке отражены направления токов и полей в "коротком" и "холловском" образцах

ния. Поэтому в образцах с большими концентрациями дырок благодаря увеличению  $\alpha^{th}$  и уменьшению времен жизни легких дырок (увеличению значений  $I_d$ ) предельные уровни выходной мощности должны быть существенно выше тех, что указаны выше. Этому же должно способствовать усиление роли внутриподзонного рассеяния легких дырок, сопутствующее, как уже отмечалось в разд. 1.1, увеличению концентрации кулоновских центров рассеяния. Оптимум по выходной мощности должен достигаться в образцах с  $N = (2+5) \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ .

Все вышеприведенные оценки основаны на расчетах в рамках изотропной модели валентной зоны. Реально валентная зона Ge достаточно анизотропна. Последнее прежде всего касается тяжелой подзоны и существенно меняет динамику тяжелых дырок в прикладываемых  $B \perp E$  полях. Кроме того, анизотропия валентной зоны приводит к достаточно сильно выраженной зависимости матричных элементов межподзонных оптических переходов от направлений импульсов дырок [45] (см. далее гл. 4). Для p-Ge в интересующих нас условиях зависимость матричных элементов оптических переходов от направлений, как показывают проведенные расчеты, в значительной степени усредняется из-за слабо выраженной анизотропии распределения легких дырок. Большой эффект дает зависимость динамики тяжелых дырок от направлений прикладываемых  $B$ - и  $E$ -полей. Дело

в том, что максимально возможный для увеличения населенности состояний легких дырок объем области накопления  $S^l$  в легкой подзоне (напомним, что его ограничивает появление области накопления в тяжелой подзоне) существенно зависит от направленности дрейфового движения дырок относительно кристаллографических направлений. Подзона легких дырок германия близка к изотропной и минимум соотношения  $\rho_{\Delta p}^l / \rho_0^l$  и, следовательно, максимальный объем области  $S^l$  достигается, когда поля ориентированы так, что циклотронная масса тяжелых дырок максимальна. Как расчеты траекторий движения дырок, так и численное моделирование методом Монте-Карло (см. ниже) показывают, что в  $\rho$ - $\beta$ е оптимум для эффектов усиления на  $l$ - $h$  -переходах достигается для направления  $\vec{\rho}_{\Delta p}^l \parallel [111]$ . Несколько хуже обстоит дело, когда  $\vec{\rho}_{\Delta p}^l \parallel [110]$  или  $\vec{\rho}_{\Delta p}^l \parallel [112]$ , и совсем плохо, когда  $\vec{\rho}_{\Delta p}^l \parallel [100]$ . Таким образом, факторы анизотропии оказываются достаточно важными.

Другое замечание следует сделать относительно справедливости классических представлений о движении дырок в  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях. Для  $\rho$ - $\beta$ е в полях  $B \approx 10$  кГс, в которых можно ожидать эффект генерации стимулированного излучения на частоте  $\nu = 100 \text{ см}^{-1}$  ( $\omega \approx 2 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ ), циклотронная частота легких дырок  $\omega_c^l = eB/m^l c \approx 0,4 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$ . Таким образом,  $\omega_c^l / \omega \approx 0,2$ . Поэтому, принимая во внимание уровень перечисленных выше поправок и экспоненциальный характер развития процесса стимулированного излучения, заключаем, что влияние квантования Ландау легких дырок (определяемое грубо параметром  $\omega_c^l / \omega$ ) должно учитываться.

Резюмируя вышеизложенные замечания, остается пожелать, чтобы в ближайшее время появились численные расчеты, основанные на методе Монте-Карло, но с учетом перечисленных факторов анизотропии и квантования в совокупности. Только тогда они действительно будут инструментом полного теоретического анализа, способного с достоверностью предсказывать экспериментальные результаты. В настоящее же время необходимый уровень не достигнут, и эксперимент (см. ниже) не всегда достаточно хорошо согласуется с расчетами.

### 1.3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ГОФРИРОВАННОЙ ВАЛЕНТНОЙ ЗОНЕ ГЕРМАНИЯ

В настоящем разделе детально исследуются оптимальные условия для генерирования стимулированного излучения на межподзонных переходах дырок германия в скрещенных электрическом и магнитном полях при низких температурах. Анализ основан на моделировании методом Монте-Карло функций распределений дырок в анизотропной валентной зоне германия при детальном квантовом расчете процессов излучения и поглощения электромагнитного излучения дырками как при межзонных, так и при внутризонных переходах дырок.

Ниже суммированы результаты исследования, проведенного в 1983 - 1985 гг. Материал представлен в виде двух частей, посвященных линейному и нелинейному режимам взаимодействия дальнего ИК-излучения с горячими дырками  $\Gamma_6$  в условиях, когда прямой оптический переход между легкой и тяжелой подзонами инвертирован. Рассмотрение проводится в рамках классического кинетического подхода. Влиянием электрического и магнитного полей на энергетический спектр дырок пренебрегается, т.е. не учитываются процессы туннелирования между подзонами и квантование последних в магнитном поле. Используется двухзонная гофрированная параболическая модель валентной зоны  $\Gamma_6$ , в рамках которой закон дисперсии легких (+) и тяжелых (-) дырок имеет следующий вид:

$$\mathcal{E}^{lh}(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m_0} \left[ Ak^2 \pm \sqrt{B^2 k^4 + C^2 (k_x^2 k_y^2 + k_y^2 k_x^2 + k_z^2 k_z^2)} \right], \quad (1.28)$$

где  $A = 13,27$ ,  $B = 8,63$ ,  $C = 12,4$  - константы [63]. Учитывается взаимодействие дырок с ионизированной примесью и деформационными акустическими и оптическими фононами [64].

#### 1.3.1. Линейный режим взаимодействия дырок с излучением

Анализ линейного режима взаимодействия дает возможность определить пороговую величину внешних по-

герь<sup>\*)</sup>, ниже которой следует ожидать генерацию, а также оптимальные условия достижения максимальных значений коэффициента усиления.

Реакцию дырочной системы на слабое электромагнитное поле получим, воспользовавшись выражением для комплексной диэлектрической проницаемости, которое для валентной зоны  $\epsilon_e$  удобно записать в виде [65]

$$\epsilon'(\omega) = \epsilon_0 + \frac{4\pi e^2}{m_0} \int \frac{2d\vec{k}}{(2\pi)^3} \sum_{\alpha, \beta} \frac{\hbar^2 f^\beta(\vec{k}) \xi^{\alpha, \beta}(\vec{k})}{[\epsilon^\alpha(\vec{k}) - \epsilon^\beta(\vec{k})]^2 - \hbar\omega(\omega + i\Gamma^{\alpha, \beta})}, \quad (1.29)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  нумеруют подзоны валентной зоны  $\epsilon_e$ ;  $\epsilon^\alpha(\vec{k})$  — энергия дырки с волновым вектором  $\vec{k}$  в подзоне  $\alpha$ ;  $f^\alpha(\vec{k})$  — функция распределения дырок в подзоне  $\alpha$ ;  $\xi^{\alpha, \beta}(\vec{k})$  — силы осцилляторов оптических переходов;  $\Gamma^{\alpha, \beta}$  — константа, характеризующая скорость распада состояний, между которыми происходят оптические переходы;  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость решетки;  $e$  и  $m_0$  — заряд и масса свободного электрона;  $\omega = 2\pi\nu$  — круговая частота излучения. Силы осцилляторов межподзонных переходов имеют вид

$$\xi^{\alpha, \beta}(\vec{k}) = \frac{2m_0}{\hbar^2} [\epsilon^\alpha(\vec{k}) - \epsilon^\beta(\vec{k})] \overline{|\vec{e}_\alpha \cdot \vec{r}^{\alpha, \beta}|^2}, \quad (1.30)$$

а для внутризонных

$$\xi^{\beta\beta}(\vec{k}) = \frac{m_0}{3\hbar^2} \sum_{i=x, y, z} \frac{\partial^2 \epsilon^\beta(\vec{k})}{\partial k_i^2}. \quad (1.31)$$

В случае  $\ell$ - $h$  -перехода матричный элемент  $\overline{|\vec{e}_\alpha \cdot \vec{r}^{\alpha, \beta}|^2}$  можно представить в виде [65]

\*)

К внешним потерям будем относить всевозможные виды потерь излучения, не связанные с дырочной системой  $\epsilon_e$ , например такие, как поглощение решеткой, потери, вызванные дифракцией и связью объема полупроводника с внешним пространством.



$$|\vec{e}_{\vec{\nu}} \cdot \vec{r}^{-\alpha p}|^2 = \frac{\hbar^2}{2m_0 [\mathcal{E}^{\alpha}(\vec{k}) - \mathcal{E}^p(\vec{k})]} \left[ A - \frac{m_0}{3\hbar^2} \sum_{\nu, \nu', \nu''} \frac{\partial^2 \mathcal{E}^p(\vec{k})}{\partial k_i^2} \right], \quad (1.32)$$

где  $A$  - константа, входящая в закон дисперсии (1.28).

Коэффициент поглощения (усиления) дырочной системы  $\alpha$  определяется мнимой частью диэлектрической проницаемости  $\epsilon'(\omega)$  и при  $\text{Re}\{\epsilon'(\omega)\} \gg \text{Im}\{\epsilon'(\omega)\}$  может быть представлен как

$$\begin{aligned} \alpha = & \frac{\omega}{c\sqrt{\epsilon_0}} \text{Im}\{\epsilon'(\omega)\} = \frac{4\pi e^2}{m_0 c \sqrt{\epsilon_0}} \int \frac{2 d\vec{k}}{(2\pi)^3} \times \\ & \times \left\{ \frac{(\hbar^2 \Gamma^{ph}/4) |\mathcal{E}^{ph}| [f^h(\vec{k}) - f^p(\vec{k})]}{[\mathcal{E}^p(\vec{k}) - \mathcal{E}^h(\vec{k}) - \hbar\omega]^2 + \hbar^2 (\Gamma^{ph})^2/4} + \right. \\ & \left. + \frac{\Gamma^{pp} \mathcal{E}^{pp}(\vec{k}) f^p(\vec{k})}{\omega^2 + (\Gamma^{pp})^2} + \frac{\Gamma^{hh} \mathcal{E}^{hh}(\vec{k}) f^h(\vec{k})}{\omega^2 + (\Gamma^{hh})^2} \right\}. \quad (1.33) \end{aligned}$$

Первый член в фигурных скобках соответствует прямым оптическим переходам между легкой и тяжелой подзонами.

Поскольку он является резонансным, то его вклад в поглощение будет существен лишь в области перехода, где  $|\mathcal{E}^p(\vec{k}) - \mathcal{E}^h(\vec{k}) - \hbar\omega| \lesssim \Gamma^{ph}$ . Второй и третий члены в выражении (1.33) не резонансные и определяют поглощение, вызванное рассеяниями дырок на нерегулярностях решетки. Остановимся на каждом из этих механизмов поглощения в отдельности.

#### Коэффициент поглощения на $p$ - $h$ -переходе. Уширение

$p$ - $h$ -перехода в основном связано с рассеянием дырок на нерегулярностях решетки. В качестве оценки для  $\Gamma^{ph}$  можно использовать суммарную частоту рассеяния дырок, находящихся в области перехода в легкой  $\nu^p$  и тяжелой  $\nu^h$  подзонах  $\Gamma^{ph} = (\nu^p + \nu^h)/2$ . В интересующем нас диапазоне

длины волн оптические  $\ell$ - $h$  -переходы совершают дырки, находящиеся в пассивных областях импульсного пространства подзон, где основными механизмами рассеяния дырок являются слабое акустическое и примесное, причем последнее существенно лишь в длинноволновой области при  $\hbar\omega < 0,01 \text{ эВ}$ . До азотных температур решетки включительно  $\Gamma^{\ell h} \approx 3 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$ , что соответствует уширению полосы поглощения  $\Delta\hbar\omega = \hbar\Gamma^{\ell h} < 0,2 \text{ мэВ}$ . Поскольку  $\hbar\omega \gg \Delta\hbar\omega$ , то резонансный множитель в соотношении (1.33) можно заменить на дельта-функцию  $\delta(\mathcal{E}^{\ell} - \mathcal{E}^h - \hbar\omega)$ , выражающую закон сохранения энергии, после чего получим

$$\alpha^{\ell h} = \frac{\mathcal{D}}{\sqrt{\epsilon_0}} \frac{2}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} |\mathcal{E}^{\ell h}(\vec{k})| [f^h(\vec{k}) - f^{\ell}(\vec{k})] \delta(\mathcal{E}^{\ell} - \mathcal{E}^h - \hbar\omega), \quad (1.34)$$

где константа  $\mathcal{D} = 4\pi^2 e^2 \hbar / 2m_0 c = 1,098 \cdot 10^{-16} \text{ эВ} \cdot \text{см}^2$ .

Из закона сохранения энергии при оптическом переходе  $\mathcal{E}^{\ell}(\vec{k}') - \mathcal{E}^h(\vec{k}') = \hbar\omega$  следует, что в гофрированной зоне в поглощении и испускании квантов света с энергией  $\hbar\omega$  будут участвовать дырки, расположенные в импульсном пространстве на поверхности

$$\Phi(\vec{k}) \equiv \frac{\hbar^2}{m_0} \sqrt{B^2 k^4 + c^2 (k_x^2 k_y^2 + k_y^2 k_z^2 + k_z^2 k_x^2) - \hbar\omega} = 0, \quad (1.35)$$

которая, в отличие от случая сферически симметричных зон, не совпадает с изоэнергетическими поверхностями. Величина перекрытия изоэнергетических поверхностей поверхностью (1.35) одинакова для легкой и тяжелой подзон и соответствует полосам энергий шириной  $\Delta\mathcal{E} = \hbar\omega (A/2B) [1 - (1 + c^2/3B^2)^{-1/2}] \approx 0,18 \hbar\omega$ . Центры этих полос совпадают с зависимостями  $\mathcal{E}^{\ell}(\hbar\omega)$  и  $\mathcal{E}^h(\hbar\omega)$  для сферически симметричной модели подзон. Другая особенность оптических  $\ell$ - $h$  -переходов связана с наличием значительной зависимости величины силы осциллятора от направления волнового вектора дырки  $\vec{k}$  к кристаллографическим осям. Например, при переходе от направления типа  $[100]$ , где  $\mathcal{E}^{\ell h} = 14,57$ , к направлениям типа  $[111]$ , где  $\mathcal{E}^{\ell h} = 8,17$ , вероятность  $\ell$ - $h$  -перехода меняется почти в два раза.

Чтобы учесть эти особенности гофрированных подзон, расчет  $\alpha^{\ell h}(\hbar\omega)$  проводился путем усреднения  $\mathcal{E}^{\ell h}(\vec{k})$  непосредственно по траекториям дырок в импульсном пространстве. Эта процедура сводится к расчету спектральных рас-

пределений тяжелых  $N^h(h\nu)$  и легких  $N^l(h\nu)$  дырок, участвующих в поглощении и испускании кванта света  $h\nu$  на  $f$ - $h$  -переходах с весовым множителем  $|\xi^{fh}(\vec{k})|$ :

$$N^{fh}(h\nu) = \frac{1}{\Delta} \int_{h\nu-\Delta/2}^{h\nu+\Delta/2} d(h\nu) \left[ \frac{2d\vec{k}}{(2\pi)^3} |\xi^{fh}(\vec{k})| f^{fh}(\vec{k}) \delta(\xi^l - \xi^h - h\nu) \right], \quad (1.36)$$

где  $\Delta$  - интервал усреднения (в расчетах  $\Delta = 5 \cdot 10^{-4}$  эВ). Затем по найденным зависимостям  $N^{fh}(h\nu)$  определялся коэффициент поглощения

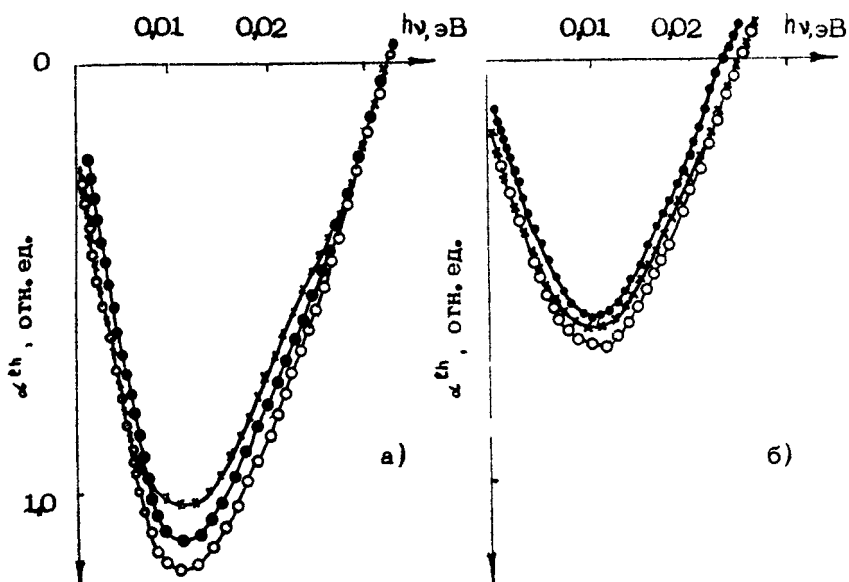
$$\alpha^{fh}(h\nu) = \frac{\omega}{\sqrt{\epsilon_0}} [N^h(h\nu) - N^l(h\nu)] \quad (1.37)$$

Эта методика позволяет рассчитывать  $\alpha^{fh}$  не только для неполяризованного излучения, но и для поляризованного, если в процессе усреднения  $|\xi^{fh}(\vec{k})|$  дополнительно умножить на множитель  $\sin^2 \psi$ , учитывающий зависимость вероятности перехода от угла  $\psi$  между направлениями вектора поляризации света  $\vec{P}_\perp$  и волнового вектора дырки  $\vec{k}$  [44].

С целью установления факторов, определяющих зависимость  $\alpha^{fh}$  от ориентации полей, наряду с расчетом  $\alpha^{fh}$  по вышеописанной прямой методике вычисления также были проведены в рамках следующих приближений. Во-первых, опущена зависимость вероятности оптических переходов от направления волнового вектора дырок, т.е. вместо зависимости  $\xi^{fh}(\vec{k})$  использовалось усредненное по направлениям значение  $\langle \xi^{fh}(\vec{k}) \rangle = 11$ . Во-вторых, дополнительно пренебрегалось перекрытием изоэнергетических поверхностей, т.е. коэффициент усиления  $\alpha^{fh}$  рассчитывался в соответствии с выражением

$$\alpha^{fh}(h\nu) = \beta^{fh} \frac{k^3}{h\nu} [f^h(\vec{k}) - f^l(k)], \quad (1.38)$$

где в качестве функции распределения легких  $f^l$  и тяжелых  $f^h$  дырок использовались их симметричные части, полученные в гофрированной модели. Значение константы  $\beta^{fh}$  в выражении (1.38), рассчитанное для усредненных по направлениям параметров легкой и тяжелой подзон, равно  $1,57 \times 10^{-17}$  эВ·см<sup>2</sup>, (Экспериментально найденное значение  $\beta^{fh} = 1,24 \cdot 10^{-17}$  эВ·см<sup>2</sup> [66]).



Р и с. 26. Коэффициент поглощения на прямых оптических  $\Gamma$ - $h$  -переходах в соответствии с прямой методикой расчета ( $\bullet\bullet$ ), в пренебрежении анизотропией матричного элемента перехода ( $\circ\circ$ ) и с использованием симметричных частей функции распределения дырок в подзонах ( $\ast\ast$ ).  
 $E = 3$  кВ/см;  $\hbar = 20$  кгс; а -  $\vec{E} \parallel [112]$ ,  
 $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$ ; б -  $\vec{E} \parallel [110]$ ,  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$

Из представленного на рис.26 сопоставления результатов расчета  $\alpha^{th}(h\nu)$ , выполненных в рамках трех вышеизложенных приближений, следует, что в пределах 10% результаты совпадают. Это означает, во-первых, что изменения  $\alpha^{th}(h\nu)$  при сменах ориентации полей не будут связаны с анизотропией силы осциллятора, так как угловая зависимость  $\alpha^{th}(\vec{k})$  практически полностью затирается "размазанностью" в импульсном пространстве функции распределения дырок в подзонах. Во-вторых, расчет  $\alpha^{th}(h\nu)$  в случае неполяризованного света может проводиться в соответствии с выражением (1.38), т.е. с использованием симметричных частей

функции распределения дырок в подзонах, полученных в рамках гофрированных моделей; при этом погрешность, вносимая такой методикой, не превышает 10%.

Коэффициент поглощения свободными дырками. Поглощение излучения свободными дырками, вызванное их рассеянием на нерегулярностях решетки, будем рассматривать в рамках изотропной модели валентной зоны  $\Gamma_6$ . Как показано в предыдущем разделе, такой подход вполне оправдан, поскольку анизотропия матричных элементов оптических переходов практически полностью загирается размазанностью функции распределения дырок в импульсном пространстве. Полагая, что  $\nu^2 \gg (\Gamma^{hh}/2\pi)^2$  и  $\nu^2 \gg (\Gamma^{lh}/2\pi)^2$  (для горячих дырок  $\Gamma_6$  при  $T < 80$  К последнее справедливо при  $\lambda < 1,0,5$  мкм), из (1.33) получим следующее выражение для коэффициента поглощения:

$$\alpha_s = \frac{4\pi e^2 N}{c \sqrt{\epsilon_0} (2\pi\nu)^2} \sum_{\alpha=l,h} \frac{\langle \nu^\alpha \rangle}{m^\alpha}, \quad (1.39)$$

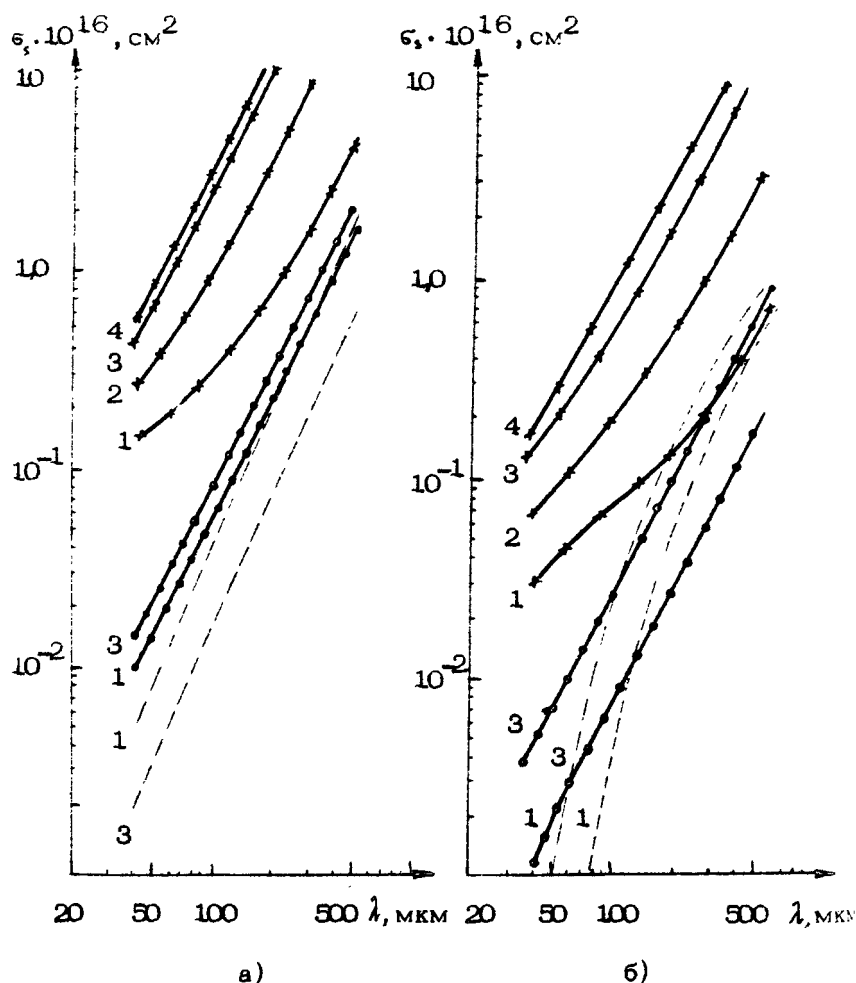
где  $\langle \nu^\alpha \rangle = N^{-1} \int \Gamma^{\alpha\alpha}(\vec{k}) f(\vec{k}) d\vec{k} / 4\pi^3$ . Если предположить, что  $\Gamma^{lh}(\vec{k})$  и  $\Gamma^{hh}(\vec{k})$  соответствуют интенсивности рассеяния дырки с волновым вектором  $\vec{k}$  в легкой и тяжелой подзонах, то выражение (1.39) совпадает с классической формулой Друде для  $\alpha_s$  [67]. Расчеты  $\alpha_s$  в соответствии с моделью Друде можно было бы считать удовлетворительными, если бы энергия подавляющего большинства дырок в подзонах  $\mathcal{E}^{lh}(\vec{k}) \gg \hbar\omega$  и  $\mathcal{E}^{hh} \gg \hbar\omega_0$ . Однако, как следует из расчетов функции распределения [47] при выполнении условий максимальной инверсии  $l-h$ -перехода, дырки в основном сосредоточены в пассивных областях импульсного пространства, где  $\mathcal{E}^l(\vec{k}) \approx \hbar\omega < \hbar\omega_0$ . В этом случае вычисления  $\alpha_s$  следует проводить полностью квантово-механически, учитывая конкретные особенности механизмов рассеяния, приводящих к изменению состояний дырок в подзонах. Методика таких расчетов рассмотрена в прил. 1 (с. 79–81) (см. также [68]).

Остановимся здесь на результатах расчетов и их обсуждении. Коэффициент поглощения  $\alpha_s = \sum_{\nu} \alpha_s^{\nu}$  и его парциальные составляющие  $\alpha_s^i$  ( $i=l, h$ ;  $\nu = DO, DA, I$  — индекс, отражающий рассеяние на длинноволновых оптических и акустических фононах и кулоновских центрах) описывают поглощение, вы-

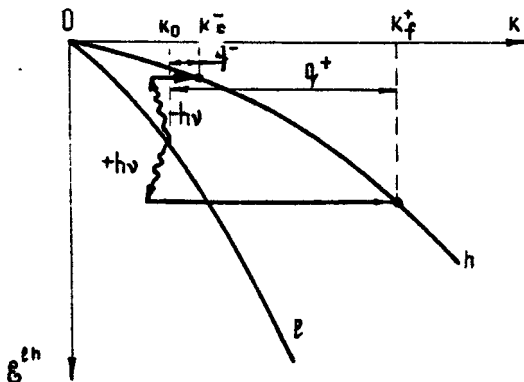
званное рассеянием на конкретном механизме, и их можно представить в виде произведения сечений поглощения  $\epsilon_{\lambda}^{\pm}$  на полную концентрацию дырок  $N$ , т.е.  $\epsilon_{\lambda}^{\pm} = \epsilon_{\lambda}^{\pm} N$ . Такое представление удобно тем, что  $\epsilon_{\lambda}^{\pm}$  прямо не зависит от  $N$ , а определяется в основном структурой функции распределения в подзонах.

Вклад различных механизмов рассеяния в тяжелой и легкой подзонах в коэффициент поглощения неполяризованного света горячими дырками иллюстрирует рис.27, где приведены зависимости  $\epsilon_{\lambda}^{\pm}$  от длины волны света  $\lambda$  при различных значениях  $E$ . Значения  $\epsilon_{\lambda}^{\pm}$  в каждой подзоне есть сумма поглощений при внутризонных и межзонных перебросах дырок. В легкой подзоне поглощение практически полностью определяется рассеянием дырок с перебросом в тяжелую подзону. В тяжелой подзоне за исключением примесного рассеяния основной вклад в поглощение дают внутризонные перебросы. Особенностью поглощения в легкой подзоне при рассеянии на ионах примеси является то, что оно становится отрицательным при  $\lambda > 50$  мкм, т.е.  $\epsilon_{\lambda}^{\pm} < 0$ . На рис.27  $\epsilon_{\lambda}^{\pm}$  приведено с обратным знаком пунктирными кривыми. Отрицательность  $\epsilon_{\lambda}^{\pm}$  обусловлена сильной зависимостью интенсивности поглощения и испускания фотонов от величины изменения волнового вектора дырки  $\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k}_f$  при рассеянии на ионах примеси. Интенсивность этих процессов падает с увеличением  $|\vec{q}|$  как  $|\vec{q}|^{-2}$ . Преобладание процессов испускания над поглощением может произойти при неравновесной функции распределения легких дырок и объясняется тем, что изменение импульса дырки, переходящей в тяжелую зону с испусканием фотона, значительно меньше, чем переходящей с поглощением фотона (рис.28). Это может приводить к частичной компенсации поглощения на других механизмах рассеяния, например при  $E > 2$  кВ/см (см. рис.27).

Расчеты показали (см. рис.27), что подавляющий вклад в поглощение дает взаимодействие тяжелых дырок с оптическими фононами ( $\epsilon_{\lambda}^{hh}$ ), причем доминирующую роль играет взаимодействие, сопровождающееся эмиссией фонона [60, 69]. Сильный рост  $\epsilon_{\lambda}^{hh}$  при увеличении  $E$  обусловлен увеличением (за счет разогрева) числа дырок в активной по отношению к этому процессу области импульсного пространства, где  $\epsilon^{hh}(\vec{k}) > \hbar\omega_0 - \hbar\nu$ . Здесь существенным моментом является то, что минимальная энергия, начиная с которой



Р и с. 27. Сечения поглощения ИК-излучения горячими дырками в тяжелой (а) и легкой (б) подзонах при взаимодействии с акустическими (••) и оптическими (\*\*) фононами и ионами примеси (пунктир). В легкой подзоне сечение поглощения при рассеянии на примеси отрицательно и представлено с обратным знаком.  $N_1 = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $N = 2,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 17 \text{ К}$ ,  $V = 22 \text{ кГц}$ ;  $E$  (кВ/см): 1 - 1,05; 2 - 2,1; 3 - 3,15; 4 - 4,2

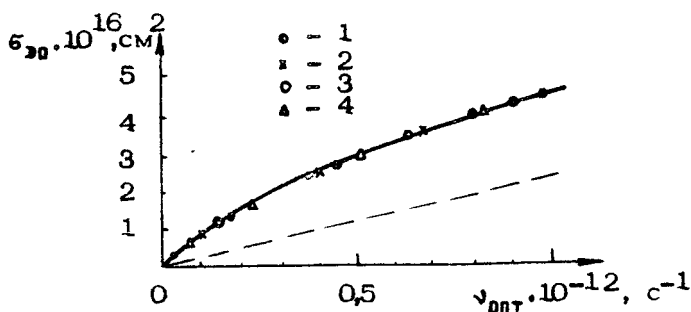


Р и с. 28. Изменение волнового вектора дырки  $q^{\pm}$  в процессе поглощения ( $+h\nu$ ) и испускания ( $-h\nu$ ) фотона при межзонном рассеянии дырки на ионах примеси из легкой подзоны в тяжелую

дырки могут участвовать в поглощении  $\mathcal{E} = \hbar\omega_0 - h\nu$ , меньше энергии, при которой возможна интенсивная эмиссия оптических фононов  $\mathcal{E} \geq \hbar\omega_0$ , а минимальная энергия дырок, которые могут испускать кванты света  $\mathcal{E} = \hbar\omega + h\nu$ , больше, чем  $\mathcal{E} = \hbar\omega_0$ . Сдвиг границ активных областей процессов поглощения и испускания света на  $h\nu$  (при  $\lambda = 100$  мкм  $h\nu \approx \hbar\omega_0/3$ ) приводит к тому, что в поглощении будут участвовать и те дырки, энергия которых недостаточна для непосредственного взаимодействия с оптическими фононами, а при испускании света примут участие не все дырки, прямо взаимодействующие с фононами. Уменьшение вклада в  $\epsilon_{20}$  процессов испускания света и увеличение поглощения весьма характерно для легкой подзоны, где вероятность найти дырки при  $\mathcal{E}^h > \hbar\omega$  резко уменьшается из-за их выброса в тяжелую подзону сильным рассеянием с эмиссией фононов.

Отметим, что в условиях разогрева поглощение ИК-излучения в тяжелой подзоне при рассеянии на оптических фононах становится нечувствительным к температуре решетки  $T$ , когда  $T < \hbar\omega_0/k$  и концентрации ионизированной примеси  $10^{14} < N_I < 10^{16}$  см $^{-3}$ , так как структура функции распределения тяжелых дырок в основном определяется динамикой движения дырок в  $\mathcal{E}^{16}$  полях. Это подтверждают представ-

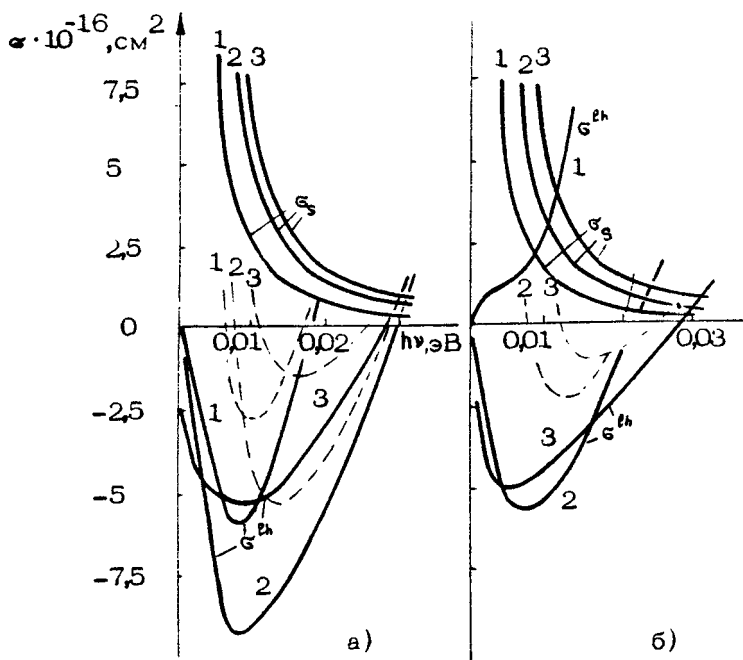




Р и с. 29. Зависимость сечения поглощения  $\sigma_{20}$  для  $\lambda = 100$  мкм при взаимодействии тяжелых дырок с оптическими фононами от средней частоты эмиссий оптических фононов  $\nu_{\text{опт}}$ .  $T$  (К): 1 - 17, 2 - 17, 3 - 80, 4 - 80;  $V$  (кГц): 1 - 22, 2 - 11, 3 - 22, 4 - 11. Пунктир -  $\sigma_{20}$ , рассчитанное в соответствии с классической формулой Друде

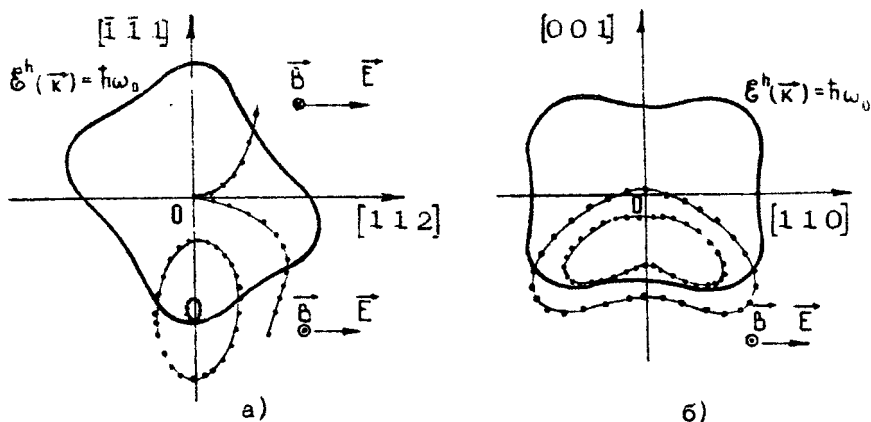
ленные на рис.29 значения  $\sigma_{20}$  в тяжелой подзоне при  $\lambda = 100$  мкм в зависимости от средней частоты эмиссии оптического фонона тяжелыми дырками, полученные при различных значениях  $T$ ,  $E$  и  $V$ .

Зависимость усиления от ориентации внешних полей к кристаллографическим направлениям. Рассмотрим влияние гофрированности валентной зоны  $\epsilon_v$  на условия усиления. Зависимость усиления от ориентации внешних полей связана лишь с изменениями разогрева дырок в  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях, поскольку анизотропию матричных элементов оптических переходов практически полностью затирает размазанность функции распределения дырок в импульсном пространстве. На рис.30 приведены рассчитанные для неполяризованного света частотные зависимости сечений поглощения в случае двух ориентаций полей:  $Q_1$  -  $\vec{E} \parallel [112]$ ,  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$  и  $Q_2$  -  $\vec{E} \parallel [110]$ ,  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$ . Отрицательные значения соответствуют усилению. Как видно из рис.30, абсолютная величина усиления в максимуме может изменяться в пределах двух раз при сменах ориентации полей. Расчеты, проведенные для других ориентаций, показали, что при прочих равных условиях опти-



Р и с. 30. Зависимости сечений поглощения  $\alpha$  неполяризованного света от энергии кванта света  $h\nu$  при разных ориентациях приложенных полей: а -  $\vec{E} \parallel [112]$ ,  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$ ; б -  $\vec{E} \parallel [110]$ ,  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$ . Сплошные кривые соответствуют  $\epsilon_s$  и  $\epsilon^{lh}$ , пунктир -  $\epsilon = \epsilon^{lh} + \epsilon_s$ ;  $B = 22$  кГс;  $E$  (кВ/см): 1 - 2,1; 2 - 3,15; 3 - 4,2

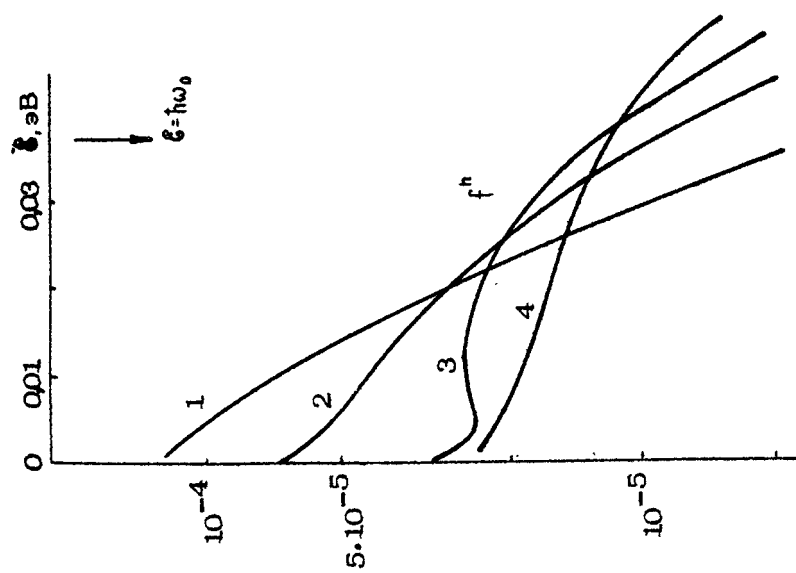
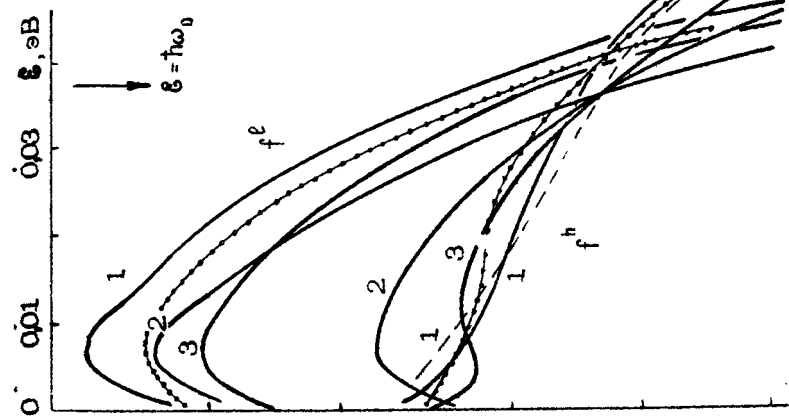
малыми для усиления являются ориентации, когда вектор холловского дрейфа дырок  $[\vec{E} \times \vec{B}]$  близок к направлениям  $[111]$ , т.е. типа  $0_1$ . Зависимость  $\epsilon^{lh}$  и  $\epsilon_s$  от ориентации полей в основном обусловлена сменой топологии траекторий тяжелых дырок в импульсном пространстве (рис.31), что ведет к существенному изменению характера разогрева в тяжелой подзоне и степени заселенности легкой подзоны. Структура распределения легких дырок в импульсном пространстве при этом меняться практически не будет, так как гофрированность легкой подзоны выражена слабо. На рис.32 представлены энергетические зависимости функции распределения дырок при изменении величины и ориентации



Р и с. 31. Траектории тяжелых дырок в импульсном пространстве в плоскости, перпендикулярной направлению  $\vec{B}$  и проходящей через  $\vec{k} = 0$ , при ориентациях полей  $O_1, O'_1$  (а) и  $O_2$  (б).  $E = 3,15$  кВ/см;  $B = 22$  кГс. Точки соответствуют шагу по времени  $\Delta t = 0,4 \cdot 10^{-12}$  с

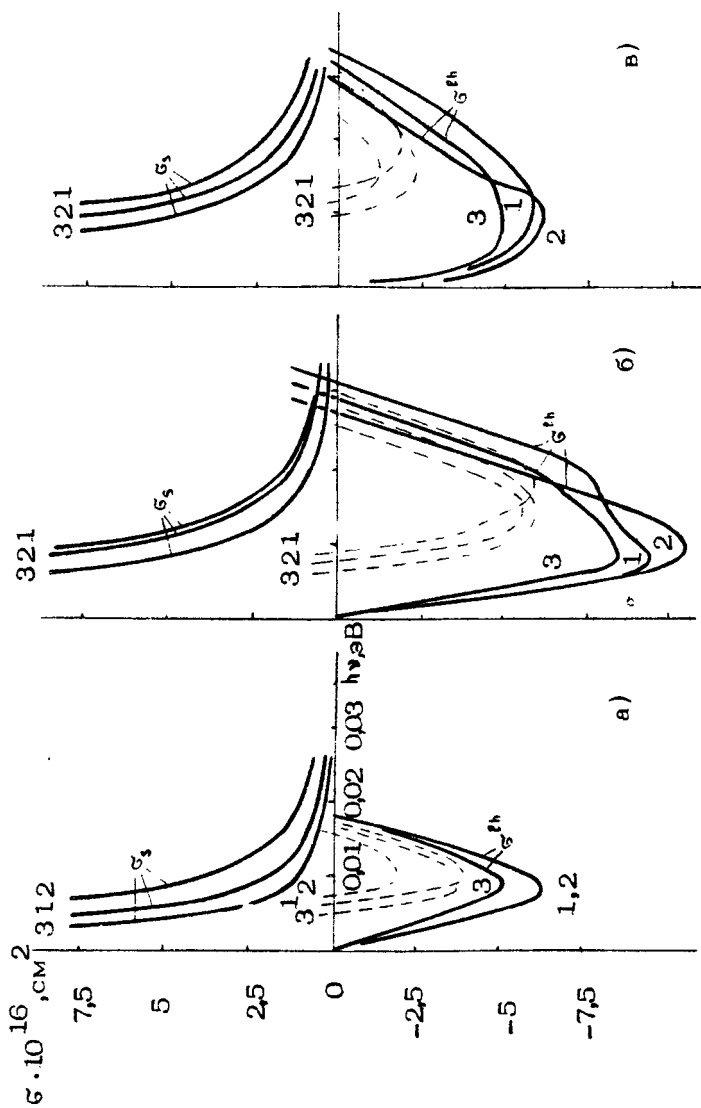
полей. Для оптимальных ориентаций типа  $O_1$  характерно существенное проникновение тяжелых дырок в активную область ( $\mathcal{E} > \hbar\omega_0$ ), а следовательно и повышенная интенсивность заброса дырок в легкую подзону. В результате увеличивается как инверсия  $\nu$ - $h$ -перехода, так и поглощение излучения, вызванное взаимодействием дырок с оптическим фононом. Однако рост по абсолютной величине  $\mathcal{E}^{ph}$  превалирует над увеличением  $\mathcal{E}_3$  и в сумме условия усиления улучшаются.

Р и с. 32. Зависимости от энергии  $\epsilon$  симметричных частей функции распределения тяжелых и легких дырок: а -  $\vec{E} \parallel [1\bar{1}0], \vec{B} \parallel [\bar{1}\bar{1}1]$  ( $O_3$ );  $E$  (кВ/см): 1 - 1,05, 2 - 2,1, 3 - 3,15, 4 - 4,2; б -  $E = 3,15$  кВ/см. Ориентации полей: 1 -  $O_1$ , 2 -  $O_2$ , 3 -  $O_3$ , пунктир -  $O'_1$  ( $\vec{E} \parallel [112], \vec{B} \parallel [110]$ ). Точки - функции распределения в изотропной модели валентной зоны



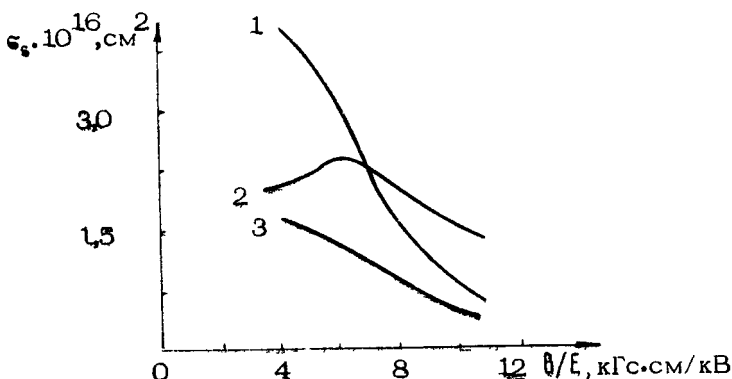
б)

а)



Р и с. 33. Зависимости сечений поглощения поляризованного света свободными дырками от энергии кванта света  $h\nu$  для ориентации полей  $\vec{E}_1$ . Поляризация света: 1 -  $\vec{e}, \parallel \vec{E}$ , 2 -  $\vec{e}, \parallel \vec{E} \times \vec{b}$ , 3 -  $\vec{e}, \parallel \vec{b}$ .  $E$  (кВ/см): а - 2,1, б - 3,15, в - 4,2. Пунктир -  $\sigma_{th} + \sigma_s$

Поляризационная зависимость усиления. Если усиление неполяризованного излучения определяется в основном энергетической зависимостью симметричных частей функций распределения, то в случае поляризованного излучения существенную роль играет вид распределения дырок в импульсном пространстве, в первую очередь смещения относительно дна подзон. Это связано с тем, что вероятности вынужденных  $\ell$ - $h$  -переходов и внутризонного поглощения зависят от угла  $\psi$  между волновым вектором  $\vec{k}$  и вектором поляризации излучения  $\vec{e}_\nu$  (в первом случае – как  $\sin^2\psi$  [44], во втором – как  $\cos^2\psi$  (см. прил. 1)). В качестве примера на рис.33 и 34 приведены частотные и полевые зависимости  $\epsilon^{\ell h}$  и  $\epsilon_s$  для трех различных поляризаций излучения.



Р и с. 34. Полевая зависимость сечений внутризонного поглощения ИК-излучения ( $h\nu = 0,012$  эВ) для трех поляризаций: 1 -  $\vec{e}_\nu \parallel \vec{E}$ , 2 -  $\vec{e}_\nu \parallel \vec{E} \times \vec{B}$ , 3 -  $\vec{e}_\nu \parallel \vec{B}$ .  $\vec{E} \parallel [1\bar{1}0]$ ,  $\vec{B} \parallel [\bar{1}\bar{1}1]$

Тяжелые дырки, участвующие в  $\ell$ - $h$  -переходе, находятся около дна подзоны, где их распределение практически изотропно. Поэтому поляризационная анизотропия  $\epsilon^{\ell h}(h\nu)$  (обычно порядка 20%) отражает неравномерность распределения легких дырок на резонансных поверхностях  $\Phi(\vec{k}) = 0$  (8), вызванную холловским смещением функции распределения легких дырок [47,70] и резким падением вероятности их нахождения при энергиях  $\xi < 0,01$  эВ [70,71]. В противоположность  $\epsilon^{\ell h}$  зависимость  $\epsilon_s$  от поляризации излучения отражает наличие "крупномасштабной" анизотропии распределения тяжелых дырок в импульсном простран-

стве. В этом нетрудно убедиться, воспользовавшись выражением для угловой зависимости вероятности поглощения дыркой в состоянии с волновым вектором  $\vec{k}_0$  кванта света  $\hbar\omega$  при взаимодействии с фононами, которое пропорционально

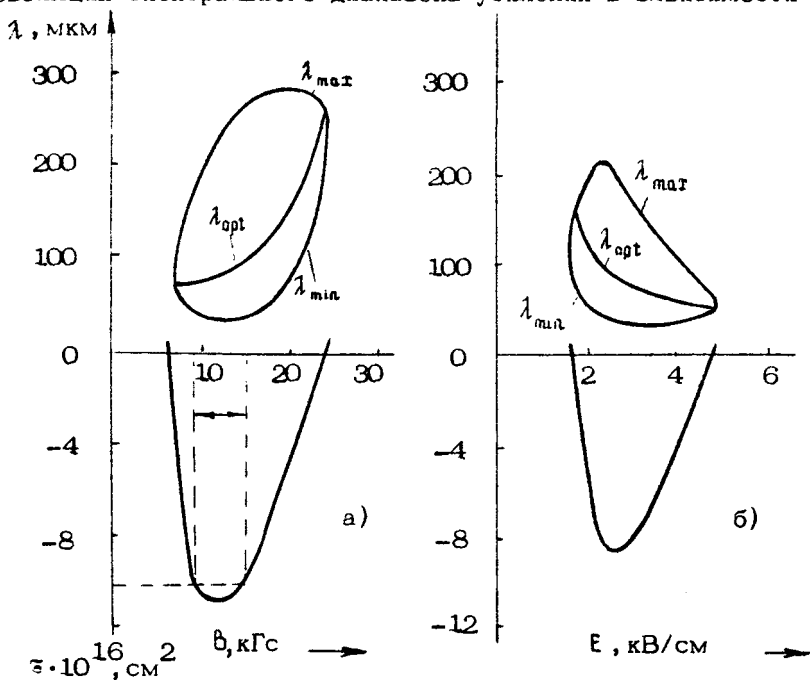
$$k_0^2 \cos^2 \psi + \frac{1}{5} \left[ \frac{3}{4} + \cos^2 \psi \right] k_f^2 \quad (\text{см. прил. 1, формула (П 1.4)}).$$

Поскольку при эмиссии фонона  $k_0 > k_f = \sqrt{2 m^h [\mathcal{E}^h(\vec{k}_0) - \hbar\omega_0 \pm \hbar\omega] / \hbar^2}$ , то можно считать, что поглощение пропорционально среднему значению квадрата компоненты волнового вектора начального состояния в направлении поляризации света, т.е.  $\epsilon_s \sim \langle (\vec{k}_0 \vec{e}_s)^2 \rangle$ . Отсюда следует, что  $\epsilon_s$  будет максимальным для поляризаций, у которых направление  $\vec{e}_s$  совпадает с направлением смещения функции распределения тяжелых дырок в импульсном пространстве, и минимально, когда  $\vec{e}_s$  перпендикулярно последнему. В случае, рассмотренном на рис. 33 при  $E = 2,1$  кВ/см, функция распределения тяжелых дырок смещена в направлении холловского дрейфа  $\vec{E} \times \vec{B}$ , откуда имеем максимальное поглощение для поляризации  $\vec{e}_s \parallel [\vec{E} \times \vec{B}]$ . При увеличении электрического поля функция распределения начинает вытягиваться вдоль направления  $\vec{E}$ , что и отражает преимущественный рост поглощения поляризации  $\vec{e}_s \parallel \vec{E}$ . Для поляризации  $\vec{e}_s \parallel \vec{B}$  во всем диапазоне изменения  $E$  и  $B$ -полей поглощение обычно имеет минимальное значение, так как величина  $\langle (\vec{k}_0 \vec{e}_s)^2 \rangle$  определяется в основном глубиной проникновения тяжелых дырок в активную область  $\mathcal{E}^h > \hbar\omega_0$ .

Оптимальные условия усиления. Анализ факторов, определяющих коэффициент усиления  $\alpha(\hbar\omega)$ , показал, что при изменении таких параметров, как величина внешних  $E$ - и  $B$ -полей, концентрация дырок  $N$ , всегда существуют, по крайней мере, две основные тенденции, дающие противоположные вклады в  $\alpha$ . Так, увеличение относительного сдвига функции распределения дырок в подзонах [47], способствующее росту инверсии  $\ell$ - $\hbar$ -перехода, в то же самое время ведет и к увеличению поглощения, вызванного рассеянием дырок на фононах. При увеличении концентрации дырок  $N = N_A - N_D$  с одной стороны, должен расти коэффициент усиления, так как  $\alpha = (\epsilon^{ph} + \epsilon_s) N$ , а с другой стороны, из-за увеличения интенсивности рассеяния дырок на ионах примеси ( $\sim N_I = N_A + N_D$ ) будет падать инверсия  $\ell$ - $\hbar$ -перехода,

т.е.  $\epsilon^{th} \rightarrow 0$ . Наличие такой конкуренции предопределяет существование неких оптимальных значений параметров, при которых коэффициент усиления достигает максимальных значений.

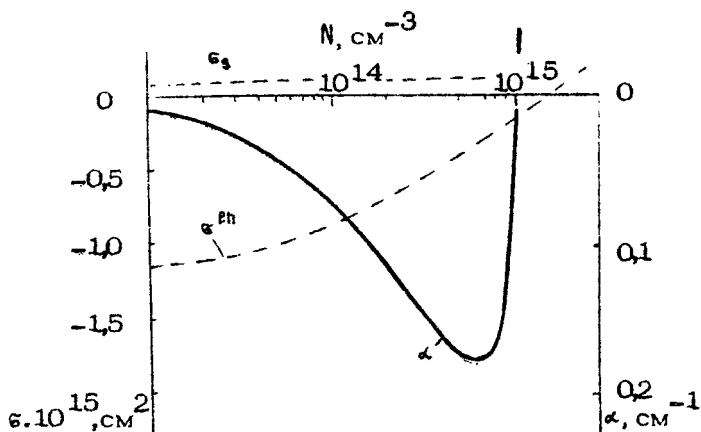
Рассмотрим эти условия. На рис.35 и 36 изображена эволюция спектрального диапазона усиления в зависимости



Р и с. 35. Зависимости спектрального диапазона усиления (вверху) и максимальных значений сечения усиления  $\epsilon$  при  $\lambda = \lambda_{\text{opt}}$  (внизу) от величины внешних полей: а (условия эксперимента [32]) -  $T = 10 \text{ К}$ ,  $N = 0,7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_p/N_A = 0,3$ ,  $E = 2 \text{ кВ/см}$ ,  $\vec{E} \parallel [1 \bar{1} 0]$ ,  $\vec{B} \parallel [\bar{1} \bar{1} 1]$ , вертикальные штриховые линии - экспериментально наблюдавшаяся область генерации; б (условия эксперимента [72]) -  $T_0 = 20 \text{ К}$ ,  $N = 2,5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_p/N_A = 0,3$ ,  $B = 22 \text{ кГс}$ ,  $\vec{E} \parallel [1 1 2]$ ,  $\vec{B} \parallel [1 \bar{1} 0]$ ,  $\vec{e}_z \perp \vec{B}$

от величины  $E$  - и  $B$ -полей и зависимость  $\epsilon$  от  $N$  соответственно. В верхней части рис.35 представлено изменение спектральной полосы усиления при изменении величины





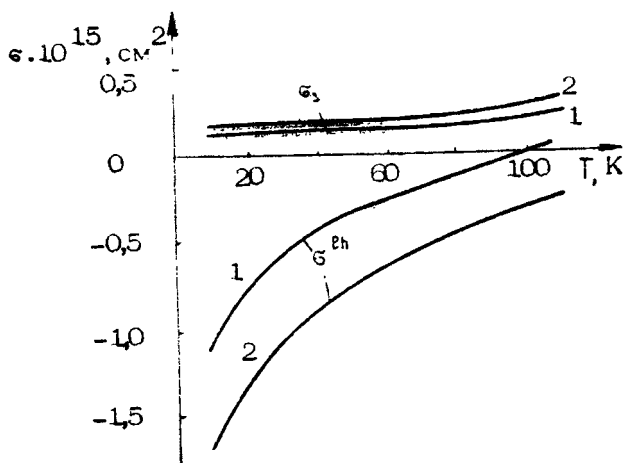
Р и с. 36. Зависимости сечений поглощения ИК-излучения на  $\ell$ - $h$ -переходе  $\epsilon^{ph}$ , свободными дырками  $\epsilon_s$  и коэффициента усиления  $\alpha$  при  $\hbar\omega = 0,012$  эВ от полной концентрации дырок  $N$  в кристаллах  $p$ -Ge со степенью компенсации  $N_D/N_A = 0,3$ .  $T = 17$  К,  $B = 22$  кГс,  $E = 2,25$  кВ/см,  $\vec{E} \parallel [112]$ ,  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$

внешнего поля, где  $\lambda_{min}$  и  $\lambda_{max}$  соответствуют коротковолновой и длинноволновой границам усиления,  $\lambda_{opt}$  - длина волны, при которой  $\alpha = \epsilon N$  принимает максимальное значение  $\alpha_{max} = \epsilon_{max}$ .

Как следует из рис.35 и 36, а также из расчетов, проведенных при других значениях температур решетки  $T$ , ориентаций полей и поляризаций излучения, оптимум  $\alpha$  по  $E/B$  и  $N$  имеет устойчивый характер. Усиление возможно в интервале значений  $E$ - и  $B$ -полей, ограниченных неравенствами

$$(0,4 \pm 0,45) < \frac{E_c}{3\bar{v}_0^h} < (1 \pm 1,4), \quad (1.40)$$

где  $\bar{v}_0^h$  - усредненное по направлениям значение скорости тяжелых дырок при  $\mathcal{E} = \hbar\omega_0$ . Максимальные значения  $\alpha$  обычно достигаются при  $E_c/B\bar{v}_0^h = 0,5 \pm 0,8$  в коротковолновой области длин волн  $\lambda = 70 \pm 100$  мкм. При увеличении отношения  $E/B$  максимум усиления всегда смещается по спектральной полосе в коротковолновую область, что вызва-



Р и с. 37. Зависимости сечений поглощения на  $\ell$ -h -переходе  $\epsilon^{\ell h}$  и свободными дырками  $\epsilon_s$  при  $h\nu = 0,012$  эВ от температуры решетки  $T$  в кристаллах  $\rho$ -Ge с  $N = 2,5 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$ .  $N_D/N_A = 0,3$ ,  $\vec{E} \parallel [112]$ ,  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}0]$ . 1 -  $E = 2,25$  кВ/см,  $B = 22$  кГс; 2 -  $E = 4,5$  кВ/см,  $B = 40$  кГс

но преимущественным ростом поглощения свободными дырками в длинноволновой области. Изменение направления холловского дрейфа тяжелых дырок от осей типа  $[111]$  к  $[100]$  при сменах ориентации внешних полей сопровождается увеличением значения  $E/B$ , при котором достигается максимум усиления. Оптимум  $\alpha$  по концентрации дырок  $N$ , так же как и по  $E/B$ , достаточно стабилен и достигается при значениях  $N = 2 \div 8 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$ . Величина  $\alpha$  в максимуме при  $B \leq 20-30$  кГс не превышает  $0,2$  см $^{-1}$ .

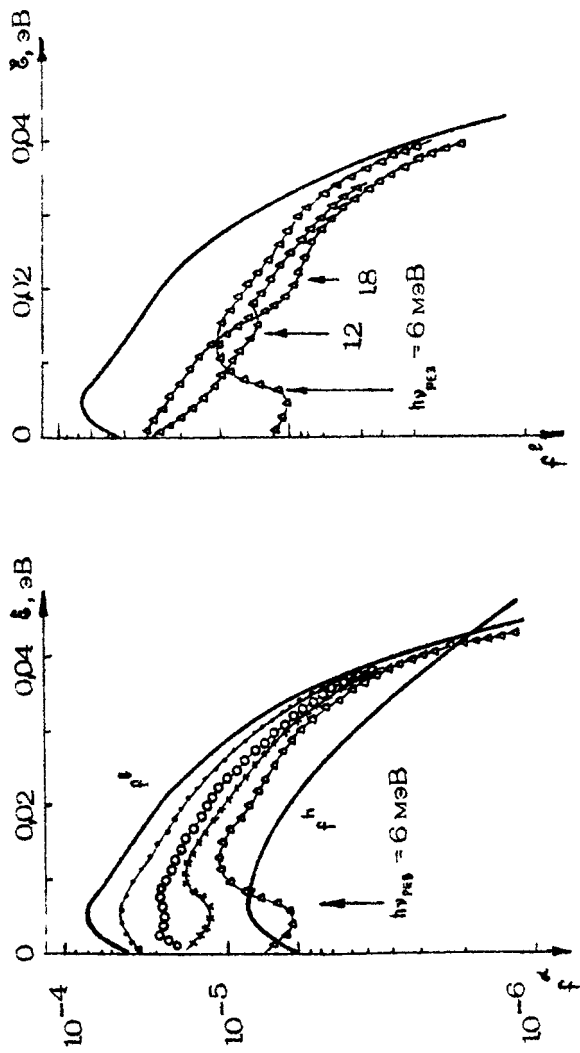
В противоположность рассмотренным параметрам увеличение температуры решетки  $T$ , степени компенсации материала  $K = N_D/N_A$  всегда ухудшают инверсию  $\ell$ -h -перехода, а следовательно и уменьшают  $\alpha$ . На рис.37 приведены температурные зависимости  $\epsilon^{\ell h}$  и  $\epsilon_s$  для различных значений  $B$ , откуда следует, что усиления можно ожидать включительно по азотные температуры решетки.

### 1.3.2. Нелинейный режим взаимодействия дырок и резонансного излучения

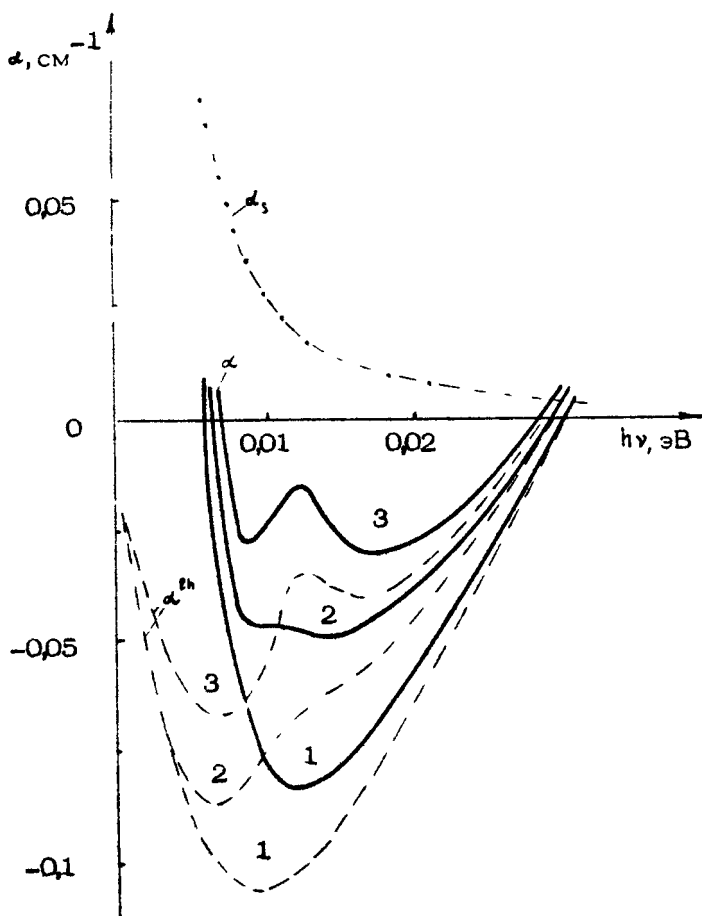
Чтобы рассмотреть установившийся режим генерации, ожидаемые значения выходной мощности и КПД лазера на  $\nu$ - $h$ -переходе, необходимо учесть обратное воздействие генерируемого дырками излучения на их распределение в импульсном пространстве. В рамках используемого подхода это можно осуществить путем учета в Монте-Карло-процедуре вынужденных оптических  $\nu$ - $h$ -переходов как дополнительного механизма рассеяния, сохраняющего импульс дырки при межподзонном перебросе. Эта методика (см. прил. 2 или [32]) позволит рассмотреть, во-первых, воздействие сильного монохроматического излучения на функцию распределения дырок, а следовательно и установить механизмы насыщения усиления, во-вторых, рассчитать энергетические характеристики лазера на  $\nu$ - $h$ -переходе и получить их зависимость от параметров внешней резонансной системы.

С практической точки зрения является целесообразным построение простых аналитических моделей, позволяющих оценивать выходные характеристики лазера исходя из линейных характеристик активной среды. С этой целью рассмотрена простая феноменологическая модель лазера на  $\nu$ - $h$ -переходе, выводы которой сопоставляются с результатами расчетов методом Монте-Карло.

Насыщение усиления. Изменения  $f^l(\xi)$  и  $f^h(\xi)$  и частотной полосы усиления слабого сигнала под действием сильного монохроматического неполяризованного излучения с энергией фотона  $h\nu_{рез}$ , соответствующей прямому оптическому переходу между подзонами валентной зоны, представлены на рис.38 и 39 соответственно. Видно, что с увеличением плотности резонансных фотонов  $N_{\phi}$  деформация  $f^l(\xi)$  и частотной зависимости  $\alpha(h\nu)$  носит двоякий характер. Во-первых, имеет место достаточно равномерное проседание  $f^l(\xi)$ , вызванное уменьшением общей концентрации дырок в легкой подзоне. Это ведет к однородному во всей спектральной полосе инверсии уменьшению значений  $\alpha(h\nu)$  с ростом  $N_{\phi}$ . Во-вторых, при  $N_{\phi} > 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  появляются провалы как на энергетической зависимости функции распределения легких дырок, так и на  $\alpha(h\nu)$



Р и с. 38. Изменения функций распределения дырок в подзонах под действием непolarизованного излучения при изменении плотности фотонов  $N_{\Phi}$  в объеме кристалла (слева) и энергии фотона  $h\nu_{\text{PEZ}}$  (справа). Сплошные кривые —  $2,40 \cdot 10^{11}$ , функции распределения в отсутствие излучения.  $N_{\Phi}$  ( $\text{см}^{-3}$ )  $\bullet\bullet$  —  $2,40 \cdot 10^{11}$ ,  $\circ$  —  $4,8 \cdot 10^{14}$ ,  $\Delta$  —  $1,45 \cdot 10^{15}$ ,  $\Delta$  —  $4,85 \cdot 10^{15}$ ;  $E$  —  $2,0$  мэВ/см,  $B$  —  $13$  кгГс;  $\bar{E}$  [110],  $\bar{B}$  [111],  $N = 7 \cdot 10^{13}$   $\text{см}^{-3}$ ,  $N_I = 1,3 \cdot 10^{14}$   $\text{см}^{-3}$ ,  $T = 10$  К

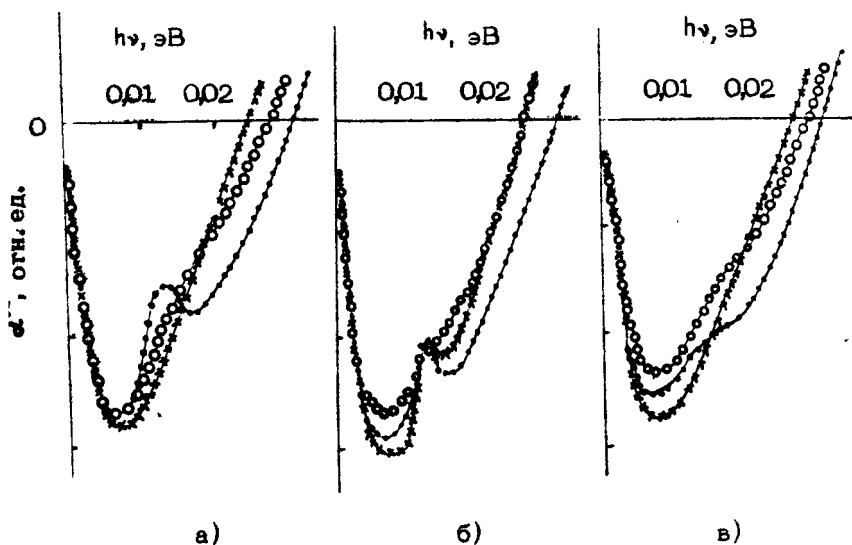


Р и с. 39. Изменение частотных зависимостей слабосигнальных коэффициентов поглощения на  $\nu$ - $h$ -переходе, на свободных дырках  $\alpha_s$  и суммарного  $\alpha = \alpha^{lh} + \alpha_s$  под действием сильного монохроматического излучения с  $h\nu_{рез} = 0,012$  эВ при  $N_p(\text{см}^{-3})$ : 1 - 0; 2 -  $2,4 \cdot 10^{14}$ ; 3 -  $4,8 \cdot 10^{14}$

в области частот, близких к частоте резонансного излучения, - так называемый эффект выжигания. Неоднородность деформации  $f^l(\xi)$  и  $\alpha(h\nu)$  наиболее сильна, когда энергия легких дырок, участвующих в вынужденном  $\nu$ - $h$ -пере-

ходе, мала. Воздействие резонансного излучения на  $f^h(\xi)$ , а следовательно и на  $\alpha_s(h\nu)$ ; практически отсутствует. Это связано с тем, что обратное время формирования  $f^h(\xi)$ , определяемое в основном частотой рассеяния дырок на оптических фонах, на 2-3 порядка превосходит частоту вынуждаемых резонансным излучением  $\nu-h$ -переходов.

Расчеты  $\alpha(h\nu)$  для случая воздействия на дырки поляризованного излучения показали, что имеется сильная зависимость степени выжигания от ориентации вектора поляризации резонансного излучения  $\vec{e}_s$  к направлениям приложенных  $\vec{E}$ - и  $\vec{B}$ -полей. При  $\vec{e}_s \parallel \vec{B}$  эффект выжигания минимален (рис.40).



Р и с. 40. Частотные зависимости слабосигнального коэффициента поглощения на  $\nu-h$ -переходе  $\alpha^{th}$  в присутствии сильного монохроматического излучения с  $N_{\Phi} = 4,8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и  $h\nu_{PE3} = 0,012 \text{ эВ}$ . Поляризация сильного сигнала:  $\vec{e}_s \parallel \vec{E}$  (а),  $\vec{e}_s \parallel [\vec{E} \times \vec{B}]$  (б),  $\vec{e}_s \parallel \vec{B}$  (в). Поляризация слабого сигнала:  $\vec{e}_s \parallel \vec{E}$  (••),  $\vec{e}_s \parallel [\vec{E} \times \vec{B}]$  (oo),  $\vec{e}_s \parallel \vec{B}$  (x x)

Все вышерассмотренные особенности воздействия резонансного излучения на горячие дырки связаны с заселенностью и взаимным расположением в импульсном пространстве траекторий легких дырок в  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях и поверхности резонансного взаимодействия (1.35). Качественно эти особенности удобно рассмотреть, воспользовавшись сферически симметричной аппроксимацией закона дисперсии дырок в подзонах  $\mathcal{E}^{\alpha}(\vec{k}) = \hbar^2 k^2 / 2m^{\alpha}$ . В рамках такой модели траектории дырок в импульсном пространстве представляют собой окружности радиуса  $\rho$ , расположенные в плоскостях, перпендикулярных магнитному полю ( $k_z = \text{const}$ ,  $B \parallel k_z$ ), а центры траекторий смещены относительно дна подзоны на величину  $\vec{k}_{\Delta\rho}^* = c m^{\alpha} [\vec{E} \times \vec{B}] / B^2 \hbar$ . Воспользовавшись законом сохранения энергии

$$\hbar\omega = \mathcal{E}^p(\vec{k}) - \mathcal{E}^h(\vec{k}) = \hbar^2 k^2 / 2\bar{m},$$

где  $(\bar{m})^{-1} = (m^p)^{-1} - (m^h)^{-1}$ , можно определить ширину частотной полосы  $\omega - \hbar$  - перехода

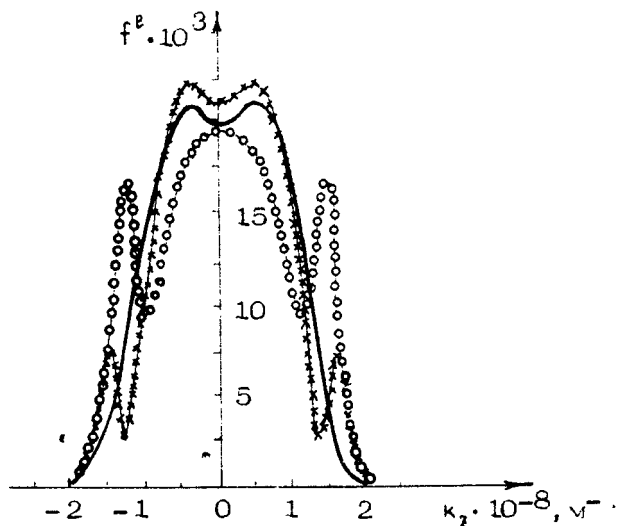
$$\Delta\omega = \hbar k_{\Delta\rho}^p \rho / 2\pi\bar{m}, \quad (1.41)$$

в которую дают вклад легкие дырки, двигающиеся по траектории с фиксированными значениями  $\rho$  и  $k_z$ , и значение частоты излучения

$$\omega = \hbar [k_z^2 + \rho^2 + (k_{\Delta\rho}^p)^2] / 4\pi\bar{m}, \quad (1.42)$$

соответствующей центру полосы.

Из (1.41) - (1.42) следует, что эффект выжигания, т.е. локальное уменьшение  $\alpha(\hbar\omega)$  при  $\hbar\omega = \hbar\omega_{\text{рез}}$  под действием излучения, связан с уходом легких дырок с траекторий, расположенных вблизи плоскостей  $k_z = \pm \sqrt{4\pi\bar{m}\omega_{\text{рез}} / \hbar - (k_{\Delta\rho}^p)^2}$ , для которых  $\rho \approx 0$ , а уход дырок, находящихся на траекториях с большими  $\rho$ , для которых  $k_z \approx 0$ , наоборот, ведет к однородному насыщению коэффициента усиления. Этот вывод элементарной модели подтверждают представленные на рис. 41 результаты расчета распределения по  $k_x$ -компоненте волнового вектора легких дырок  $f^p(k_z) = \int f^p(\vec{k}) dk_x dk_y$  без и при наличии излучения, полученные в рамках гофрированной модели валентной зоны германия.



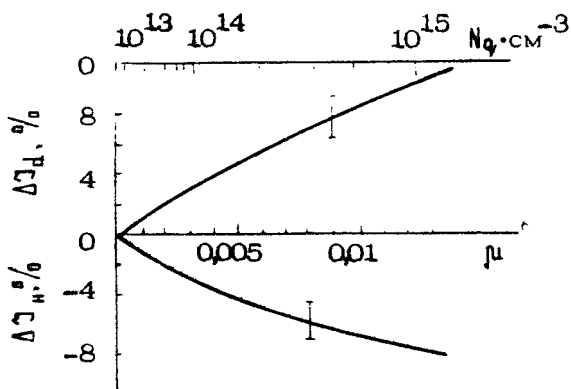
Р и с. 41. Нормированная на единицу функция распределения  $k_z$ -компоненты волнового вектора легких дырок в отсутствие (сплошная кривая) и при наличии неполяризованного резонансного излучения с энергией фотона  $h\nu_{PE3} = 0,012$  эВ (••) и  $0,018$  эВ (••).  $N_{\Phi} = 4,85 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ;  $\int_{-\infty}^{\infty} \bar{f}^l(k_z) dk_z = 1$

Зависимость степени выжигания от ориентации вектора поляризации резонансного излучения  $\vec{e}$ , по отношению к направлениям внешних  $\vec{E}$ - и  $\vec{B}$ -полей связана с угловой зависимостью квадрата матричного элемента  $l$ - $h$ -перехода ( $\sim \sin^2(\vec{e}, \hat{k})$ ) [44]. Для дырок, волновой вектор которых  $\vec{k} \perp \vec{E}$ , вероятность перехода максимальна, а при  $\vec{k} \parallel \vec{e}$  падает до нуля. Когда  $\vec{e} \parallel \vec{B}$ , в процессе взаимодействия с излучением преимущественно будут участвовать легкие дырки с  $k_z \approx 0$  ( $\sin^2(\vec{e}, \hat{k}) \approx 1$ ), вклад которых в  $\alpha(h\nu)$  максимально распределен по частотной полосе усиления, а исключаться из взаимодействия будут дырки, ответственные за выжигание, т.е. с  $k_z \approx 0$  ( $\sin^2(\vec{e}, \hat{k}) \approx$

$$\approx \frac{(k_{\Delta p}^p)^2}{k_z^2 + (k_{\Delta p}^p)^2} < 1).$$



Вызванное генерацией уменьшение концентрации дырок в легкой подзоне (до двух раз) и резкая перестройка их распределения должны отразиться в изменениях дрейфовых характеристик дырочной системы, например тока, протекающего через образец, холловского напряжения и т.д. Поскольку распределение дырок в тяжелой подзоне практически не возмущается, эти изменения незначительны, в пределах 5-10%, и по величине соответствуют увеличению концентрации тяжелых дырок за счет их ухода из легкой подзоны. Тем не менее данный эффект наблюдается экспериментально [38] и может служить, с одной стороны, косвенным свидетельством наличия генерации, а с другой стороны, позволяет провести оценки мощности излучения, выделяющейся на  $\nu$ - $h$  -переходе. Расчеты изменения диссипативной  $J_d$  и холловской  $J_H$  составляющих дрейфового тока дырок в зависимости от величины  $N_\varphi$  показали (рис. 42), что их можно одно-

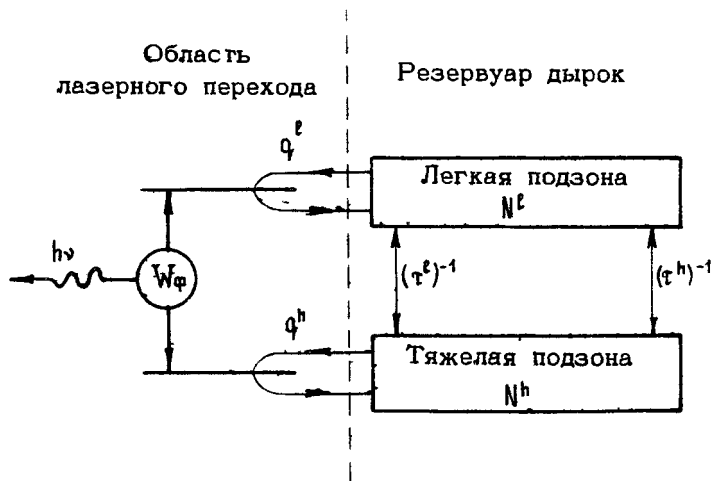


Р и с. 42. Зависимость относительных изменений диссипативной  $\Delta J_d/J_d$  и холловской  $\Delta J_H/J_H$  составляющих дрейфового тока от мощности излучения, генерируемой на  $\nu$ - $h$  -переходе. Верхняя шкала соответствует плотности фотонов  $N_\varphi$

значно связать с мощностью излучения, генерируемого на  $\nu$ - $h$  -переходе  $p^{eh} = h\nu_{\text{рез}} N_\varphi$ , которая описывается безразмерной величиной  $\mu = p^{eh} \hbar \omega_0 / h\nu_{\text{рез}} p_d$ , где  $p_d = J_d^0 / E$  - мощность джоулевых потерь,  $J_d^0$  - ток в направлении греющего электрического поля в отсутствие генерации. Отме-

тим, что изменение зависимостей  $\Delta \gamma_d = (\gamma_d - \gamma_d^0) / \gamma_d^0$  и  $\Delta \gamma_n = (\gamma_n - \gamma_n^0) / \gamma_n^0$  от  $\mu$  при изменении величины внешних  $E$ - и  $B$ -полей, их ориентации к кристаллографическим осям, частоты излучения  $\nu_{PE3}$  и его поляризации по величине не превосходит погрешности, указанной на рис.42 ( $\gamma_n^0$  - холловский ток в отсутствие излучения).

Стационарный режим генерации. Если пренебречь неравнозначностью вклада дырок,двигающихся в  $E$  и  $B$  полях по различным траекториям в импульсном пространстве, в процессе взаимодействия с резонансным излучением, то лазер на  $l-h$ -переходе можно представить в виде следующей модели (рис.43). Имеются два резервуара дырок - легкая и



Р и с. 43. Схема, поясняющая работу лазера на  $l-h$ -переходах

тяжелая подзоны, обменивающиеся дырками за счет рассеяния на фононах и ионах примеси, а  $\tau^l$  и  $\tau^h$  - характерные времена такого обмена. В каждом резервуаре дырки со скоростью  $q^l$  и  $q^h$  поступают в область лазерного перехода  $|\Phi(\vec{k})| \ll \Gamma^{lh}$ , где с вероятностью  $W_{\Phi}$  (см. прил. 2) в зависимости от подзоны происходит испускание или поглощение фотона  $h\nu$ . В рамках сделанных допущений изме-

нения во времени концентраций дырок в подзонах  $N^e$  и  $N^h$  и плотности энергии излучения в объеме кристалла  $U = N_{\Phi} \hbar \nu$  будут описываться следующими уравнениями:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0}} U [\alpha_n - \alpha'(U)], \quad (1.43)$$

$$\frac{dN^e}{dt} = -\frac{N^e}{\tau^e} + \frac{N^h}{\tau^h} - W_{\Phi}(U)(g^e N^e - g^h N^h), \quad (1.44)$$

$$N^e + N^h = 1,$$

где  $\alpha'(U) = \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{c} \rho_{\text{ген}}(U)/U$

– коэффициент усиления дырочной системы при наличии конечной плотности энергии излучения в объеме кристалла (динамический коэффициент усиления);

$$\rho_{\text{ген}}(U) = \hbar \nu W_{\Phi}(U)(g^e N^e - g^h N^h) - \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0}} \alpha_s U. \quad (1.45)$$

– мощность излучения, генерируемая дырками в единице объема кристалла;  $\alpha_n = \gamma + \beta'$  – коэффициент суммарных потерь резонатора,  $\gamma$  – коэффициент связи активной области резонатора с внешним пространством;  $\beta'$  – коэффициент диссипативных потерь резонатора, которые являются внешними по отношению к дырочной системе (например, дифракционные потери, поглощение излучения кристаллической решеткой резонатора и др.). Полагая  $dU/dt$  и  $dN^e/dt = 0$ , из выражения (1.43) получим условие стационарного режима работы лазера

$$\alpha'(U) = \alpha_n \quad (1.46)$$

и выражение для динамического коэффициента усиления как функции плотности излучения

$$\alpha'(U) = \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{c} \rho_{\text{ген}}(U)/U = \hbar \nu \frac{\sqrt{\epsilon_0}}{c} \frac{W_{\Phi}(U)}{U} [g^e N^e - g^h N^h] - \alpha_s. \quad (1.47)$$

Будем также предполагать, что зависимость  $W_{\Phi}$  от  $U$  линейна (для  $\rho$ - $h$ -переходов в  $\rho$ - $h$  это справедливо для всех достижимых при генерации значениях  $N_{\Phi} \leq 5 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$  [62]). Переписав (1.47) в виде зависимости  $U$  от  $\alpha'$  после несложных преобразований, из (1.44) получим выра-

жение для мощности, выделяющейся на переходе в стационарном режиме генерации ( $\alpha' - \alpha_n$ )

$$P_{\text{ГЕН}}(\alpha_n) = h\nu N \delta \frac{\alpha_n (\alpha_0 - \alpha_n)}{(\alpha_0 + \alpha_s)(\alpha_n + \alpha_s)} \quad (1.48)$$

как функции линейных характеристик дырочной системы ( $\alpha_s$  и  $\alpha_0 = \lim_{U \rightarrow 0} \alpha'(U) = -(\alpha^{ph} + \alpha_0)$ ) и внешней резонансной системы ( $\alpha_n = \gamma + \beta'$ ). Здесь  $\nu^h = (\tau^h)^{-1}$  — частота заброса дырок из тяжелой подзоны в легкую;  $\delta = (1 - \tau^h q^h / \tau^l q^l) / (1 + q^h / q^l)$ . Расчет методом Монте-Карло  $\tau^{\alpha}$  и  $q^{\alpha}$  в условиях инверсии  $l-h$  — перехода показал, что  $\delta$  можно считать константой порядка 0,5–0,8.

Мощность на выходе конкретного типа резонатора, характеризуемого значениями параметров  $\gamma$  и  $\beta'$ , будет определяться как

$$P_{\text{ВЫХ}} = P_{\text{ГЕН}}(\alpha_n) \frac{\gamma}{\alpha_n} \quad (1.49)$$

Подставив (1.48) в выражение (1.49), несложно найти значение оптимального коэффициента связи резонатора с внешним пространством

$$\gamma_{\text{ОПТ}} = (\alpha_s + \beta') \left( \sqrt{\frac{\alpha_s + \alpha_0}{\alpha_s + \beta'}} - 1 \right), \quad (1.50)$$

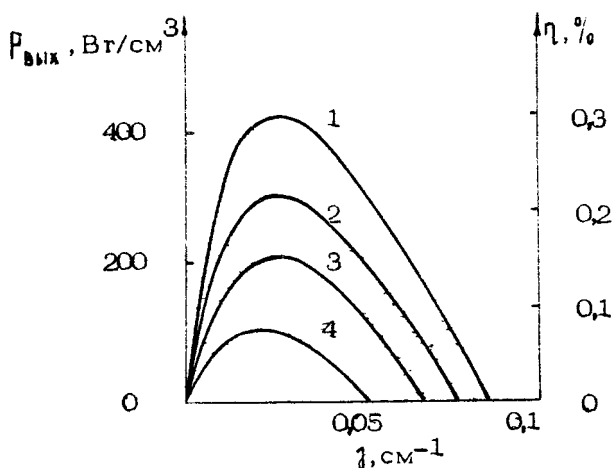
когда выходная мощность достигает максимума

$$P_{\text{ВЫХ МАХ}} = h\nu N \nu^h \delta \left( 1 - \sqrt{\frac{\alpha_s + \beta'}{\alpha_0 + \alpha_s}} \right)^2 \quad (1.51)$$

Рассчитанные в соответствии с выражениями (1.48) и (1.49) зависимости  $P_{\text{ВЫХ}}$  от  $\gamma$  при различных значениях  $\beta'$ , фигурирующих в качестве параметра, представлены на рис.44. Как следует из рисунка, в качестве оценки величины  $\gamma_{\text{ОПТ}}$  можно использовать следующее простое соотношение:

$$\gamma_{\text{ОПТ}} = 0,3 - 0,4 (\alpha_s - \beta') \quad (1.52)$$

Коэффициент преобразования энергии постоянного электрического поля  $E$  в излучение  $\eta$  оценим исходя из следующих соображений. Подавляющая часть мощности приложен-



Р и с. 44. Зависимости выходной мощности (левая шкала) и КПД (правая шкала) лазера на  $\nu$ - $h$ -переходах ( $\lambda = 100$  мкм) от величины коэффициента излучательных потерь резонатора  $\gamma$  при различных уровнях диссипативных потерь в резонаторе  $\beta'/\alpha_0$ : 1 - 0, 2 - 0,1, 3 - 0,2, 4 - 0,4.  $N = 7 \cdot 10^{13}$  см $^{-3}$ ,  $N_I = 1,3 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$ ,  $T = 10$  К,  $E = 2$  кВ/см,  $\nu = 13$  кгс,  $\alpha_0 = 0,085$  см $^{-1}$ ,  $\alpha_s = 0,02$  см $^{-1}$

ного электрического поля  $P_d$  передается в виде тепла решетке в результате рассеяния дырок на фононах. При  $T \leq 80$  К основным диссипативным механизмом рассеяния дырок можно считать испускание оптического фонона  $\hbar\omega$ , поэтому  $P_d$  оценим как

$$P_d = N \hbar \omega_0 \langle \nu_{D0} \rangle, \quad (1.53)$$

где  $\langle \nu_{D0} \rangle$  - средняя частота испускания оптических фононов. Учитывая, что  $\nu_{D0} \approx (\frac{m^e}{m^h})^{3/2} \nu_0$ , получим следующее выражение для коэффициента преобразования:

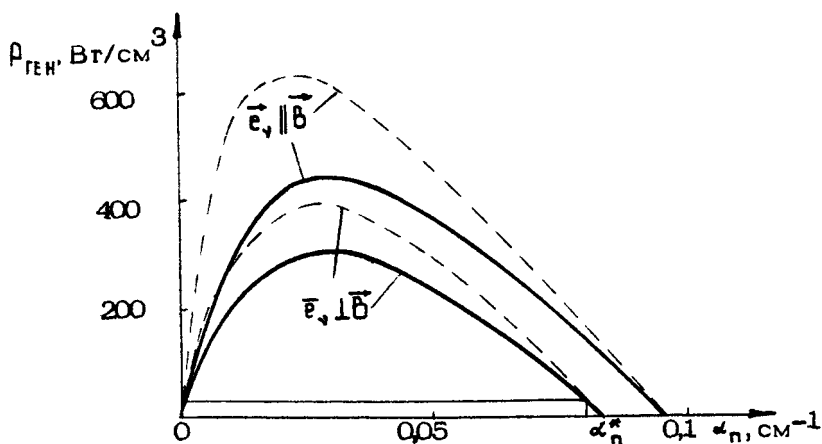
$$\eta = \frac{P_{\text{вых}}}{P_d} \approx \delta \left( \frac{m^e}{m^h} \right)^{3/2} \frac{\hbar \nu}{\hbar \omega_0} \frac{\alpha_0 - \alpha_n}{(\alpha_n + \alpha_s)(\alpha_n + \alpha_s)}. \quad (1.54)$$

В случае оптимального согласования активной области резонатора с внешним пространством имеем

$$\eta_{\text{opt}} = \delta \left( \frac{m^l}{m^h} \right)^{3/2} \frac{\hbar \omega}{\hbar \omega_0} \left( 1 - \sqrt{\frac{\alpha_s + \beta'}{\alpha_0 + \alpha_s}} \right)^2 \quad (1.55)$$

Полагая  $m^l = 0,04$ ,  $m^h = 0,36$  и  $\beta' = 0$ , из (1.55) (также см. рис.44, где правая шкала соответствует значениям  $\eta$ , полученным в соответствии с (1.54)) следует, что КПД преобразования энергии  $E$ -поля в излучение даже в наиболее благоприятных условиях ( $\hbar \omega \rightarrow \hbar \omega_0$ ,  $\beta' \rightarrow 0$ ,  $\eta \rightarrow \eta_{\text{opt}}$ ) не превысит 1%. Тем не менее, согласно рассмотренной модели лазера, при оптимальных концентрациях дырок в кристалле (см. рис.36)  $P_{\text{вых}}$  может достигать 4–6 кВт/см<sup>3</sup>.

Сопоставим выводы, следующие из элементарной модели лазера, с результатами численного моделирования стационарного режима генерации. Как показано в прил. 2 (см. также [62]), учет в Монте-Карло-процедуре вынужденных оптических  $\nu$ - $h$ -переходов позволяет непосредственно получать зависимости мощности, выделяющейся на  $\nu$ - $h$ -переходе в режиме генерации, от плотности энергии излучения, накопленной в резонаторе. Результаты пересчета данных моделирования в виде зависимости  $P_{\text{ген}}(\alpha_n)$  для двух поляризаций резонансного излучения  $\vec{e}_\nu \perp \vec{B}$  и  $\vec{e}_\nu \parallel \vec{B}$  представлены на рис.45. Там же для сравнения пунктирными кривыми приведены аналогичные зависимости, рассчитанные согласно (1.48), где в качестве параметров использовались следующие значения:  $\alpha^{\nu h} = -0,105 \text{ см}^{-1}$ ;  $\delta = 0,75$ ;  $\nu^h = 1,32 \times 10^{10} \text{ с}^{-1}$ ;  $\alpha_s = 0,02 \text{ см}^{-1}$  и  $0,01 \text{ см}^{-1}$  соответственно для  $\vec{e}_\nu \perp \vec{B}$  и  $\vec{e}_\nu \parallel \vec{B}$  — полученные из результатов численного моделирования в отсутствие резонансного излучения. Сопоставляя модель и точный расчет, следует отметить достаточно хорошее согласие результатов, хотя модель и дает завышенное на 20–30% значение  $P_{\text{ген}}(\alpha_n)$  в максимуме. Расхождение результатов в основном связано с тем, что при модельном рассмотрении предполагалось одинаковое (вне зависимости от величины  $U$ ) участие всех дырок легкой подзоны в генерации излучения, т.е. не учитывался эффект выжигания. В терминах модели это означает наличие зависимости параметра  $\delta$  от  $U$ , вызванное перестройкой распределения легких дырок в импульсном пространстве под действием излучения. Отсюда следует, что точность результатов, которые дает модель для зависимости  $P_{\text{вых}}$  от  $\eta$



Р и с. 45. Зависимости мощности генерации  $P_{ГЕН}$  от величины суммарных потерь в резонаторе  $\alpha_n$ . Сплошные кривые – расчет методом Монте-Карло, пунктир – элементарная модель лазера:  $h\nu = 0,012$  эВ,  $\nu = 13$  кГц,  $E = 2,0$  кВ/см

(см. (1.48) и (1.49)), будет увеличиваться с ростом всех видов диссипативных потерь ( $\alpha_s$ ,  $\beta'$ ), так как с их увеличением значения плотности энергии илучения в объеме кристалла падают, а следовательно и уменьшается воздействие излучения на функцию распределения легких дырок. Как показали расчеты, наилучшее количественное согласие между предсказаниями модели и результатами Монте-Карло-вычислений достигается при значении  $\delta \approx 0,5$ .

Полученные оценки не противоречат экспериментальным данным работ [32–40] и обсуждаемым ниже; мощность генерации в оптимальных условиях, следующая из результатов моделирования, значительно выше, чем значения, оцененные экспериментально.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Методика расчета коэффициента поглощения света свободными дырками

Коэффициент внутризонного поглощения света  $\alpha_s = \epsilon_s N$  невырожденными свободными дырками, взаимодействующими с нерегулярностями решетки, можно представить в следующем виде.

$$\alpha_s = \frac{8\pi\hbar}{c\sqrt{\epsilon_0}A_0^2Vh\nu} \int \sum_{\gamma, j, i} \left[ \lambda_{\gamma a}^{di}(\vec{k}_i) - \lambda_{\gamma e}^{di}(\vec{k}_0) \right] f^j(\vec{k}_0) \frac{2V}{(2\pi)^3} d\vec{k}_0, \quad (\text{П1.1})$$

где

$$\lambda_{\gamma m}^{ij} = \int \frac{2\pi}{\hbar} |M_{f, \gamma}^0|^2 \delta[\xi^j(\vec{k}_0) - \xi^i(\vec{k}_f) \mp h\nu \mp \xi_q] \frac{V}{(2\pi)^3} d\vec{k}_f \quad (\text{П1.2})$$

- парциальные вероятности поглощения ( $m = a$ ) и испускания ( $m = e$ ) фотона дыркой, находящейся в состоянии с волновым вектором  $\vec{k}_0$  в  $j$ -й подзоне и взаимодействующей с ДА- и ДО-фонами энергии  $\xi_q$  или примесью I ( $\gamma = \text{ДА}, \text{ДО}, \text{I}$ );  $\vec{k}_f$  - волновой вектор дырки в конечном состоянии в  $i$ -й подзоне;  $f^j(\vec{k})$  - функция распределения дырок в  $j$ -й подзоне;  $i, j = \ell, h$ ;  $|M_{f, \gamma}^0|^2$  - квадрат приведенного матричного элемента оптических внутризонных переходов, знаки - и + перед  $h\nu$  и  $\xi_q$  соответствуют поглощению и испусканию этих квазичастиц. Совместное выполнение законов сохранения энергии и импульса при поглощении (испускании) фотона дыркой внутри подзоны требует участия в процессе третьей частицы (фона, иона примеси), поэтому расчет  $|M_{f, \gamma}^0|^2$  обычно проводится во втором порядке теории возмущений. В первом порядке такой процесс запрещен, когда рассматривается одна зона [67]. В р-Ge первый порядок дает прямые  $\ell$ - $h$ -переходы, в результате при вычислении  $|M_{f, \gamma}^0|^2$  появятся расходящиеся члены, соответствующие косым оптическим  $\ell$ - $h$ -переходам. С точки зрения формальной теории возмущений эти члены ответственны за уширение и сдвиг частоты прямого  $\ell$ - $h$ -перехода и будут встречаться во всех порядках разложения по константе взаимодействия с решеткой. Поэтому при вычислении матричного элемента внутризонных оптических переходов дырок



в германии следует опустить все члены, дающие косые  $\{l-h\}$ -переходы. С учетом этого член  $|M_{f,\tau}^0|^2$  в приближении сферически симметричных подзон может быть представлен в виде [73]

$$|M_{f,\tau}^0|^2 = H_{\tau}^2 \left( \frac{q A_0 \hbar}{2 \hbar \nu} \right)^2 \left( \frac{\vec{e}_{\nu} \vec{k}_0}{m^d} - \frac{\vec{e}_{\nu} \vec{k}_f}{m^l} \right)^2 G(\vec{k}_f, \vec{k}_0), \quad (\text{П1.3})$$

где  $m^d$  и  $m^l$  - эффективные массы в подзонах начальных ( $d$ ) - конечных ( $l$ ) состояний соответственно;  $\vec{e}_{\nu}$  - вектор поляризации фотона;  $H_{\tau}^2$  - квадраты матричных элементов взаимодействия с ДО- и ДА-фононами и примесью I, соответственно равные согласно [64]:

$$H_{\text{ДО}}^2 = \left( N_q + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \hbar^2 (D_t K)^2 / 2V \rho \hbar \omega_0,$$

$$H_{\text{ДА}}^2 = \frac{\hbar^2}{m_{\text{ДА}}}^2 \kappa T / V \rho u_s^2,$$

$$H_I^2 = 16 \pi^2 q^4 N_I / \epsilon_0^2 V (q^2 + \beta_d^2),$$

$G(\vec{k}_f, \vec{k}_0)$  - фактор, учитывающий перекрытие волновых функций дырок в начальном  $\vec{k}_0$  и конечном  $\vec{k}_f = \vec{k}_0 + \vec{q}$  состояниях. Для внутризонных перебросов за счет рассеяний  $G = (1 + 3 \cos^2 \psi) / 4$ , для межзонных -  $G = (3/4) \sin^2 \psi$ , где  $\psi$  - угол между  $\vec{k}_f$  и  $\vec{k}_0$  [64].

Подставляя (П1.3) в (П1.2) и интегрируя по конечным состояниям, получаем следующие выражения для вероятностей  $\lambda_{qm}^{d,l}(\vec{k}_0)$ :

1) при рассеянии на ДО- и ДА-фононах в случае, когда начальное и конечное состояния находятся в одной и той же подзоне ( $l = d$ )

$$\lambda_{qm}^{d,l} = \frac{B H_{\tau}^2 V}{(\hbar \nu)^2} \left[ \kappa_0^2 \cos^2 \psi + \frac{1}{5} \left( \frac{3}{4} + \cos^2 \psi \right) \kappa_f^2 \right] \frac{\kappa_f}{m^d} \quad (\text{П1.4})$$

или в различных подзонах ( $l \neq d$ )

$$\lambda_{qm}^{d,l} = \frac{B H_{\tau}^2 V}{(\hbar \nu)^2} \left[ \left( \frac{m^l}{m^d} \kappa_0 \right)^2 \cos^2 \psi + \frac{1}{5} (2 - \cos^2 \psi) \kappa_f^2 \right] \frac{\kappa_f}{m^l}, \quad (\text{П1.5})$$

2) при рассеянии на примесях, когда  $l=j$

$$\lambda_{I_m}^{j,l} = \frac{B}{(\hbar v)^2} \frac{\kappa_f}{m^j} \left\{ \frac{1}{4} \kappa_f^2 \left[ (9\varphi_4 - \varphi_0) \cos^2 \psi + \varphi_0 + 2\varphi_2 - 3\varphi_4 \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \kappa_0^2 (\varphi_0 + 3\varphi_2) \cos^2 \psi - \kappa_0 \kappa_f (\varphi_1 + 3\varphi_3) \cos^2 \psi \right\}, \quad (\text{П1.6})$$

и когда  $l \neq j$

$$\lambda_{I_m} = \frac{B}{(\hbar v)^2} \frac{\kappa_f}{m^j} \left\{ \frac{3}{4} \kappa_f^2 \left[ (4\varphi_2 - \varphi_0 - 3\varphi_4) \cos^2 \psi + \varphi_0 - 2\varphi_2 + \varphi_4 \right] + \right. \\ \left. + \frac{3}{2} \left( \frac{m^l}{m^j} \kappa_0 \right)^2 (\varphi_0 - \varphi_2) \cos^2 \psi + 3\kappa_f \kappa_0 \frac{m^l}{m^j} (\varphi_1 - \varphi_3) \cos^2 \psi \right\}, \quad (\text{П1.7})$$

где  $B = A_0^2 q^2 / 8\pi \hbar$ ,  $\kappa_f = \sqrt{2 m^l [\mathcal{E}^j(\kappa_0) \pm \hbar v \pm \mathcal{E}_q]} / \hbar^2$ ,  $A_0$  - амплитуда векторного потенциала излучения,  $V$  - объем кристалла,  $\psi$  - угол между  $\vec{\kappa}_0$  и  $\vec{e}_j$ ,

$$\varphi_n = \frac{16\pi^2 q^4 N_I}{\epsilon_0^2} \int_{-1}^{+1} \frac{x^n dx}{(\kappa_0^2 + \kappa_f^2 + \beta_d^2 - 2\kappa_0 \kappa_f x)^2}$$

Расчеты парциальных составляющих  $\alpha_s$  поляризованного света проводились в соответствии с (П1.1), где использовались полученные численным моделированием энергетические зависимости функции распределения дырок в подзонах. В случае неполяризованного света вычисления составляющих  $\alpha_s$  проводились путем усреднения  $\lambda_{I_m}^{j,l}(\vec{\kappa}_0)$  по моделируемым в импульсном пространстве траекториям дырок.

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

### Вынужденный оптический $l$ - $h$ -переход

В рамках классического кинетического подхода взаимодействие различного рода квазичастиц (электроны, дырки, фононы, фотоны и т.д.) описывается в герминах скоростей перехода между их состояниями. В рамках такого подхода

рассмотрим случай одиночного переброса дырки между легкой и тяжелой подзонами, вызванный вынужденным поглощением (испусканием) фотона  $h\nu$ . Будем пренебрегать импульсом фотона, т.е. считать  $l-h$ -переход дырки вертикальным, происходящим без изменения ее импульса. Тогда при вычислении в первом порядке теории возмущений скоростей поглощения  $\lambda^{hl}(\vec{k}_0)$  и испускания  $\lambda^{lh}(\vec{k}_0)$  фотона тяжелой и легкой дырками соответственно суммирование по конечным состояниям дырки выпадает. Зависимости  $\lambda^{hl}(\vec{k}_0)$  и  $\lambda^{lh}(\vec{k}_0)$  оказываются идентичными, и их можно записать в виде

$$\lambda(\vec{k}_0) = \frac{4\pi^2 \hbar q^2}{2 m_0 \epsilon_0} N_{\Phi} \mathfrak{E}^{lh}(\vec{k}_0) \frac{\Gamma}{\mathfrak{A}(\Phi^2 + \Gamma^2)} \quad (\text{П2.1})$$

Здесь  $N_{\Phi}$  - плотность резонансных фотонов;  $\mathfrak{E}^{lh}$  - сила осциллятора оптического перехода,  $\Phi(\vec{k}_0) = \mathfrak{E}^l(\vec{k}_0) - \mathfrak{E}^h(\vec{k}_0) - h\nu$  - закон сохранения энергии при переходе;  $\Gamma$  - полуширина спектральной линии перехода. При уменьшении  $\Gamma$  область импульсного пространства, где происходит взаимодействие дырки с фотонами  $|\Phi(\vec{k}_0)| < \Gamma$ , сужается, при этом скорость оптических перебросов  $\lambda(\vec{k}_0)$  резко возрастает, как  $\Gamma^{-1}$  (при  $\Gamma \rightarrow 0$  последний сомножитель в (П2.1) стремится к дельта-функции  $\delta[\Phi(\vec{k}_0)]$ ). Оказавшись в узкой области взаимодействия, дырка будет совершать прыжки между подзонами, последовательно испуская и поглощая фотон, т.е. находиться как бы в связанном "фотон-дырочном" состоянии. Разрушение последнего могут вызвать как рассеяние дырки на нерегулярностях решетки, так и ее уход из области взаимодействия под влиянием приложенных  $\mathfrak{E}$ - и  $\mathfrak{B}$ -полей. После распада связанного состояния дырка либо останется в той же подзоне, в которой находилась до взаимодействия, либо окажется переброшенной в другую подзону. В первом случае процесс взаимодействия завершается без изменения в дырочной и фотонной системах, а во втором - произойдет испускание или поглощение фотона дыркой.

Ограничимся достаточно узкой областью перехода, т.е. малых  $\Gamma$ , когда скорость оптических перебросов в области взаимодействия значительно превосходит скорости рассеяния на нерегулярностях решетки. Тогда распад "фотон-дырочного" состояния будет происходить за счет движения дырки под действием  $\mathfrak{E}$ - и  $\mathfrak{B}$ -полей, а вероятности обна-

ружить дырку в легкой ( $\mathcal{F}^l$ ) и тяжелой ( $\mathcal{F}^h$ ) подзонах во время пересечения резонансной области подчиняются уравнениям

$$\frac{d\mathcal{F}^l}{dt} = -\lambda [\vec{k}^l(t)] \mathcal{F}^l + \lambda [\vec{k}^h(t)] \mathcal{F}^h, \quad (\text{П2.2})$$

$$\mathcal{F}^l + \mathcal{F}^h = 1,$$

где  $\vec{k}^l(t)$  и  $\vec{k}^h(t)$  - временные зависимости волновых векторов дырок в подзонах. При малых  $\Gamma$  в области взаимодействия функцию  $\mathcal{E}^{lh}(\vec{k})$  можно считать постоянной, а  $\mathcal{W}[\vec{k}^l(t)]$  и  $\mathcal{W}[\vec{k}^h(t)]$  - линейными функциями времени, одинаковыми в обеих подзонах.

$$\mathcal{W}[\vec{k}^{lh}(t)] \cdot \left. \frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \vec{k}} \frac{d\vec{k}^{lh}}{dt} \right|_{t=0} \cdot t = q [(\vec{v}^l - \vec{v}^h) \vec{E} + \vec{v}^l \vec{v}^h \times \vec{B}] t \quad (\text{П2.3})$$

В выражении (П2.3) за нулевой момент времени принят момент, когда траектория дырки пересекает поверхность  $\mathcal{W}(\vec{k}) = 0$  а скорости  $\vec{v}^{lh} = \partial \mathcal{E}^{lh} / \partial (\hbar \vec{k})$  определены в точке пересечения.

Решая уравнения (П2.2) с начальным условием  $\mathcal{F}^h = 1$  или  $\mathcal{F}^l = 1$ , которое означает, что до взаимодействия дырка находилась в тяжелой или легкой подзоне, получим, что процесс взаимодействия завершится (при  $t \rightarrow \infty$ ) испусканием или поглощением фотона с вероятностью

$$W_{\mathcal{W}} = 0,5 [1 - \exp(-2\Delta)], \quad (\text{П2.4})$$

где

$$\Delta = \int_{-\infty}^{\infty} \lambda(t) dt = \frac{4\pi^2 \hbar q}{2m_0 \epsilon_0} N_{\mathcal{W}} \frac{\mathcal{E}^{lh}(\vec{k})}{[(\vec{v}^l - \vec{v}^h) \vec{E} + \vec{v}^l \vec{v}^h \times \vec{B}]}. \quad (\text{П2.5})$$

Выражения (П2.4) и (П2.5) позволяют достаточно просто учесть в рамках Монте-Карло-процедуры процессы вынужденного резонансного взаимодействия дырок с излучением. Во время моделирования движения дырки в импульсном пространстве определяется момент, когда она пересекает поверхность  $\mathcal{W}(\vec{k}) = 0$ . В точке пересечения, согласно

(П2.4) и (П2.5), рассчитывается вероятность  $W_{\Phi}$ , на основании которой путем розыгрыша случайных чисел определяется, произошло или не произошло поглощение (испускание) фотона. В первом случае дырка перебрасывается в другую подзону с сохранением импульса. Подсчет числа оптических перебросов позволяет непосредственно определить средние значения скоростей поглощения  $dN_{\Phi}^{-}/dt$  и испускания  $dN_{\Phi}^{+}/dt$  фотонов, а следовательно и мощность, выделяющуюся на  $\ell$ -h-переходе

$$P^{ph}(N_{\Phi}) = N \hbar \nu \left( \frac{dN_{\Phi}^{+}}{dt} - \frac{dN_{\Phi}^{-}}{dt} \right) \quad (\text{П2.6})$$

в зависимости от плотности фотонов  $N_{\Phi}$ , находящихся в объеме кристалла.

#### 1.4. КВАНТОВАНИЕ ЛАНДАУ ЛЕГКИХ ДЫРОК И УСИЛЕНИЕ НА МЕЖПОДЗОННЫХ ПЕРЕХОДАХ

Все предыдущие теоретические расчеты проводились в рамках классических представлений без учета квантования Ландау состояний валентной зоны. Такой подход вполне оправдан, так как для представляющих интерес условий и затрагиваемых вопросов квантовые поправки достаточно малы. Однако процесс стимулированного излучения в силу его экспоненциального характера способен их проявить (особенно в случае малого превышения усиления над потерями). И в первую очередь это должно сказаться на спектральных характеристиках стимулированного излучения. Поэтому здесь кратко остановимся на основных факторах влияния квантования спектра состояний валентной зоны (легких дырок) на частотную зависимость коэффициента усиления и спектр стимулированного излучения на  $\ell$ -h-переходах в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях для  $p$ - $\beta$ е.

Известно, что в присутствии магнитного поля в спектрах межподзонного, так же как и межзонного, поглощения появляются явно выраженные резонансные особенности, связанные с переходами между уровнями Ландау (см., например, [74]). Это обусловлено квантованием энергии состояний и ортогональностью осцилляторных волновых функций  $\psi_n$  на уровнях Ландау с разными квантовыми числами  $n$ . В слу-

чае межзонных разрешенных оптических переходов ортогональность волновых функций  $\psi_n$  приводит к жесткому правилу отбора  $\Delta n = 0$  и, как следствие, к корневым особенностям в спектре поглощения. Приложенное перпендикулярно магнитному электрическое поле  $\vec{E}$  по-разному смещает центры тяжести волновых функций разных зон и нарушает их ортогональность, поэтому правило отбора  $\Delta n = 0$  нарушается и оптические межзонные переходы в принципе могут происходить между любыми уровнями Ландау [75]. Это сглаживает квантовые особенности в спектрах поглощения. Степень проявления квантования зависит от соотношения полей и определяется параметром  $K^\alpha = \mathcal{E}_{\Delta p}^\alpha / \hbar \omega_c^\alpha$ , где  $\mathcal{E}_{\Delta p}^\alpha = m^\alpha (cE/B)^2 / 2$  - энергия дрейфового движения в  $\alpha$ -й зоне,  $\omega_c^\alpha = eB/m^\alpha c$  - циклотронная частота. При оптических  $\ell$ - $\hbar$  - переходах определяющим параметром квантования в спектрах поглощения (излучения) является величина  $K^\ell = \mathcal{E}_{\Delta p}^\ell / \hbar \omega_c^\ell$ . В условиях рассматриваемой задачи эта величина близка к единице, и можно ожидать существенного влияния эффектов квантования.

Строго говоря, для определения волновых функций и спектра состояний необходимо решить уравнение состояний, которое в случае вырожденной валентной зоны [76] сводится к системе четырех связанных дифференциальных уравнений. Число уравнений - следствие четырехкратного вырождения валентной зоны (отщепленную зону в данном случае можно не учитывать), и потому задача гораздо сложнее той, которую необходимо решить для межзонных (зона проводимости - валентная зона) переходов. В изотропном приближении систему уравнений для состояний дырок в  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях можно записать в виде

$$\hat{H} \psi = E \psi;$$

$$\hat{H} = \frac{1}{\hbar} \left\{ \left[ (\mathcal{J}_1 + 5\mathcal{J}_2/4) \mathcal{J}_0/2 - \mathcal{J} \mathcal{J}_y^2 \right] \hat{\mathcal{P}}^2 - \mathcal{J} \left[ (\vec{\mathcal{J}} \cdot \hat{\mathcal{P}})^2 - \mathcal{J}_y^2 \hat{\mathcal{P}}^2 \right] - e \hbar \kappa_1 (\vec{B} \cdot \vec{\mathcal{J}}) / c \right\} - e (\vec{E} \cdot \vec{\Gamma}) \mathcal{J}_0, \quad (1.56)$$

где  $\mathcal{J}_1, \mathcal{J}_2, \kappa_1$  - константы валентной зоны (для Ge  $\mathcal{J}_1 = 13,3; \mathcal{J}_2 = 5,1; \kappa_1 = 3,3$ );  $\mathcal{J}_0, \mathcal{J}_y, (\mathcal{J}_x, \mathcal{J}_z)$  - матрицы  $4 \times 4$ ,  $i, j = x, y, z$  (см., например, [77]);  $\mathcal{J}_0$  - единичная матрица;  $\psi$  - вектор-столбец огибающих волновых функ-

ций  $F_{\mu}$ ,  $\mu = 1, 2, 3, 4$ ;  $\hat{P} = \hat{p} - \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r})$ ;  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ ;  $\hat{p} = -i\hbar \frac{d}{d\vec{r}}$ .

Насколько известно, поставленная задача в интересующем нас аспекте не рассматривалась<sup>\*</sup>). Попытаемся дать качественную картину проявления квантования Ландау в спектрах лазера на  $\omega - \hbar$ -переходах. Для этого, во-первых, не будем учитывать второй и третий члены в гамильтониане (1.56) — они описывают эффективное спиновое расщепление и определяют сдвиг уровней из-за "перемешивания" состояний легких и тяжелых дырок. Это предположение не должно привести к серьезным качественным изменениям (кроме дополнительного расщепления уровней), если параметр квантования  $K^{\mu} \gg 1$ . Тогда уравнения (1.56) распадаются на два дважды вырожденных, независимых уравнения для огибающих волновых функций легких и тяжелых дырок  $F^{\alpha}$ . Записанные в импульсном представлении, они имеют вид

$$\hat{H}^{\alpha} F^{\alpha} = \epsilon^{\alpha} F^{\alpha};$$

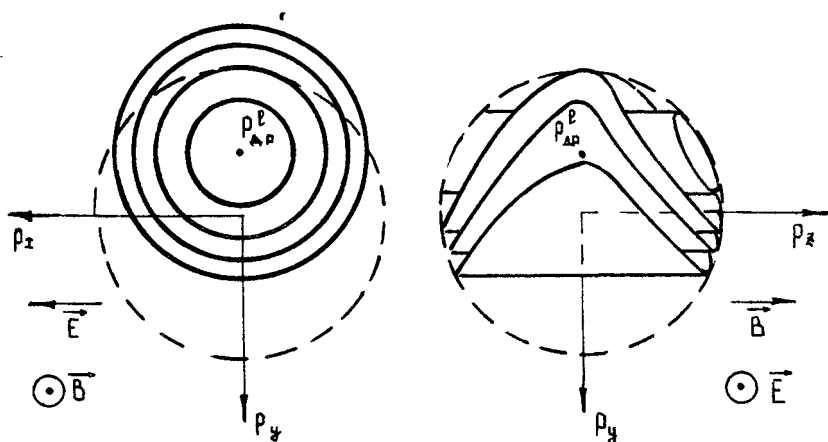
$$\hat{H}^{\alpha} = \frac{1}{2m^{\alpha}} [p^2 + \hat{Q}^2 - 2(p_y - p_{Ay}^{\alpha}) \hat{Q}]; \quad \hat{Q} = \pm p_B^2 \frac{d}{dp_x}, \quad (1.57)$$

где  $p_{x,y,z}$  — компоненты обобщенного импульса,  $\Phi_{\lambda p}^{\alpha} = -m^{\alpha} \times cE/B$ ,  $p_B^{\alpha} = (\hbar e B/c)^{1/2}$ ,  $m^{\alpha} = m_0 / (\gamma_1 \pm 2\gamma_2)$  — эффективные массы дырок. Ориентация полей выбрана так, что  $\vec{E} \parallel \vec{x}$ ,  $\vec{B} \parallel \vec{z}$ ,  $\vec{A} = (0, Bx, 0)$ . Уравнения (1.57) представляют собой хорошо известные уравнения гармонического осциллятора (см., например, [82]). Спектры состояний и волновые функции подобны тем, которые имеют место для свободного электрона в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях с той лишь разницей, что масса  $m_0$  заменяется значениями эффективных масс легких и тяжелых дырок. Спектр собственных значений энергии выглядит следующим образом:

<sup>\*</sup>) Предложенный в работах [78,79] метод квазиклассического квантования, вообще говоря, не работает для малых квантовых чисел уровней Ландау, которые, как следует из эксперимента (см. разд. 2.3.4), и определяют наблюдаемые эффекты усиления. Кроме того, спектр уровней Ландау вырожденной валентной зоны в скрещенных полях рассчитывался в работах [80,81] методом возмущений, справедливым лишь при  $K^{\mu} \ll 1$ .

$$\mathcal{E}_n^{\pm} = \hbar \omega_c^{\pm} \left( n^{\pm} + \frac{1}{2} \right) - m^{\pm} \left( cE/B \right)^2 / 2 + p_x^2 / 2m^{\pm} - p_y cE / B \quad (1.58)$$

Такое выражение соответствует квантованию площади, ограничиваемой классическими орбитами дырок в пространстве квазиимпульсов согласно условию квантования Бора – Зоммерфельда. Основываясь на квазиклассических представлениях о квантовании, можно считать, что состояния дырок в импульсном пространстве “локализуются” на тех классических траекториях, уровни энергии которых соответствуют (1.58). Семейства таких траекторий с заданным  $n$  образуют соответствующие трубки Ландау (рис.46). Если при



Р и с. 46. Квантование орбит легких дырок в импульсном пространстве в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях.

Пунктир – изоэнергетическая поверхность с особенностью плотности состояний

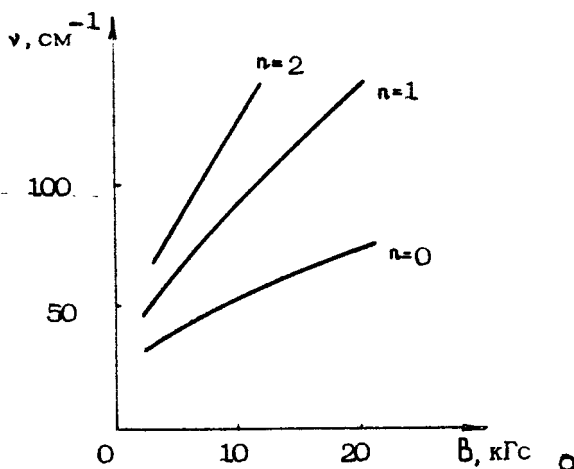
$\omega_c^h \ll \omega_c^p$  и  $\rho_{AP}^h \gg \rho_0^h$  тяжелые дырки (см. выше) не являются замагниченными, их состояния можно считать неквантованными. Из рисунка нетрудно увидеть, что плотность состояний легких дырок будет иметь особенности при значениях энергии, соответствующих касанию изоэнергетической поверхности трубки Ландау в точке  $\vec{r} = (0, \rho_{AP}^p + \rho_B \sqrt{2n^p + 1}, 0)$ . Таким образом, в коэффициенте поглощения (усиления) должны быть резонансные особенности на таких частотах  $\nu^*$ , при которых



$$h \nu_n^* = \left( p_{Ap}^2 + p_B \sqrt{2n+1} \right)^2 / 2\bar{m}, \quad (1.59)$$

где  $n = n^l = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\bar{m} = m^h \cdot m^l / (m^h + m^l)$ .

Зависимости  $\nu_n^*(B)$  при оптимальном для усиления отношении полей (см. классические расчеты и эксперимент)  $E/B = \approx 0,14$  кВ/см·кГц, представленные на рис.47, характеризуют



Р и с. 47. Зависимость частот максимального усиления на  $l$ - $h$ -переходах  $\nu_n^*$  от  $B$  при  $E/B = \approx 0,14$  кВ/см·кГц;  $n = 0, 1, 2$  - номера соответствующих уровней Ландау

ожидаемую из вышеизложенных представлений возможную перестройку частоты излучения лазера на  $l$ - $h$ -переходах  $p$ - $h$  при изменении полей. Видно, что в отличие от классических расчетов (см. рис.18) появляется целое семейство кривых перестройки частоты, соответствующих переходам уровней Ландау легких дырок при  $\nu = \nu_n^*$  для разных значений квантовых чисел ( $n = n^l = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Аналогично можно получить перестройку  $\nu$  от  $B$  - и  $E$  - полей по отдельности.

Так как огибающие волновых функций легких дырок  $F^l$  (см. (1.57)) существенно отличаются от плоских волн, такие квазиклассические представления о квантовании позволяют определить лишь положение спектральных максимумов усиления  $\nu_n^*$ . (Коэффициент усиления, полученный в такой

квазиклассической модели, имеет расходимости логарифмического типа в точках  $\nu = \nu_n^*$ ). Поэтому для расчета конкретной зависимости коэффициента усиления от частоты необходимо найти вид матричного элемента оптического  $l-h$ -перехода  $W^{lh}$ , который определяется характером огибающих волновых функций  $F^l$  и  $F^h$ . Для простоты будем считать, что  $W^{lh} \sim \langle F^l / F^h \rangle$ . Тогда из (1.57) получаем

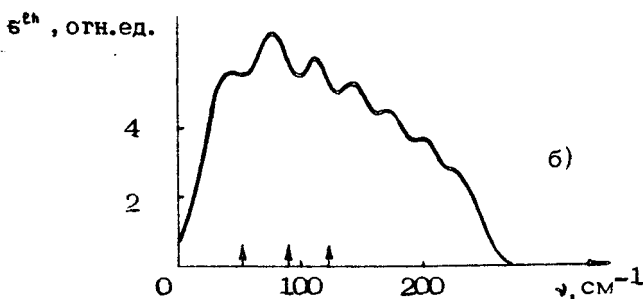
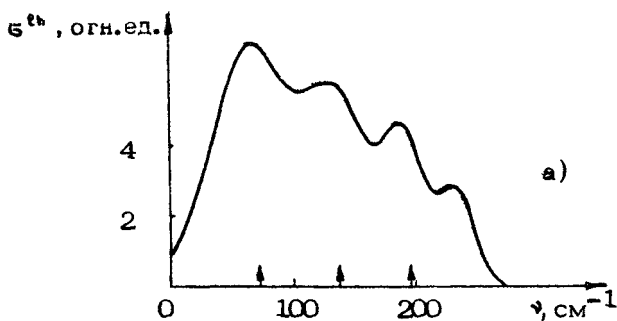
$$W^{lh} = W_{nm}^{lh} \sim \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\beta\xi} \varphi_n(\xi) \varphi_m(\xi) d\xi, \quad (1.60)$$

где  $\xi = p_x / p_y$ ,  $\beta = (p_{\perp l}^h - p_{\perp l}^l) / p_y$ ,  $n$  и  $m$  - номера уровней Ландау в легкой и тяжелой подзонах соответственно;  $\varphi_{n,m}$  - нормированные функции Эрмита. Просуммировав по всем возможным переходам, получим, что сечение усиления на  $l-h$  переходах пропорционально выражению

$$\begin{aligned} \sigma^{lh}(\nu) \sim \sum_{n,m,p_z} |W_{nm}^{lh}|^2 \delta(\xi_n^l - \xi_m^h - h\nu) \cdot \\ \cdot [f_n^l(p_z) - f_m^h(p_z)], \end{aligned} \quad (1.61)$$

где  $f_{n,m}^{l,h}$  - числа заполнения соответствующих состояний дырок.

На рис.48 приведены характерные спектральные зависимости сечения усиления на  $l-h$ -переходах  $p$ - $l$  в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях. В расчете суммирование по уровням Ландау тяжелых дырок заменялось интегрированием. Это естественно, так как из-за малости  $\omega_c^h$  и рассеяния тяжелых дырок на оптических фонах их спектр можно считать непрерывным. Распределение дырок принималось таким, что  $\Delta f = f_n^l(p_z) - f_m^h(p_z)$  было одним и тем же для всех переходов, соответствующих замагниченным квазиклассическим траекториям легких дырок, и  $f_n^l = f_m^h = 0$  для траекторий, пересекающих уровень энергии оптического фона. Фактически это определяло число суммируемых уровней Ландау легких дырок  $n$  и интервал интегрирования по  $p_z$  в выражении (1.61). Зависимость  $\Delta f$  от  $n, m, p_z$  приведет лишь к изменению соотношения значений сечения усиления в локальных максимумах. Стрелками на рис.48 указаны положения максимум-



Р и с. 48. Спектр усиления на  $t-h$ -переходах  $\bar{6e}$  в  $\bar{B}1\bar{E}$  полях: а -  $B = 20$  кГс,  $E = 2,8$  кВ/см; б -  $B = 10$  кГс,  $E = 1,4$  кВ/см

мов  $\epsilon^{th}(\nu)$ , следующие из квазиклассических соображений (1.59). Из рис.48 ясно, что при малом превышении усиления над потерями (как это и имеет место в эксперименте - см. ниже) спектр излучения должен быть гораздо уже того, что можно было бы ожидать из классических расчетов. Так, если потерями отсекаются все, кроме одного, из локальных максимумов  $\epsilon^{th}(\nu)$ , то спектральная полоса усиления будет составлять где-то  $10 \pm 20 \text{ cm}^{-1}$ . Для того чтобы ответить на вопрос о том, какой уровень Ландау легких дырок будет доминирующим, необходимо знать спектральную зависимость потерь и относительную заселенность разных уровней Ландау. Все это определяется значениями полей, величиной примесного рассеяния, температурой решетки и т.д. Важно, что изменение относительных заселенностей

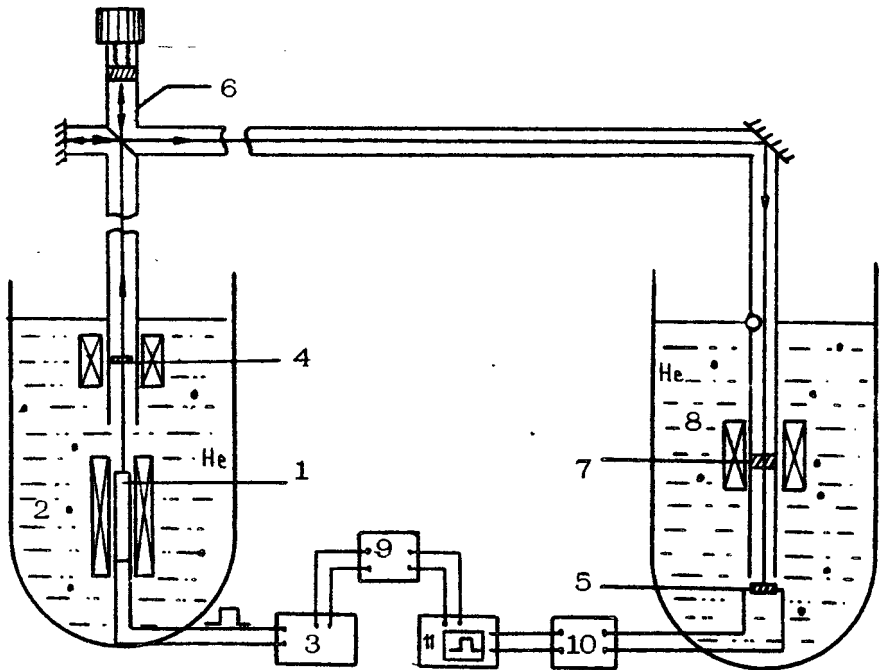
состояний дырок при изменении  $B$ - и  $E$ -полей способно приводить к смене доминирующего локального максимума и тем самым к скачкообразной перестройке частоты стимулированного излучения.

В предыдущих рассуждениях мы пренебрегали эффектами — спиновым расщеплением и возможным из-за вырождения подзон дополнительным смещением уровней Ландау, а матричные элементы оптических переходов оценивались просто по "перекрытию" волновых функций  $\langle f^e/f^h \rangle$ . Кроме того, заселенности уровней Ландау задавались произвольно. Все это позволяет рассчитывать лишь на качественное соответствие изложенных представлений и проведенных расчетов с экспериментом. Отсюда понятно расхождение между экспериментальными результатами (см. ниже) и данными проведенных методом Монте-Карло численных классических расчетов (см. выше — 1.2 и 1.3) и ясен характер необходимого уточнения теоретической модели.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ  
ЛАЗЕРА НА ГОРЯЧИХ ДЫРКАХ ГЕРМАНИЯ

2.1. ТЕХНИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для наблюдения и исследования длинноволнового инфракрасного излучения (ДИКИ) из полупроводников в скрещенных электрическом и магнитном полях использовалась экспериментальная установка, схема которой представлена на рис.49. Иссле-



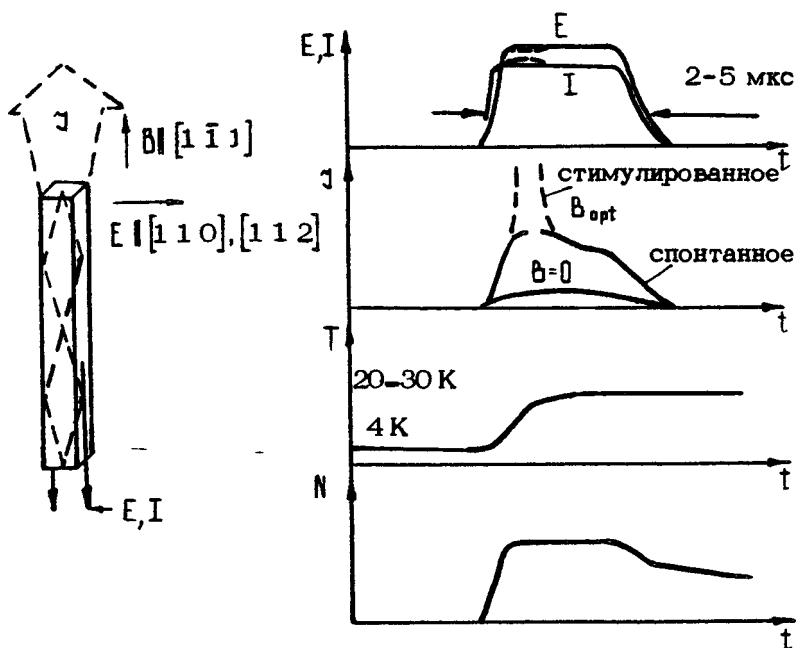
Р и с. 49. Схема экспериментальной установки: 1 - исследуемый образец  $p$ -Ge ; 2,8 - сверхпроводящий соленоид; 3 - генератор импульсов; 4,5 - фотоприемник; 6 - интерферометр Майкельсона; 7 - перестраиваемый фильтр из  $n$ -InSb ; 9 - синхронизатор; 10 - широкополосный усилитель; 11 - регистрирующее устройство



Р и с. 50. Внешний вид "вставки" в транспортный гелиевый сосуд Дьюара  
для исследования излучения из  $\beta$ - $\text{Cs}$

двумый образец 1 помещался в сверхпроводящий соленоид 2 и от генератора 3 на него подавались импульсы электрического поля. Конструктивно это было выполнено как криогенная "вставка" в транспортный гелиевый сосуд Дьюара. Внешний вид "вставки" приведен на рис.50, она состоит из сверхпроводящего соленоида с внешним диаметром 21 мм, намотанного на трубку диаметром 8-10 мм, внутрь которой помещался исследуемый образец, световода для вывода излучения, который одновременно являлся скелетом "вставки", и коаксиального кабеля, по которому подавались импульсы электрического поля. Световод представлял собой трубку из нержавеющей стали диаметром 8 мм, при необходимости в нее вставлялся фотоприемник.

Таким образом, "криогенная вставка" использовалась и как приспособление для исследования излучения, и как неотъемлемая часть конструкции лазера на горячих дырках  $p$ - $Ge$ . Для исследования зависимостей излучения из полупроводников в  $\bar{v} \perp E$  полях от угла расстройки ортогональности полей использовалась несколько иная конструкция "вставки" с дополнительной поперечной намоткой на соленоид, позволявшая менять угол между  $\bar{v}$ - и  $E$ -полями на  $\sim 5^\circ$  вблизи угла  $\bar{v} \wedge E = 90^\circ$ . Использувавшиеся вставки-генераторы просты по конструкции и очень удобны в работе. Формирователь импульсов тока (см. рис.49) был собран в виде LC-линии с несколькими формирующими импульсы контурами, рассчитанными на нагрузку 3 Ом. В качестве управляемого разрядника использовался триатрон типа ТГИ-500/16. Длительность импульсов поля составляла 2-5 мкс. Длительность фронта нарастания поля в импульсе не превышала 0,5 мкс. Подаваемые на исследовавшиеся образцы  $p$ - $Ge$  импульсные электрические поля ограничивались сверху значением примерно 3 кВ/см, это связано с тем, что в больших полях по поверхности охлаждаемых жидким гелием образцов  $p$ - $Ge$  мог развиваться пробой. Прикладываемый к исследуемому образцу  $p$ - $Ge$  импульс поля (рис.51) вызывал пробой мелких примесей, и появляющиеся в валентной зоне свободные дырки в рассматриваемом диапазоне полей сильно разогревались до энергий порядка энергии оптического фонона. Выход на необходимый режим стриминга контролировался по вольт-амперной характеристике. Типичный вид характеристики представлен на рис.52. Наблюдавшееся длинноволновое ИК-излучение  $J(t)$  (см.рис.51) было связано с  $p$ - $h$ - и  $h$ - $h$ -переходами ( $J = J^{eh} + J^{hh}$ ), интенсивность его определялась разогревом дырок, и следовательно значениями  $\bar{v}$ - и  $E$ -

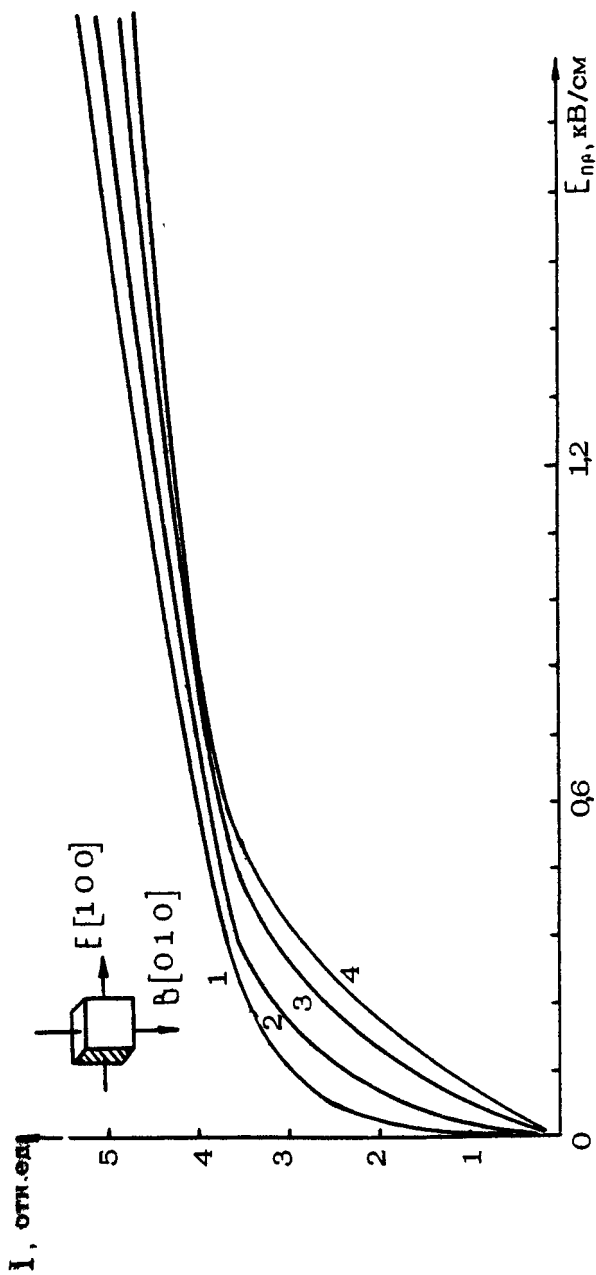


Р и с. 51. Внешний вид образца с указанием ориентации прикладываемых полей вдоль кристаллографических направлений (слева) и временные зависимости тока через образец  $I$ , поля  $E$ , интенсивности излучения  $J$ , температуры образца  $T$  и концентрации свободных носителей  $N$  (справа)

полей. Разогрев решетки кристалла  $T(t)$  за время импульса в рассматриваемых условиях <sup>\*</sup>) должен носить адиабатический характер, и его нетрудно оценить, зная теплоемкость полупроводника. В умеренно легированных образцах  $p$ - $\text{Ge}$  этот разогрев не превышал 20–30 К и заметно влиял на величину интенсивности ДИКИ. Особенно существенно это проявлялось в случае стимулированного излучения. ДИКИ регистрировалось с помощью различных фотоприемников, таких как  $\text{Ge} \cdot \text{Ga}$  с чувствительностью в интервале длин волн  $\lambda = 60 \div 120$  мкм,  $n$ - $\text{GaAs}$  ( $\lambda = 180 \div 350$  мкм) и  $n$ - $\text{InSb}$ , спектральная чувствительность которого перестраивалась внешним магнитным полем (см., например, [82]). Для измерений зависимости интенсивности стимулированного излучения от времени использовался

<sup>\*</sup>) Мощность теплоотода в жидкий гелий не превышает 1 Вт/см<sup>2</sup>





Р и с. 52. Вольт-амперные характеристики p-Ge с  $N_A - N_D = 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_D/N_A \approx 0,5$  в холловской конфигурации в зависимости от поля  $B$  (кГс):  
 1-0; 2-5; 3-10,5; 4-13,4

малокомпенсированный. фотоприемник из Ge:Ga с  $N_A \approx 5 \times 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , в котором времена жизни фотосдырок не превышали  $10^{-8}$  с. Фотоприемники размещались как в одном с излучателем кристате 4 (см. рис. 49) (в этом случае они удалялись от излучателя на расстояние больше 20 см, так чтобы магнитное поле источника ДИКИ не влияло на их чувствительность), так и в отдельном кристате 5. Тогда ДИКИ передавалось к фотоприемнику по трубке-световоду с общей длиной около 2 м. Для спектральных измерений обычно использовался вариант с двумя кристатами, а в качестве перестраиваемого фильтра 7 использовались либо  $n\text{-InSb}$  с перестраиваемым магнитным полем полосой поглощения ДИКИ, либо интерферометр Майкельсона 6. С помощью  $n\text{-InSb}$  проводились измерения частоты  $\omega$  стимулированного излучения на первом этапе спектральных исследований, они обеспечивали спектральное разрешение  $\Delta\nu/\nu = 10 \pm 20\%$ . Более детальные спектральные исследования (см. разд. 2.4) были проведены совместно ИПФ АН СССР и ФИ АН СССР на решеточном (с разрешением  $\Delta\nu \approx 1 \text{ см}^{-1}$ ) и фурье-спектрометре ( $\Delta\nu \approx 0,1 \text{ см}^{-1}$ ).

Исследование ДИКИ из  $p\text{-Ge}$  в  $B1E$  и  $E$ -полях проводилось на легированных галлием с  $N_A - N_D = (6 \cdot 10^{13} \pm 10^{15}) \text{ см}^{-3}$  малокомпенсированных ( $N_D/N_A \leq 0,3$ ) образцах различной формы и различной оптической толщины - от оптически тонких с соответствующим размером  $L \leq 1 \text{ мм}$  до оптически достаточно толстых с  $L = 2 \pm 15 \text{ см}$ . Омические контакты на  $p\text{-Ge}$ , как правило, создавались напылением  $Ag$  на шлифованные подконтактные поверхности, но применялись и более традиционные контакты из  $In-Au$ . Первый из этих способов является намного более технологичным и его использование обеспечивает целый ряд экспериментальных возможностей. При необходимости грани образцов полировались. Для получения эффектов стимулированного излучения использовались сравнительно большие образцы  $p\text{-Ge}$  с  $L = 3 \pm 12 \text{ см}$ , которые вырезались в форме прямоугольного параллелепипеда с плоскопараллельностью противоположных граней не хуже  $1'$ , так чтобы они могли служить и активной средой, и резонатором на полном внутреннем отражении одновременно. Площадь поперечного сечения  $S$  таких образцов изменялась от  $0,02$  до  $0,7 \text{ см}^2$ . Получить эффект стимулированного излучения на образцах с  $S < 0,02 \text{ см}^2$  не удалось, а образцы  $S > 0,7 \text{ см}^2$  не использовались, так как в этом случае либо возникала проблема согласования с источником тока, либо они просто не помещались в использованную экспериментальную установку.

## 2.2. СПОНТАННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ И ДИАГНОСТИКА ИНВЕРСИИ НАСЕЛЕННОСТЕЙ ДЫРОК

Поиску эффекта стимулированного излучения предшествовала работа по исследованию спонтанного ДИКИ из оптически тонких ( $L \leq 1$  мм) и оптически толстых (до 15 см) образцов р-Ge. Целью таких исследований являлось обнаружение инверсии населенностей на  $\nu$ -h-переходах и определения условий, благоприятных для эффектов усиления ДИКИ.

Ранее для исследования инверсии населенностей в распределении дырок использовались холловские измерения [83,84,52,30,26] и измерения поглощения в ближней ИК-области на прямых оптических переходах из подзон легких и тяжелых дырок в отщепленную спин-орбитальным взаимодействием подзону валентной зоны [66,69,85,86]. Холловские измерения показали возможность значительного накопления легких дырок в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях. Из этого непосредственно следовало, что между подзонами легких и тяжелых дырок имеет место инверсия населенностей, но установить соответствующую ей область энергий (частот переходов), и тем самым сделать какие-либо количественные оценки в рамках холловских измерений, было невозможно. С другой стороны, измерения ИК-поглощения на переходах в отщепленную подзону [66,69,85,86] позволили детально исследовать функции распределения легких и тяжелых дырок в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях и на основании этого не только обнаружить инверсию, но и провести ее количественные измерения - снять зависимости от  $B$ - и  $E$ -полей, от энергии, определить отношение функций распределения на интересующих нас переходах. Однако эта процедура требует громоздких промежуточных вычислений на базе довольно сложных экспериментальных измерений и не является достаточно прямой, хотя в принципе она позволяет получать практически исчерпывающую информацию о перераспределении дырок. В то же время первые работы по спонтанному ДИКИ [87,88,89] лишь фиксировали накопление легких дырок и указывали значения  $B$ - и  $E$ -полей, в которых оно имело место. Правда, в отличие от холловских данных "возгорание" - т.е. увеличение интенсивности спонтанного излучения при приложении магнитного поля - отражало накопление легких дырок в интервале переходов, соответствующих полосе чувствительности использовавшегося детектора ДИКИ. Однако интерпретация результатов на предмет выявления инверсии населенностей либо не предпринималась [87,88], либо была ошибочной [89]. Позже, в работе [90], было показано,

что исследование спонтанного излучения позволяет достаточно просто установить инверсию населенностей и дать ее основные количественные характеристики (см. также [54]). Более того, метод исследования по спонтанному излучению существенно дополняет вышеперечисленные методы, позволяя исследовать процесс внутривозонных непрямых оптических переходов, приводящих к нежелательному поглощению ДИКИ. Немаловажно и то, что исследование спонтанного излучения, будучи достаточно информативным, является весьма простым и доступным.

Рассмотрим методику исследования межвозонной инверсии по спонтанному ДИКИ. Согласно уравнению переноса интенсивности излучения в средах (см., например, [91]) спектральную интенсивность излучения  $J_{\vec{k}}(\omega)$  однородного слоя среды, если не учитывать переотражение от границ, можно записать в виде

$$J_{\vec{k}}(\omega) = [J_{\vec{k}}(\omega)/\alpha_{\vec{k}}(\omega)] [1 - \rho \rho(-\alpha_{\vec{k}} L_{\vec{k}})],$$

где  $L_{\vec{k}}$  — толщина слоя в направлении излучения;  $\vec{k}^{\circ}$ ,  $\alpha_{\vec{k}}^{\circ}$ ,  $J_{\vec{k}}^{\circ}$  — соответствующие этому направлению коэффициент поглощения (усиления) и интенсивность спонтанного излучения единицы объема среды. Излучательная способность  $J_{\vec{k}}^{\circ}$  пропорциональна населенности "верхних" (излучающих) состояний, а  $\alpha_{\vec{k}}^{\circ}$  — разности населенностей верхних и нижних состояний. Из выражения для  $J_{\vec{k}}(\omega)$  видно, что для исследования населенностей излучающих состояний достаточно иметь дело с оптически тонкими средами, когда  $|\alpha_{\vec{k}} L_{\vec{k}}| \ll 1$ ; в этом случае  $J_{\vec{k}} = J_{\vec{k}}^{\circ} L_{\vec{k}}$ . Это исключает поглощение в слое и тем самым значительно упрощает интерпретацию данных по излучению. В то же время для исследования эффектов усиления (поглощения), естественно необходимы измерения на оптически толстых образцах с  $|\alpha_{\vec{k}} L_{\vec{k}}| \geq 1$ . В р-область на межвозонных переходах дырок в  $\bar{V} \perp \bar{E}$  полях возможные значения коэффициента усиления малы ( $|\alpha| \leq 0,1 \text{ см}^{-1}$ ), а исследование на образцах длиной  $L \geq 10 \text{ см}$ , и тем более использование резонаторов, значительно усложняет проведение эксперимента. Кроме того, из-за неоднозначности факторов, способных определять  $\alpha$ , возникают дополнительные сложности интерпретации, которые легче преодолеть, используя данные измерений на образцах с  $|\alpha_{\vec{k}} L_{\vec{k}}| \ll 1$ . Таким образом, на первом этапе экспериментальных исследований естественно начать измерения спонтанного излучения на оптически тонких образцах. Для диагностики инверсии населенностей  $\ell$ -h-перехода необходимо выделить именно ту часть интенсивности излучения, которая определяется этими переходами  $J^{\ell h}(\omega) \sim f^{\ell}(\xi)$

при  $\xi = \hbar\omega(1 + m^p/m^h)$ . Тогда, сравнивая интенсивность этого излучения при  $B=0$  ( $\gamma_{E_0}^{2h}(\omega)$ ) с той, что имеет место в полях  $B \neq 0$  ( $\gamma_{E_B}^{2h}(\omega)$ ); т.е. измеряя степень "возгорания" интенсивности спонтанного излучения, связанного с накоплением легких дырок при приложении магнитного поля, легко оценить значение  $f^p(\rho)/f^h(\rho)$  в  $B \perp E$  полях. Эта оценка делается на основании теоретических расчетов соотношения функций распределения  $f^p(\rho)/f^h(\rho)$  в нулевом магнитном поле и зависимостей  $f^h(\rho)$  от величины магнитного поля. Заметим, что при  $\rho_{A_0}^h \geq \rho_0^h$  (см. разд.1.1) функция распределения тяжелых дырок в области энергий  $\xi = \hbar\omega m^p/m^h \leq \delta\xi m^p/m^h$  практически не зависит от магнитного поля, что, естественно, упрощает интерпретацию. Необходимые зависимости нетрудно получить на основании аналитических выражений  $f^h$ , приведенных в разд.1.1 (см. также [90, 54]). Для более точных заключений следует использовать результаты численного моделирования.

Согласно аналитическим выражениям для функций распределения (см. разд. 1.1 и [54]) зависимость  $\gamma_{E_0}^{2h}$  от  $E$  должна иметь вид

$$\begin{aligned} \gamma_{E_0}^{2h}(\langle\omega\rangle) &\approx \text{const} & E < E^*, \\ \gamma_{E_0}^{2h}(\langle\omega\rangle) &\sim E^{-2/3} \left\{ 1 - [(E/E^*)^{2/3} - 1] \cdot (E^*/E)^{1/3} \right. \\ &\times \ln \left[ \frac{(E/E^*)^{1/3} - 1}{(E/E^*)^{1/3} + 1} \right] \xrightarrow{E \gg E^*} 2E^{-2/3}, & E > E^*. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь  $\langle\omega\rangle$  - средняя частота полосы чувствительности фотоприемника, а  $E^* = 2(\langle\omega\rangle/\omega_0)^{3/2} E_0 / 3$  - такое характерное

значение поля, когда

$$\langle\hbar\omega\rangle = \delta\xi \approx (3E^*/2E_0)^{2/3} \hbar\omega_0.$$

Критерий инверсии, т.е. условия, при котором  $f^p(\xi = \hbar\omega) > f^h(\xi = \hbar\omega m^p/m^h)$ , если его выразить через интенсивности спонтанного излучения на  $\rho$ - $h$  переходах, при данном значении  $E$  будет иметь вид

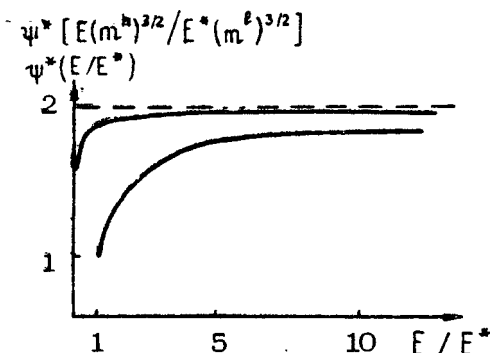
$$K = \frac{\gamma_{E_B}^{2h}(\omega)}{\gamma_{E_0}^{2h}(\omega)} = \frac{f_{E_B}^p}{f_{E_0}^p(\xi)} \cdot \left(\frac{m^h}{m^p}\right)^{1/2} \begin{cases} \frac{\psi(\xi m^p/m^h)}{\psi(\xi)} \approx \frac{2}{\psi(\xi)}; & E > E^*, \\ \frac{\xi\psi(\xi m^p/m^h)}{\delta\xi} \approx \frac{2\xi}{\delta\xi}; & E < E^*, \end{cases} \quad (2.2)$$

где  $\psi(\xi) = 1 - (\delta\xi/\xi - 1) \sqrt{\xi/\delta\xi} \ln \left\{ \left[ (\delta\xi/\xi)^{1/2} - 1 \right] / \left[ (\delta\xi/\xi)^{1/2} + 1 \right] \right\}^{1/2}$ ,  
 $\xi = \hbar\omega(1 + m^e/m^h)$ .

Если воспользоваться зависимостью  $J_{E0}^{eh}$  от  $E$ , то этот критерий можно "привести" к уровню спонтанного излучения в полях  $E' < E^*$ , тогда он принимает вид

$$K^* = J_{E0}^{eh} / J_{E'0}^{eh} > \left( \frac{m^h}{m^e} \right)^{1/2} \left( \frac{E^*}{E'} \right)^{2/3} \psi^* \left( \frac{E}{E^*} \left( \frac{m^h}{m^e} \right)^{3/2} \right); E > E^* \left( \frac{m^e}{m^h} \right)^{3/2}. \quad (2.3)$$

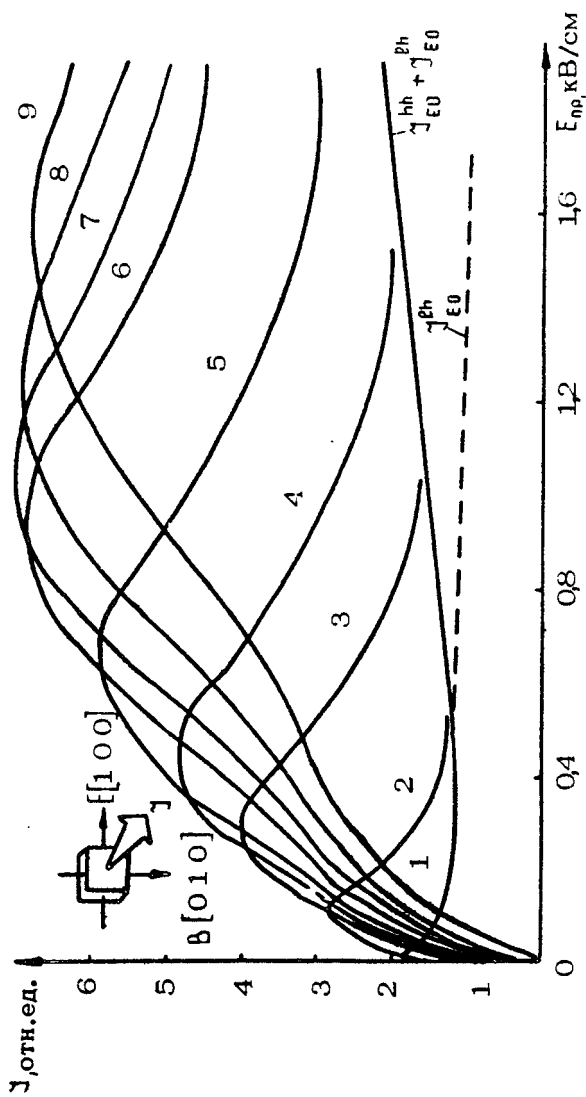
График  $\psi^*$  представлен на рис.53. Условием (2.3) пользоваться



Р и с. 53. Зависимость функций  $\psi^*$ , определяющих критерий инверсии населенностей по спонтанному излучению от электрического поля

ся удобней, так как в полях  $E' < E^*$ , как правило, можно не учитывать вклада в интенсивность  $J_{E0}$  излучения на  $h-h$  - переходах:  $J_{E0} = J_{E0}^{eh} + J_{E0}^{hh} \approx J_{E0}^{eh}$ . С другой стороны, вклады  $J_{E0}^{eh}$  и  $J_{E0}^{hh}$  нетрудно разделить, используя различный характер зависимостей от электрического поля. Заметим, что  $J_{E0}^{hh} \sim \nu_{эф}^h$ ;  $\nu_{эф}^h$  - эффективная частота рассеяния тяжелых дырок, которую нетрудно получить из измерений вольт-амперной характеристики.

На рис.54 приведена совокупность зависимостей интенсивности спонтанного излучения из  $p-Ge$  в  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях от  $E_{пр}$  ( $E_{пр}$  - приложенное поле) при различных значениях  $B$  в холловской конфигурации для образца с  $N_A \approx 5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3} [90]$ . Вольт-амперные характеристики на этом же образце в той же конфигурации представлены на рис.52. Если обратиться к ре =



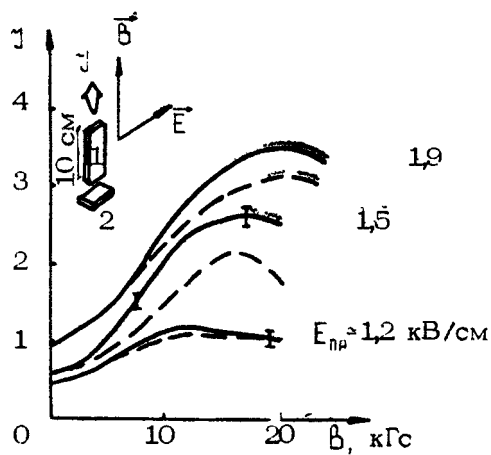
Р и с. 54. Интенсивность спонтанного излучения в полосе 10–20 мэВ в  $E_{пр}$  и  $\vec{E}_{пр} \perp \vec{B}$  полях на  $p$ - $n$  бе с  $N_A \sim N_D \approx 5 \cdot 10^{13}$  см $^{-3}$ ,  $N_D/N_A \approx 0,5$  в холловской конфигурации при  $B$  (кГс): 1– $B=0$ ; 2–0,8; 3–2; 4–3,3; 5–5,4; 6–7,8; 7–8,8; 8–10,5; 9–13,4

результатам этих измерений, то, согласно вышеизложенному, в полях  $100 \text{ В/см} < E_{np} < 600 \text{ В/см}$  на переходах, соответствующих максимуму  $\Gamma_e: \Gamma_a$  - фотоприемника,  $J_{E_0} \approx J_{E_0}^{th}$  и максимум инверсии соответствует значениям полей  $E = 13,4 \text{ кГс}$ ,  $E_{np} \approx \pm 1,7 \text{ кВ/см}$ . При этих полях максимально достижимое значение соотношения функций распределения на оптических  $\Gamma-h$  - переходах, соответствующих полосе ( $\Delta\lambda = 60 \div 120 \text{ мкм}$ ) чувствительности использовавшегося фотоприемника из  $\Gamma_e: \Gamma_a$  будет следующим:  $f^e/f^h \approx 2,5$ .

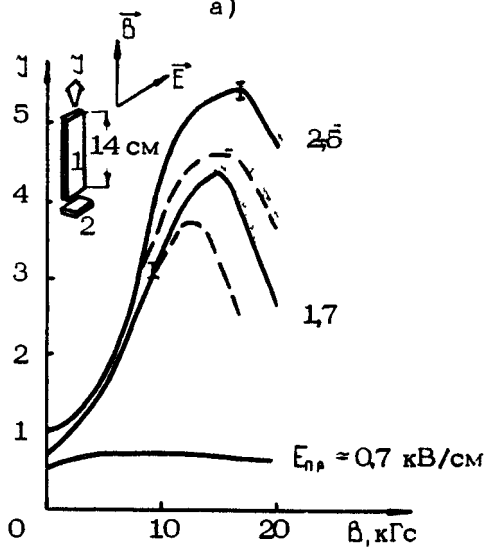
Заметим, что согласно численным расчетам в образце с  $N_A = 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  для  $\hbar\omega = 15 \text{ мэВ}$  ( $\lambda \approx 80 \text{ мкм}$ ) можно ожидать  $f^e/f^h \approx 3$ . Получаемое соответствие расчетов и эксперимента можно считать хорошим. На основании аналогичных измерений можно не только обнаружить инверсию населенностей и оценить ее значение, но и получить зависимости ее от различных факторов, таких как, скажем, концентрация центров рассеяния, температура решетки, относительная ориентация кристаллографических направлений и т.д. Такие исследования получили развитие в работе [92].

Полученные значения степени инверсии населенностей на  $\Gamma-h$  - переходах позволяют рассчитывать (ср. разд. 1.1) на коэффициент усиления  $|\alpha^{eh}|$  ( $\hbar\omega = 10 \div 20 \text{ мэВ}$ )  $\approx 0,05 \text{ см}^{-1}$  на некомпенсированном  $p-\Gamma_e$  с  $N_A \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . В лучшем случае, на более легированных образцах можно ожидать  $|\alpha^{eh}| \approx 0,1 \text{ см}^{-1}$ . Значит, для исследования эффектов усиления, как это уже отмечалось, требуются либо измерения на оптически толстых образцах ( $L \gtrsim 10 \text{ см}$ ), либо использование резонаторов. Но в последнем случае необходим контроль качества резонатора, хорошее знание его характеристик, что в условиях работы с жидким гелием затруднительно. Поэтому для анализа эффектов усиления ДИКИ в системе дырок в скрещенных полях использовались измерения излучения на образцах, которые при  $B=0$  являются оптически толстыми (непрозрачными) в интересующем нас диапазоне длин волн [93]. На рис. 55 приводятся результаты наблюдений излучения  $\Gamma_e: \Gamma_a$  - фотоприемником из образцов  $p-\Gamma_e$  с  $N_A \approx 0,9 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $L \approx 10 \text{ см}$  и  $N_A \approx 3 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $L \approx 14 \text{ см}$ . Уровень потерь из-за качества обработки поверхности образцов и их формы не позволял при ожидаемом коэффициенте усиления рассчитывать на развитие стимулированного излучения. Для изменения эффективной оптической толщины использовалось зеркало, крепившееся к нижней поверхности образца. Не останавливаясь на подробном изложении интерпретации





а)



б)

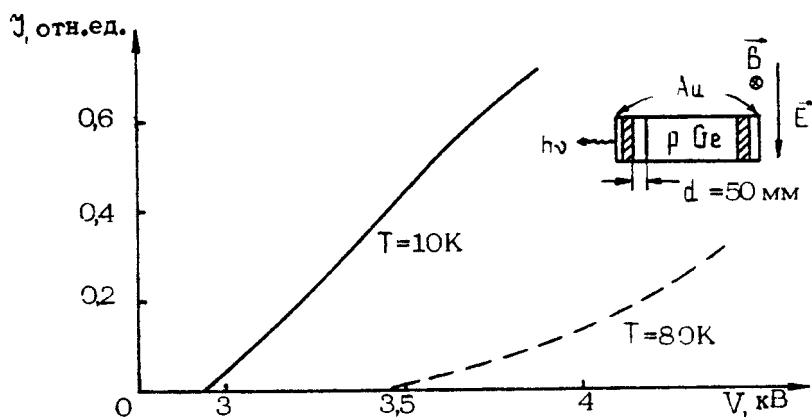
Р и с. 55. Зависимость интенсивности субмиллиметрового ( $\hbar\omega = 10 \pm 20$  мэВ) излучения из  $p$ -Ge в  $E \perp B$  полях от значений этих полей. Размеры образцов  $10 \times 0,6 \times 0,15$  см (а) и  $14 \times 0,6 \times 0,15$  см (б). Сплошная линия - измерения, когда со стороны нижней грани образца ставилось зеркало, пунктир - зеркало 2 отсутствовало

полученных результатов, заметим, что они показали значительно большее "возгорание" интенсивности излучения в магнитном поле по сравнению с соответствующими данными, полученными на оптически тонких образцах. Это означало, что в  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях имел место эффект "просветления" образца, т.е. уменьшение общего коэффициента поглощения. Количественная обработка результатов показала, что наряду с эффектом просветления в  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях имело место усиление ДИКИ с коэффициентом усиления  $|K| \approx (0,05 \pm 0,1) \text{ см}^{-1}$ . Сравнение степени "возгорания" интенсивности излучения на образцах различной оптической толщины (измерение с зеркалом и без него) позволило установить оптимальный для усиления диапазон электрических и магнитных полей. Оказалось, что оптимальные значения электрического поля близки к  $E_0/2 \div E_0$  ( $E_{пр} \approx 1,5 \pm 2,0 \text{ кВ/см}$ ), а соответствующие значения магнитного поля не превышают 20 кГс. Чрезвычайно существенным было также и то, что этими измерениями была показана возможность работы с образцами  $p$ - $\text{Ge}$  больших размеров при поперечном возбуждении (ток протекал поперек большего размера). Тем самым были сняты опасения, связанные с возможностью изготовления и использования протяженных омических контактов, с возникаемыми при подаче импульсов тока и неизбежными в таких образцах продольными деформациями, с возможной неоднородностью параметров и т.д. Все это способствовало успешному проведению дальнейших исследований на "длинных" образцах, которые в конечном итоге и привели к обнаружению эффекта стимулированного излучения.

## 2.3. ИССЛЕДОВАНИЕ СТИМУЛИРОВАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

### 2.3.1. Условия наблюдения стимулированного излучения

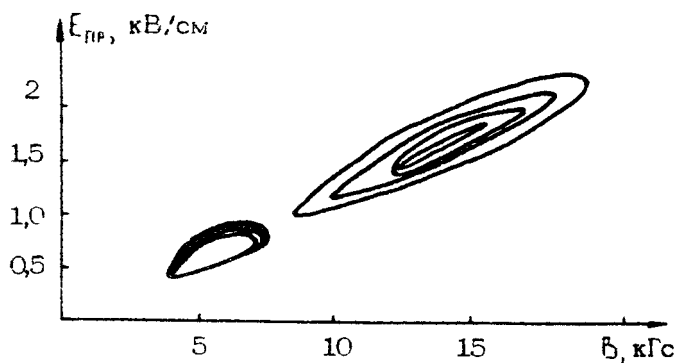
На приоритет в обнаружении эффекта стимулированного излучения на межподзонных переходах горячих дырок  $p$ - $\text{Ge}$  в  $\vec{B} \parallel \vec{E}$  полях имеют основания работы [72] и [32], выполненные в значительной степени независимо друг от друга и в существенно разных постановках. Первое сообщение о наблюдении стимулированного излучения с  $\lambda \approx 100 \text{ мкм}$  было сделано в работе [72]. Эффект был получен на образце  $p$ - $\text{Ge}$ , имевшем форму двутаврового бруса (рис.56) с  $N_A - N_D = 6,8 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и  $N_A + N_D \approx 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Размеры рабочей области (шейки двутавра) были  $1,8 \times 7 \times 17 \text{ мм}$ . Торцевые грани образца делались плоскопараллельными, и на них фиксировались зеркала, которые



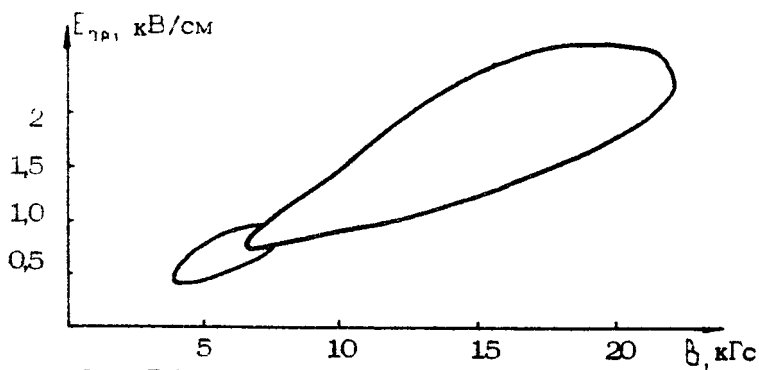
Р и с. 56. Зависимость интенсивности стимулированного излучения от напряжения на образце для разных температур.  $\nu = 23$  кГц,  $N_A - N_D = 6,8 \cdot 10^{14} \text{см}^{-3}$ ,  $N_A + N_D = 10^{15} \text{см}^{-3}$ . На вставке — конструкция рабочей части генератора. Данные взяты из работы [72]

представляли собой пластины из чистого германия с напыленным на внешней стороне (относительно активного образца) слоем золота. Выход излучения из такого резонатора типа Фабри-Перо осуществлялся через отверстие в одном из зеркал Селекция мод с помощью зазора (50 мкм) между одним из зеркал и торцом активной среды, по мнению авторов, позволяла рассчитывать на наибольшую добротность при  $\lambda \approx 100$  мкм. При  $\nu = 23$  кГц с ростом электрического поля в интервале  $E \approx 2,4 \div 3,2$  кВ/см наблюдался существенный (в 10 раз) рост интенсивности излучения, фиксируемого фотоприемником из  $\text{Ge:Ga}$ . Максимальная мощность излучения оценивалась в 1 мВт. Без зеркал интенсивность наблюдавшегося спонтанного ДИКИ была на полтора-два порядка меньше. Какие-либо более полные экспериментальные данные опубликованы не были (см., впрочем, заключение). Кроме того, имеются определенные трудности при интерпретации эффекта в рамках представлений, изложенных в гл.1.

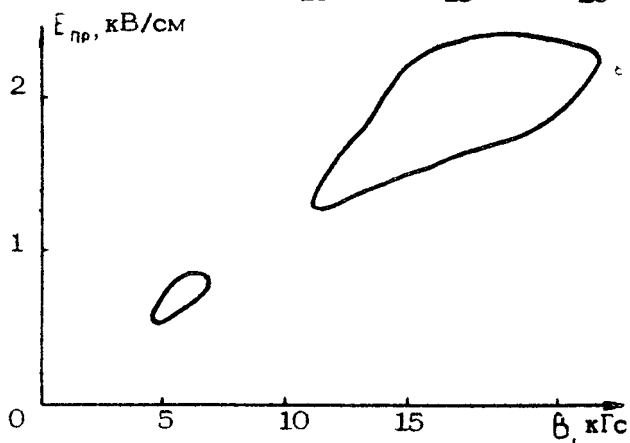
Сообщение [32] о наблюдении эффекта стимулированного ДИКИ на  $\nu$ - $h$ -переходах горячих дырок p-Ge в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях появилось позже. В отличие от [72] в работе [32] эффект стимулированного излучения наблюдался на образцах p-Ge, имевших форму прямоугольного параллелепипеда. Плоскопараллель-



а)

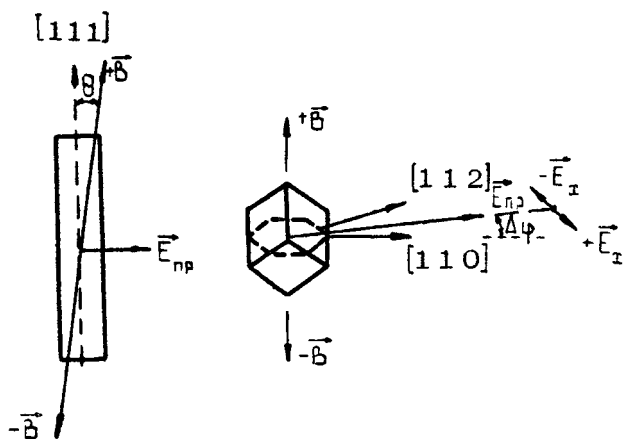


б)

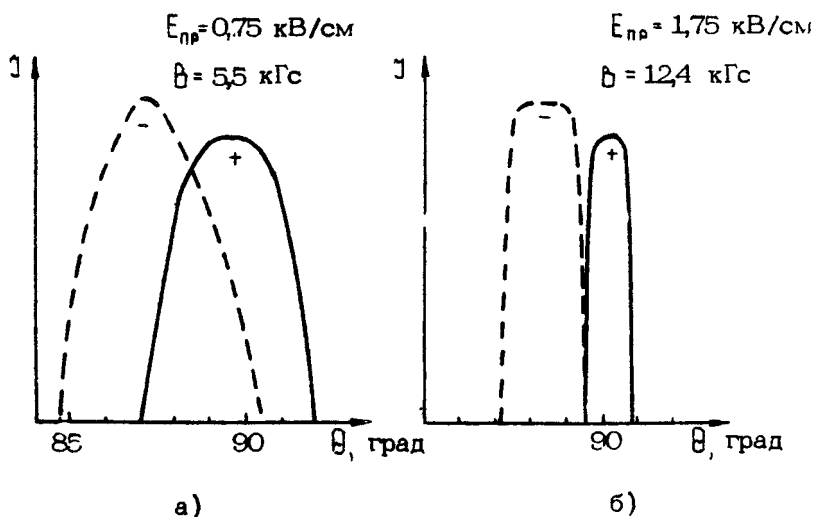


в)

Р и с. 58. Области генерации по  $\vec{E}_{пр}$  и  $\vec{B}$ -полям, полученные на образцах с различной степенью легирования: а - образец 1 (см.табл.1), б - образец 2, в - образец 3. На а) показаны зоны генерации при изменении угла  $\theta$  между  $\vec{B}$ - и  $\vec{E}_{пр}$ -полями через  $0,25^\circ$



Р и с. 59. Ориентация прикладываемых полей по отношению к оси образца и кристаллографическим направлениям. Справа показан характерный вид изоэнергетической поверхности тяжелых дырок  $\Gamma_6$



Р и с. 60. Зависимость интенсивности стимулированного излучения от угла  $\theta$  между  $\vec{B}$  - и  $\vec{E}_{np}$  - полями для образца 4. Пунктир соответствует смене знака поля  $\vec{B}$

значений  $\xi \leq 2 \text{ мм}^2$ . В настоящее время генерация ДИКИ на  $\Gamma$ -h -переходах в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях обнаружена нами на образцах малокомпенсированного Ge:Ga в интервале легирования  $N_A \approx 6 \cdot 10^{13} + 2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . На рис.58,а,б изображены области СИ для некоторых из них. С ростом концентрации дырок нижняя область СИ в слабых полях уменьшается, а верхняя сдвигается в большие поля. Заметим, что в образцах с  $N_A < 10^{14} \text{ см}^{-3}$  чувствительность эффекта СИ к качеству поверхности была выше при более сильных полях, перекося же граней одинаково сказывался во всем диапазоне полей.

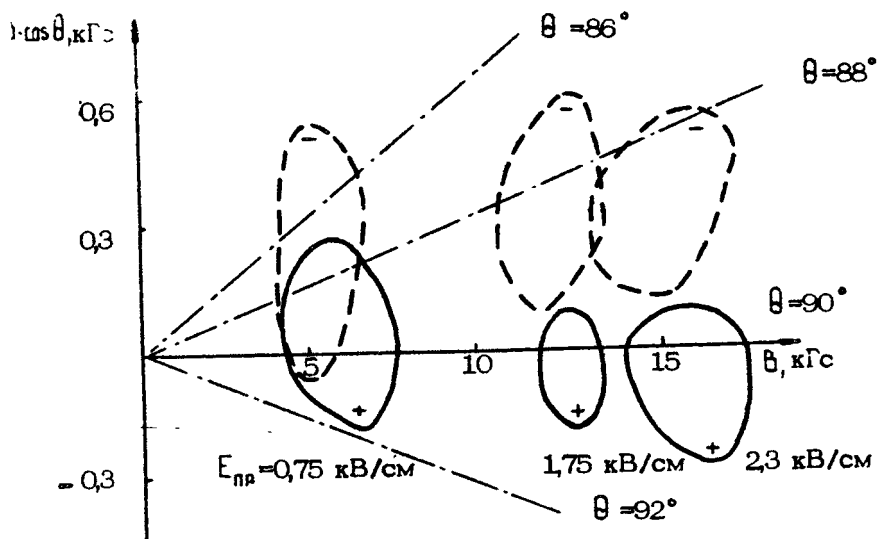
### 2.3.2. Проявление анизотропии валентной зоны

Полученные и опубликованные ко времени написания данной книги экспериментальные результаты [32-40, 94-97] относятся к случаю ориентации магнитного поля  $\vec{B}$  вдоль кристаллографического направления типа  $[111]$ , основные из них достаточно хорошо укладываются в представления изотропной модели валентной зоны. Поэтому влияние анизотропии подзон (в Ge она существенна лишь для подзоны тяжелых дырок) в связи с экспериментом фактически (за исключением работы [101]) не обсуждалось. Таким образом, здесь речь пойдет о первых экспериментальных данных, явно отражающих влияние эффектов анизотропии валентной зоны на СИ лазера на межподзонных переходах горячих дырок Ge. Ниже будут приведены результаты, полученные на образцах 1 и 2 (см.табл.1) с  $N_A - N_D \approx 8 \times 10^{13} \text{ см}^{-3}$ . Эффект СИ развивался на модах полного внутреннего отражения. Конфигурация прикладываемых полей и характерных направлений образца  $\Gamma$ -Ge отражена на рис.59. Электрическое поле  $\vec{E}_{np}$  прикладывалось в направлении, принадлежащем плоскости  $[111]$  кристаллической структуры Ge, и составляло с кристаллографическим направлением  $[110]$  угол  $\Delta\varphi \leq 5^\circ$ . Магнитное поле ориентировалось в направлении, лежащем в плоскости, образуемой полем  $\vec{E}_{np}$  и кристаллографическим направлением  $[111]$ . Угол  $\theta$  между полями  $\vec{B}$  и  $\vec{E}_{np}$  мог плавно изменяться (см.разд.2.1) в пределах  $85-95^\circ$ . На рис.60 приведены характерные зависимости интенсивности СИ от угла  $\theta$ , полученные на образце 1 при значениях полей, соответствующих длинноволновой ( $E_{np} = 0,75 \text{ кВ/см}$ ,  $\theta = 5,5 \text{ кГц}$ ) и коротковолновой ( $E_{np} = 1,75 \text{ кВ/см}$ ,  $\theta = 12,4 \text{ кГц}$ , см.разд.(2.31) и ниже спектральные измерения) областям генерации. Сплошная (+) и пунктирная (-) кривые соответствуют магнитному полю двух взаимно противоположных направлений.

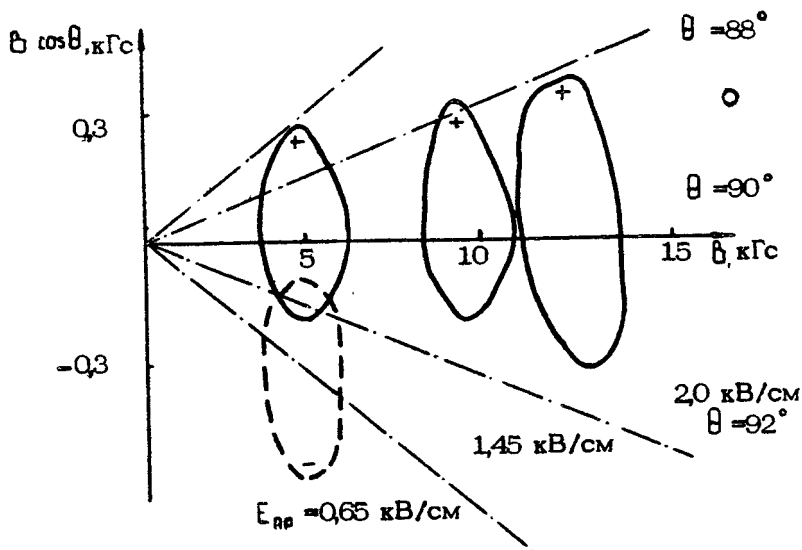
Таблица 1

Но- мер об- раз- ца	$N_A - N_D$ , см <sup>-3</sup>	Размеры активной среды, $L \times B \times d$ мм	Расстояние между кон- тактными гранями ( $B$ ); направление поля $E_{np}$	Тип резонатора
1	$8 \cdot 10^{13}$	50x5x4,0	5; [110]	На модах полного внутреннего отра- жения. $R_{1,2}^* = \infty$
2	$8 \cdot 10^{13}$	47x6x3,0	6; [112]	--
3	$9,5 \cdot 10^{13}$	50x6x3,0	6; [110]	--
4	$8 \cdot 10^{13}$	50x5x4,0	5; [110]	--
5	$8 \cdot 10^{13}$	47x6x3,0	6; [110]	--
6	$8 \cdot 10^{13}$	125x7,5x4,5	7,5; [110]	--
7	$8 \cdot 10^{13}$	125x7,5x4,5	7,5; [110]	На модах полного внутреннего отраже- ния. $R_1 = \infty, R_2 = 190$ мм
8	$8 \cdot 10^{13}$	125x7,5x4,5	7,5; [110]	На аксиальных мо- дах открытого ре- зонатора с внешни- ми зеркалами.
9	$8 \cdot 10^{13}$	47x5x2,0	5; [110]	На модах полного внутреннего отра- жения, грань 5x x47 мм гофрирована с периодом 13,8 мкм.
10	$9,5 \cdot 10^{13}$	30x6x3,0	6; [110]	На модах полного внутреннего отра- жения. $R_{1,2} = \infty$
11	$8 \cdot 10^{13}$	47x5x2,0	5; [110]	--
12	$8 \cdot 10^{13}$	45x5x0,68	5; [110]	--

<sup>\*)</sup>  $R_{1,2}$  - радиусы кривизны поверхностей торцевых граней образцов  $p$ -Ge



а)



б)

Р и с. 61. Области генерации на плоскости параметров  $V$  и  $V \cos \theta$  для фиксированных значений  $E_{пр}$ : а - образец 4, б - образец 5. Пунктир соответствует смене знака поля  $\vec{V}$

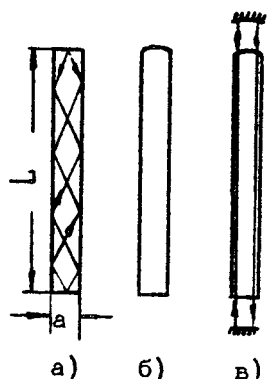


На рис.61,а и б показаны области параметров  $\theta$  и  $\vartheta$ , где наблюдался эффект СИ для образцов 1 и 2 соответственно. Аналогичные результаты имели место и на образцах  $\rho$ - $\beta$ е с другими концентрациями дырок.

Из полученных результатов видно, что эффект СИ является чувствительным к изменению угла  $\theta$ , здесь нет ничего неожиданного, и это можно легко понять в рамках изотропной модели валентной зоны. Более интересен тот факт, что оптимальный для СИ угол  $\theta$  отличается от  $90^\circ$  и зависит от знака магнитного поля. Для образца 2 (см.рис.61,б) в области сильных полей в пределах юстировки  $\Delta\theta = \pm 5^\circ$  генерация наблюдалась только при одной ориентации магнитного поля. Таким образом, в эксперименте обнаружилась явно выраженная невязанность по полю  $\vec{B}$ . Невязанность по полю  $\vec{E}_{np}$ , как показали измерения, отсутствовала. Выяснилось также, что более тщательная ориентация поля  $\vec{E}_{np}$  (контактных граней) по симметричным  $[112]$  и  $[110]$  направлениям уменьшала эффект невязанности по  $\vec{B}$ . Полученные результаты можно объяснить, лишь принимая во внимание анизотропию зонной структуры (см.разд.2.5)

### 2.3.3. Направленность, мощность и временные характеристики

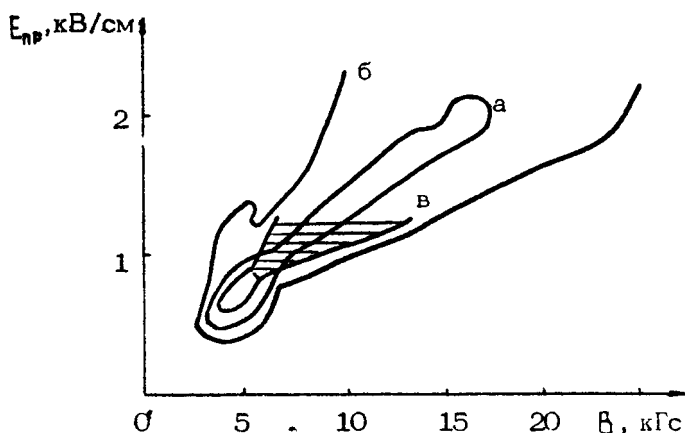
Для возможных приложений важно, как иногда говорят, качество выходного излучения генератора: спектральный состав, направленность, мощность, длительность и т.д. Известно, что все эти характеристики во многом определяются такими параметрами резонатора, как селективность, характер его связи с внешним пространством, добротность. Выбранный в работах [32-40] вариант резонатора на модах полного внутреннего отражения, являясь простым и эффективным для поиска эффектов СИ, исследования их различных характеристик. имеет, пожалуй, единственный существенный недостаток — не обеспечивает обычной для лазеров высокой направленности выходного излучения. Последнее связано не столько с ограниченными возможностями селекции мод резонатора на полном внутреннем отражении, сколько с использовавшимся в вышеупомянутых работах характером связи такого резонатора с внешним пространством. Как нам представляется, эта связь осуществлялась через торцы прямоугольных параллелепипедов благодаря рассеянию на различных дефектах в объеме и на поверхности образцов, а также ребрах параллелепипедов. Обеспечить направленный характер



Р и с. 62. Переход от резонатора на модах полного внутреннего отражения к полуконфокальному резонатору с внешними зеркалами: а - образец 6, б - образец 7, в - образец 8

связи резонатора на полном внутреннем отражении с внешним пространством можно, но технически это сделать не просто. Поэтому для обеспечения хорошей направленности выходного пучка излучения был использован традиционный вариант лазера на аксиальных модах резонатора полуконфокального типа с внешними зеркалами.

На рис.62 отражена последовательность изготовления такого лазера (образец 6 - см.табл.1). Вначале из р-Ge с концентрацией мелких примесных центров ( $N_A - N_D \approx 8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_D/N_A \approx 0,3$ ) был изготовлен прямоугольный параллелепипед (рис.62,а) размерами  $125 \times 7,5 \times 4,5 \text{ мм}$ , все грани которого, за исключением тех, на которые наносились контакты, оптически обрабатывались и были попарно параллельны с точностью до  $1'$ . Образец был вырезан вдоль кристаллографического направления  $[1 \bar{1} 1]$ , так что контактные грани  $125 \times 4,5 \text{ мм}$  ориентировались вдоль  $[1 \bar{1} 1]$  нормально к  $[110]$ . Выбор длины образца был продиктован малостью коэффициента усиления ИК-излучения:  $\alpha \approx 0,01 \div 0,02 \text{ см}^{-1}$  [34,36,38]. Измерения на прямоугольном параллелепипеде ставили своей целью проверить возможность достижения эффекта СИ на выбранном образце и выяснить необходимые для этого значения полей  $\mathcal{B}$  и  $\mathcal{E}$ . Зона генерации для образца 6 показана на рис.63.



Р и с. 63. Зоны генерации для образцов 6 (а), 7 (б), 8 (в) (см.табл.1 и рис.62). Штриховкой выделена высокочастотная область генерации образца 8

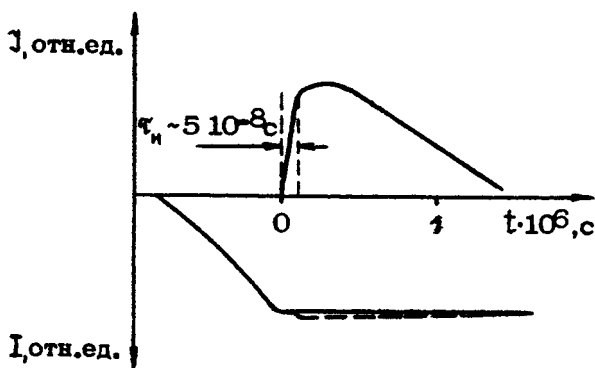
Следующим шагом (рис.62,б) один из торцов был сделан сферическим ( $R = 190\text{мм}$ ). Эффект СИ на таком образце 7 (см.табл.1) имел место в большей области  $\nu$ - и  $E$ -полей (см.рис.63), что указывает на достигнутое таким образом увеличение добротности резонатора. Эффект СИ и в этом случае развивается на модах полного внутреннего отражения, близких тем, что имели место в случае рис.62,а, но кривизна поверхности торцевой грани уменьшает выход СИ из-за рассеяния на ребрах, выброса СИ на контактные грани и компенсирует перекосы. Затем боковые грани параллелепипеда грубо шлифовались так, чтобы сорвать эффект СИ на модах полного внутреннего отражения, а к торцам были приложены зеркала с напылением. Одно из зеркал размером  $4 \times 5$  мм было сферическим с радиусом кривизны  $R_2 = 190\text{мм}$  (рис.62,в), другое - плоским ( $4,0 \times 3,5\text{мм}$ ). Выход СИ осуществлялся благодаря ограниченному размеру зеркал. В таком резонаторе эффект СИ восстанавливался, но в уменьшенной, особенно в слабых полях, области генерации (см.рис.63). Несколько опережая изложение, заметим, что в слабых полях  $E_{np} \lesssim 1\text{кВ/см}$ ,  $\nu \lesssim 7\text{кГц}$  СИ имеет место на частотах  $\nu = 40 \div 50\text{см}^{-1}$ , а в полях  $E_{np} \gtrsim 1\text{кВ/см}$ ,  $\nu \gtrsim 8\text{кГц}$  - на частотах  $\nu = 75 \div 125\text{см}^{-1}$  [35,37]. Таким образом, уменьшение области генерации в слабых  $\nu$ - и  $E_{np}$ -полях хорошо согласуется с увеличением

связи мод резонатора в длинноволновом диапазоне длин волн с внешним пространством. По оценкам видно, что на указанных выше размерах зеркал в диапазоне частот СИ  $\nu = 40 \div 50 \text{ см}^{-1}$  потери на связь имеют характерную величину  $\gamma = 0,01 \text{ см}^{-1}$ , что близко к типичным экспериментальным (см. ниже) значениям коэффициента усиления  $\alpha_{\text{эксп}} (50 \text{ см}^{-1}) \approx 0,01 \div 0,015 \text{ см}^{-1}$ . На частоте  $\nu = 100 \text{ см}^{-1}$  эта связь существенно меньше  $\gamma(100 \text{ см}^{-1}) \approx 0,001 \text{ см}^{-1}$  ( $\gamma \sim e^{-\Lambda/\lambda}$ , где  $\Lambda \approx \bar{S}/L$ ,  $\bar{S}$  - площадь зеркала,  $L$  - длина резонатора,  $\lambda$  - длина волны в вакууме), а коэффициент усиления среды больше  $\alpha_{\text{эксп}}(100 \text{ см}^{-1}) \approx 0,02 \div 0,03 \text{ см}^{-1}$  [38,36,34]. Сравнение откликов на СИ Ge: Ga-фотоприемника показало, что интенсивность излучения в единичном телесном угле (направление - ось параллелепипеда) для резонатора с внешними зеркалами (см. рис. 62, в)  $J_{\text{в}} -$  была заметно выше таковой для случаев рис. 62, а, б ( $J_{\text{а,б}}$ ):  $J_{\text{в}} \approx 50 J_{\text{б}} \approx 25 J_{\text{а}}$  в диапазоне частот СИ  $\nu = 40 \div 50 \text{ см}^{-1}$ ;  $J_{\text{в}} \approx 10 J_{\text{б}} \approx 5 J_{\text{а}}$  для  $\nu = 75 \div 125 \text{ см}^{-1}$ . Данные по уровням интенсивности излучения отражают различия потерь на связь и разную степень направленности выходного излучения для рассмотренных типов резонаторов. По оценкам для использовавшегося нами резонатора с внешними зеркалами при  $\nu = 100 \text{ см}^{-1}$  можно ожидать угловую расходимость выходного излучения на уровне  $1,5 - 3,0^\circ$ .

Мощность выходного излучения  $P_{\text{вых}}$  нетрудно оценить по превышению над мощностью спонтанного излучения того же образца p-Ge, скажем в нулевом магнитном поле. Излучательная способность p-Ge в рассматриваемых условиях определяется эффективной температурой дырок, которая при  $E \approx E_0/2$  и  $B = 0$  близка к значению  $T_{\text{эф}} \approx 0,8 \hbar \omega_0 / k$ , где  $k$  - постоянная Больцмана. Учитывая, что излучательная способность в направлении оси образца (с его торцов) близка к излучательной способности абсолютно "черного" тела с температурой  $T = T_{\text{эф}}$ , и полагая, что диаграмма направленности СИ близка к диаграмме направленности спонтанного излучения, нетрудно сделать соответствующие оценки. Для Ge: Ga-фотоприемника полоса чувствительности заключена в диапазоне  $\lambda = 60 \div 120 \text{ мкм}$ , а измеренное нами превышение уровня отклика Ge: Ga-фотоприемника на СИ ( $\lambda = 100 \text{ мкм}$ ) в сравнении с уровнем отклика на спонтанное излучение близко на образце 1 ( $N_A - N_D = 8 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ ,  $50 \times 5 \times 4 \text{ мм}$ ) к четырем порядкам. Тогда получаем, что  $P_{\text{вых}} \approx 7 \text{ Вт}$  в импульсе. Но, скорее всего, эта оценка занижена, так как СИ направлено, очевидно, более в сторону (в сравнении со

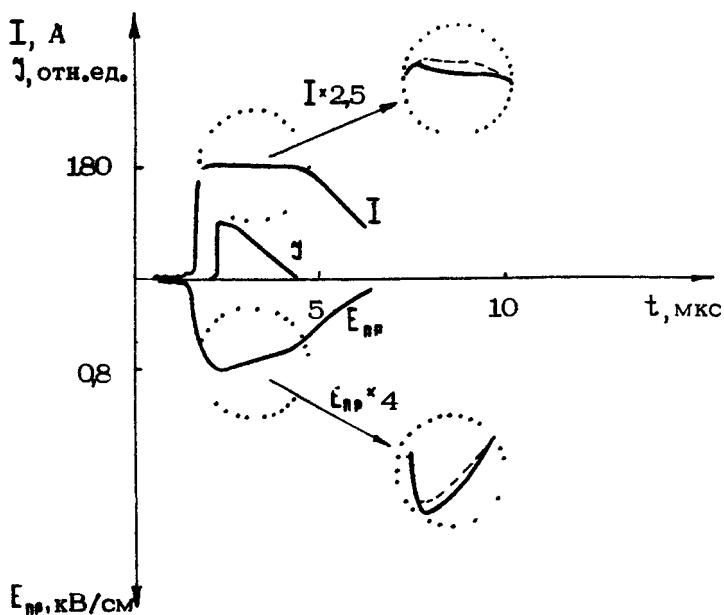
спонтанным) от оси образца, в направлении которой и регистрировалось излучение. Мощность СИ образца 6 была на порядок выше. Уровень выходной мощности СИ можно оценить и по изменению (из-за фотоионизации излучением примесных центров) сопротивления фотоприемника. Сопротивление  $\zeta_{\text{ф}}$  фотоприемника размерами  $5 \times 4 \times 1$  мм (напряжение смещения  $\approx 1$  В/см,  $N_A \approx 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_D/N_A \approx 0,3$ ) под действием СИ образца 1 в вышеизложенных измерениях уменьшалось с  $5 \cdot 10^6$  до  $20 \text{ Ом}$ . Зная времена рекомбинации  $\tau_R$ , подвижность фотодырок и сечение примесно-зонного  $\epsilon_{\text{Ah}}$  поглощения (акцептор-валентная зона) на соответствующей частоте ДИКИ, нетрудно сделать требуемые оценки. Полагая  $\tau_R = 10^{-8} \text{ с}$ ,  $\epsilon_{\text{Ah}} = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  и учитывая, что сопротивление образца при полной ионизации мелких акцепторов по температурным измерениям было близко к  $2 \text{ Ом}$ , получаем, что интенсивность излучения ( $\lambda \approx 100 \text{ мкм}$ ) на расстоянии  $30 \text{ см}$  от верхнего торца образца (используемая для переноса излучения металлическая трубка диаметром  $10 \text{ мм}$  имела разрыв  $2 \text{ см}$ ) при оптимальной юстировке источника была близка к  $1 \text{ Вт/см}^2$ . Первая оценка представляется более точной, так как в ней меньше плучо известных (в данном случае  $\tau_R$  и  $\epsilon_{\text{Ah}}$ ) параметров. Мощность джоулевых (тепловых) потерь в образце 1 при  $\nu = 12 \text{ кГц}$  и  $E_{\text{пр}} \approx 1,6 \text{ кВ/см}$  ( $I \approx 180 \text{ А}$ ) близка к  $150 \text{ кВт}$ , поэтому достигнутый коэффициент полезного действия  $\eta \approx 0,5 \cdot 10^{-4}$ . Важно, что полученные к настоящему времени значения  $\rho_{\text{вых}}$ ,  $\eta$  далеки от тех, которые возможны. Но соответствующая работа по оптимизации конструкции резонатора, выбору наилучшей степени легирования полупроводника, уменьшению длительности переднего фронта импульса подаваемого на образец поля (это желательно для уменьшения разогрева решетки) пока еще далека от завершения.

Характерная зависимость интенсивности СИ от времени показана на рис.64. Минимальные времена  $\tau_n$  нарастания в 10 раз интенсивности СИ до ее максимума, связанного с выходом на стационарный режим генерации, были близки к значениям  $\tau_n = (3 \div 4) 10^{-8} \text{ с}$  (образец 1 -  $\nu \approx 100 \text{ см}^{-1}$ ). Считая, что эти значения отражают инкремент нарастания СИ, из соотношения  $\alpha L' = \alpha \tau_n / \epsilon_0^{1/2} \approx \ln 10 \approx 2,3$  получаем оценку коэффициента усиления  $\alpha_{\text{эклп}} \approx 0,01 \text{ см}^{-1}$  [34,36]. Из-за зависимости  $\alpha$  от интенсивности СИ такая оценка на самом деле является заниженной по отношению к изначальному значению коэффициента усиления при  $I=0$ . Более детальные измерения фронта нарастания импульса СИ проведены в работе [38], они дают значения  $\alpha_{\text{эклп}} \approx 0,02 \div 0,03 \text{ см}^{-1}$ . Вершина импульса СИ



Р и с. 64. Типичная временная зависимость интенсивности стимулированного излучения  $J(t)$  и тока через образец  $I(t)$

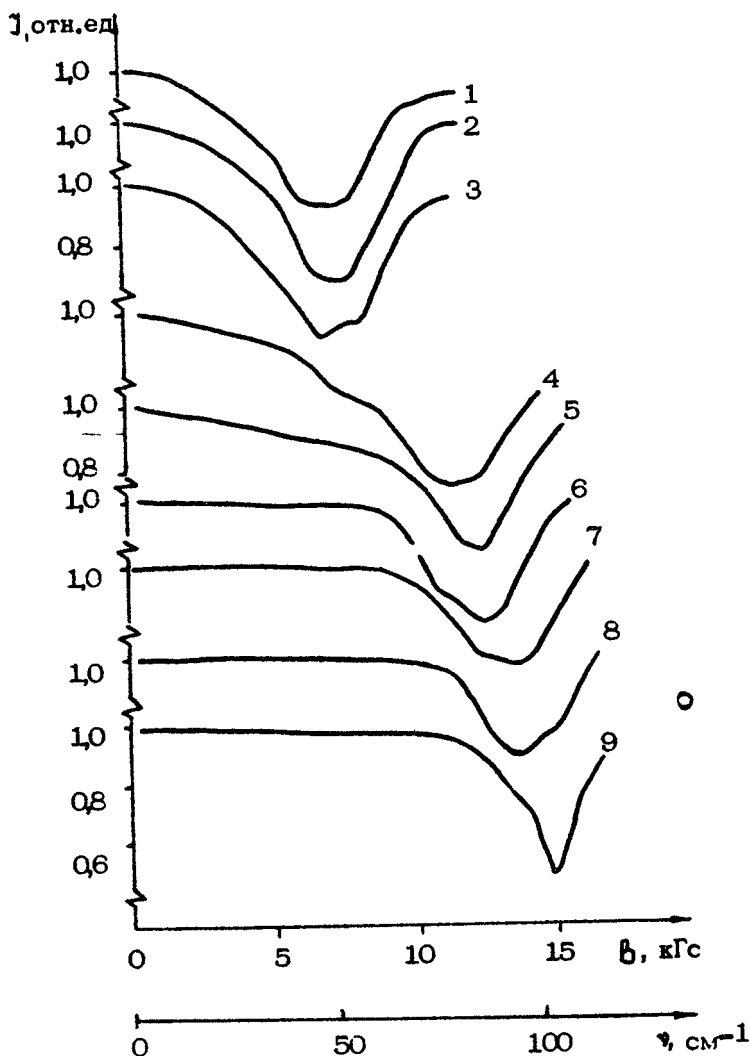
Полная длительность импульса СИ зависела от добротности резонатора и была порядка  $(1,5 \pm 4) \cdot 10^{-6}$  с. (Значение длительности импульса СИ  $4 \cdot 10^{-6}$  с получалось на образце 7). Эти времена и соответствующая зависимость от времени интенсивности СИ на заднем фронте импульса отражают влияние адиабатического разогрева решетки: за время  $10^{-6}$  с образец должен разогреться до температуры  $T \approx 20 \pm 30$  К. Необходимо отметить, что в момент генерации происходило возрастание плотности тока, протекающего через образец [36] (на рис. 65 отмечено пунктиром). Это явление (см. также [38]) связано с изменением концентрации легких и тяжелых дырок (концентрация тяжелых дырок увеличивается) и явно свидетельствует о выходе процесса СИ в нелинейный режим. Для разных образцов изменение тока из-за СИ составляло примерно 4%. На образцах "холловской геометрии", как и должно быть согласно численным расчетам (см. выше разд. 1.2 и 1.3), это изменение становилось менее выраженным или вообще не наблюдалось. Скачок тока из-за СИ, как этого и следовало ожидать, сопровождается скачком напряжения, величина которого, естественно, определяется используемой радиотехнической схемой источника тока.



Р и с. 65. Временные зависимости тока  $I$ , поля  $E_{пр}$  и интенсивности стимулированного излучения  $J$  на образце 2 (см.табл.1) при  $\nu \approx 7,7$  кГц. На вставках справа в увеличенном масштабе показано влияние процесса стимулированного излучения на  $I$  и  $E_{пр}$ . Пунктир и сплошная линия – поле и ток в режиме генерации и вне его

#### 2.3.4. Перестройка частоты стимулированного излучения

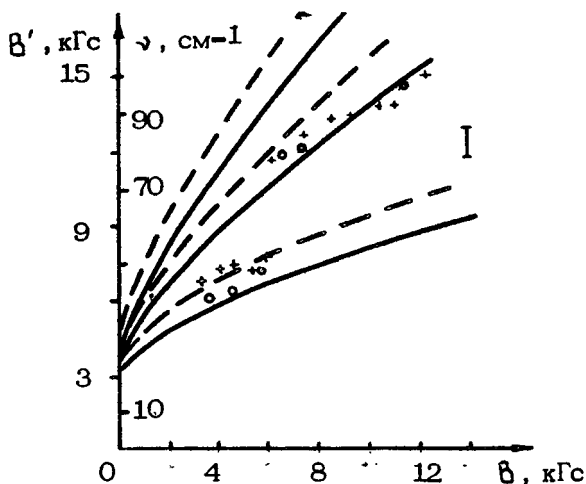
На первом этапе спектральных исследований было важно хотя бы грубо установить спектральный состав СИ и подтвердить его относительную узкополосность. В интересующем нас диапазоне частот для таких измерений может быть с успехом использовано (см., например, [82]) явление циклотронного резонанса на свободных носителях заряда в полупроводниках. Вполне доступным и подходящим для этой цели является  $n$ - $InSb$ . На рис.66 представлены зависимости интенсивности длинноволнового СИ (в качестве излучателя использовался образец 6), проходящего при "фарадеевской геометрии" через пластинку  $n$ - $InSb$  (толщина пластины  $d \approx 1,5$  мм,  $N_D - N_A \approx 7 \cdot 10^{13}$  см $^{-3}$ ), от величины магнитного поля  $B'$ , в котором она находилась. Резонансное уменьшение прохождения СИ объясняется поглоще-



Р и с. 66. Поглощение стимулированного излучения лазера (образец 6, см.табл.1) на циклотронном резонансе электронов  $\mu\text{-I n 58}$  для следующих значений полей  $B$  (кГс) и  $E$  (кВ/см) соответственно:  
 1) -3,8; 0,6; 2) -5,0; 0,7; 3) -6,0; 0,8;  
 4) 6,3; 0,9; 5) -7,6; 1,1; 6) -9,5; 1,2;  
 7) 10,7; 1,3; 8) -11,3; 1,4; 9) 12,6; 1,5



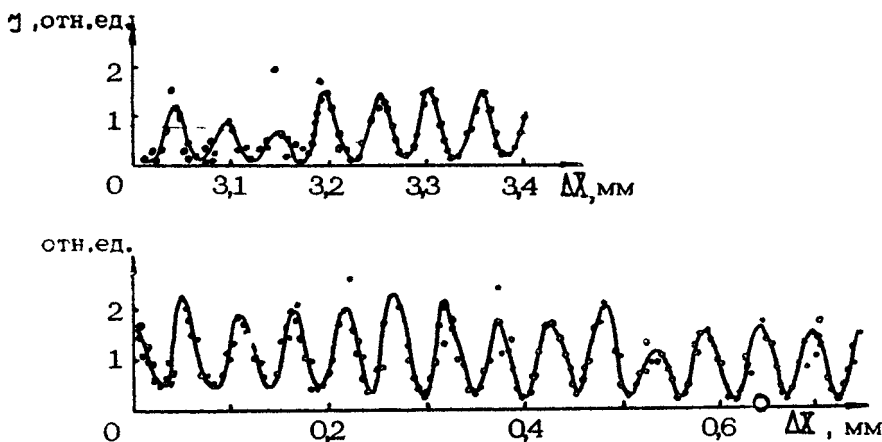
нием на электронном циклотронном резонансе полупроводника. Характерное значение частоты СИ из такого рода измерений нетрудно оценить по соотношению  $eB'/mc = \omega$ , где  $m_e = 0,014 m_0$  — эффективная масса электронов проводимости  $InSb$ . Точность измерения частоты СИ определяется шириной линии циклотронного резонанса и, как видно из рис.66, невелика. Оговоримся, что в использовавшемся варианте перестраиваемого магнитным полем  $B'$  полупроводникового фильтра для лучшего спектрального разрешения желательнее оптимизировать толщину пластинки  $d$  и сформировать перед ней круговую поляризацию проходящего излучения. Такая подготовка к измерениям не проводилась, но результаты оказались достаточно информативными. На рис.67 представлена полученная вышеизложенным способом зависимость частоты СИ от магнитного поля  $B$  при оптимальном соотношении полей  $B$  и  $E_{пр}$  источника. Эти данные (ср.[33,35]) что-



Р и с. 67. Зависимость частоты излучения лазера (образец 6, табл.1)  $\nu$  от напряженного магнитного поля  $B$ , измеренная по циклотронному резонансу в  $n-InSb$  в магнитном поле  $B'$  (+). Для сравнения приведены результаты эксперимента из работы [37] (o) и теоретические зависимости  $\nu(B)$  при  $E/B = 0,14$  кВ/(см·кГс) (сплошная линия) и  $E/B = 0,16$  кВ/(см·кГс) (пунктир)

казывают возможность перестройки частоты СИ лазера на между подзонных переходах горячих дырок  $p-Ge$  в диапазонах  $\nu = 75 \div 140$  см<sup>-1</sup> и  $\nu = 40 \div 50$  см<sup>-1</sup>. Важной особенностью является

обнаруженный скачок частоты СИ, который соответствует переходу между характерными областями (зонами) генерации на плоскости  $B$ - и  $E$ -полей (см.рис.58) [35]. Полученные результаты по измерению частот СИ хорошо согласуются с полученными в Японии [37,39] и подтверждаются проведенными позже более точными измерениями (см.ниже) [38,40,95-97]. Полученная на частоте  $\nu \approx 95 \text{ см}^{-1}$  с помощью интерферометра Майкельсона интерферограмма СИ [33] (рис.68) показала, что спектр СИ достаточно монохроматичен и необходимы



Р и с.68. Интерферограмма стимулированного излучения из образца 1 при  $\nu \approx 12 \text{ кгс}$ ,  $E_{пр} \approx 1,5 \text{ кВ/см}$ , снятая с помощью интерферометра Майкельсона. Частота излучения  $\nu \approx 95 \text{ см}^{-1}$

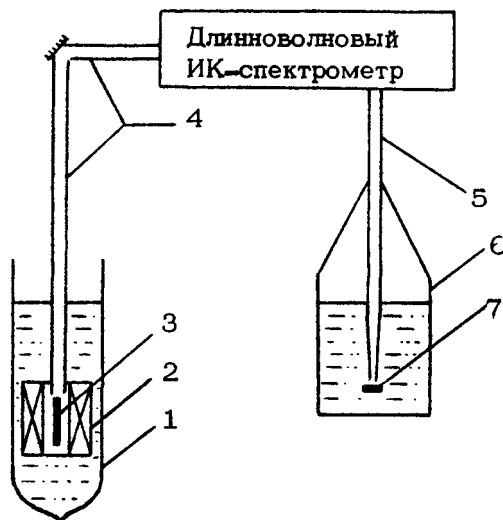
более детальные спектральные исследования. К настоящему времени такие исследования только начинаются [38,40,95-97] и несомненно, что они уже в ближайшее время позволят ответить на многие вопросы, такие, например, как: какова структура спектров СИ и как она изменяется при использовании различных типов резонаторов? каким образом сузить спектр СИ, сохранив возможность непрерывной частотной перестройки? каковы длинноволновая и коротковолновая границы источников данного типа на  $\rho$ - $\sigma$  ? и т.д. Ниже речь пойдет о первых детальных спектральных исследованиях, выполненных совместно сотрудниками ИПФ АН СССР и ФИ АН СССР на дифракционном и фурье-спектрометрах в совместно проведенной работе.

## 2.4. СПЕКТРАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НА ДИФРАКЦИОННОМ И ФУРЬЕ-СПЕКТРОМЕТРАХ

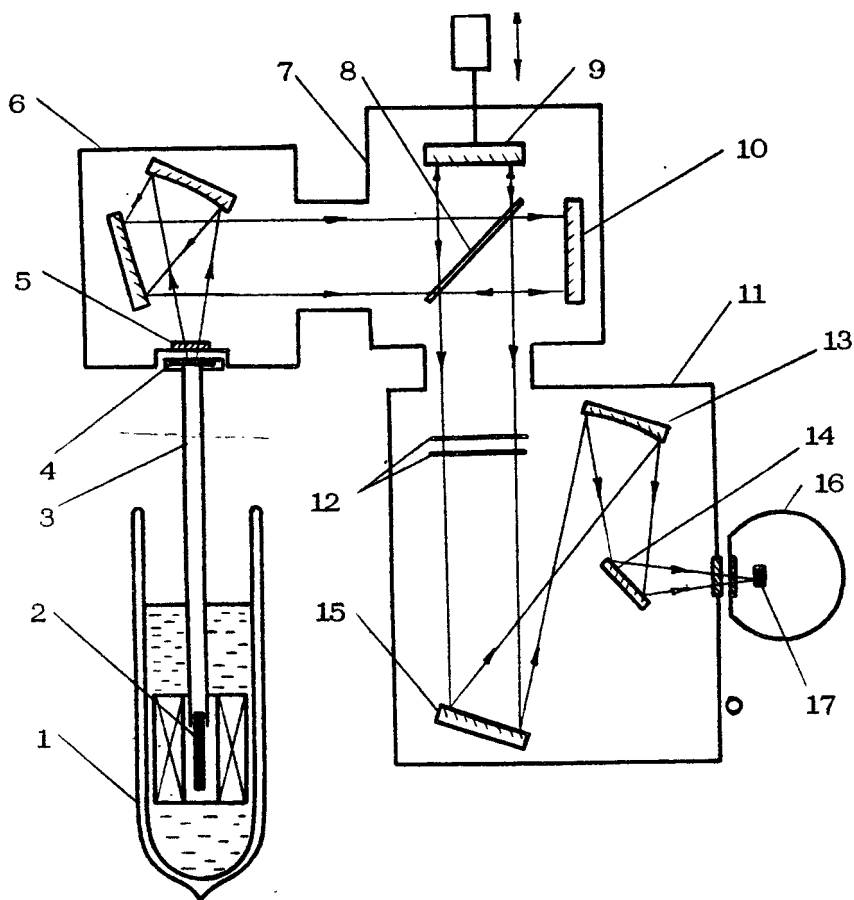
В настоящем разделе, основанном на работах [40,95,96,97], приведены результаты исследования спектрального состава стимулированного излучения  $p$ -Ge, проводившегося методами дифракционной и фурье-спектроскопии, которые дополняют друг друга и обеспечивают большую надежность получаемой в результате измерений информации. Исследовались образцы Ge:Ga разной геометрии и с разной концентрацией акцепторной примеси. Образцы имели вид прямоугольных параллелепипедов, размеры которых приведены в табл.1.

### 2.4.1. Техника эксперимента и условия возбуждения стимулированного излучения

Принципиальная схема эксперимента приведена на рис.69 и 70. На рис.71 показана форма импульсов электрического поля,



Р и с. 69. Схема установки на основе дифракционного спектрометра ДИКС для измерения спектров излучения полупроводников в длинноволновом ИК-диапазоне: 1 - криостат, 2 - сверхпроводящий соленоид, 3 - образец, 4,5 - световоды, 6 - транспортный сосуд Дьюара с гелием, 7 - приемник излучения

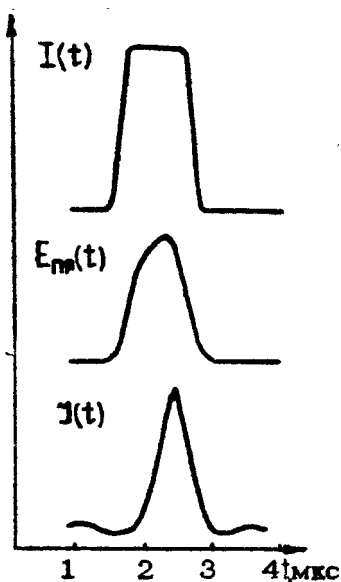


Р и с. 70. Схема установки на основе фурье-спектрометра для измерения спектров излучения полупроводников в длинноволновом ИК-диапазоне: 1 - кристалл, 2 - образец, 3 - световод, 4,5 - окна, 6 - коллиматор, 7 - интерферометр Майкельсона, 8 - светоделитель, 9,10 - зеркала, 11 - кюветное отделение, 12 - фильтры, 13,14,15 - зеркала, 16 - германиевый кристалл, 17 - приемник излучения

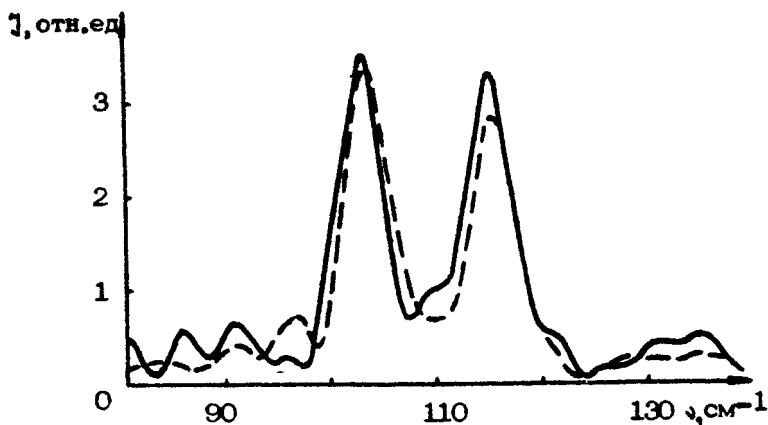
тока через образец и исследуемого сигнала излучения. Излучение регистрировалось быстродействующими фотоприемниками из Ge:Ga и GaAs. Сигнал приемника усиливался малошумя-

шим широкополосным усилителем и детектировался строб-интегратором ВС1-280). Постоянная времени приемно-регистрирующей системы, определяемая сопротивлением нагрузки приемника и емкостью монтажа приемника, соединительных проводов и входной цепи усилителя, варьировалась изменением сопротивления нагрузки приемника. Максимальная чувствительность приемно-регистрирующей системы достигалась при значении постоянной времени  $\tau_{RC} = 2+3$  мкс. Длительность строб-импульса в строб-интеграторе при этом составляла 1 мкс. Поскольку длительность импульса излучения ( $\sim 1,5$  мкс) меньше  $\tau_{RC}$ , то амплитуда сигнала на выходе строб-интегратора при этом определялась интегралом входного импульса по времени. Как видно из рис.71, форма импульса электрического поля отличается от прямоугольной. Следовательно, в измеряемый сигнал, вообще говоря, дает вклад излучение, соответствующее различным значениям электрического поля. Чтобы проверить, не приводит ли это к искажению измеряемых спектров, были проведены измерения спектров излучения при постоянной времени  $\tau_{RC} = 0,1$  мкс и длительности строб-импульса 100 нс. На рис.72 приведены спектр генерации образца  $\rho\text{-Ge}$ , измеренный с временным разрешением 0,1 мкс, и рядом спектр того же образца, измеренный при тех же значениях электрического и магнитного полей, но с интегрированием импульса по времени. Сопоставление этих спектров не обнаруживает существенных отличий.

Спектральные измерения на длинноволновом инфракрасном дифракционном спектрометре. Оптическая схема эксперимента приведена на рис.69. Излучение образца выводилось из кристала по вакуумированному световоду (полированная труба из нержавеющей стали диаметром 22 мм) через поворотное зеркало и подавалось на входную щель длинноволнового инфракрасного дифракционного спектрометра [98]. На выходе спектрометра излучение с помощью зеркальной оптики и световода ( $\phi = 12$  мм) собиралось на приемник (Ge:Ga или GaAs), расположенный на конце световода в транспортном гелиевом сосуде Дьюара. Спектры измерялись в спектральном диапазоне 50-300 мкм с использованием дифракционных решеток 6 штр/мм и 2 штр/мм. Ввиду значительной расходимости исследуемого излучения потери мощности в световодах составляли три-четыре порядка, вследствие чего спектральное разрешение измерений ограничивалось чувствительностью приемника и в данном эксперименте не превышало  $1-3 \text{ см}^{-1}$ .



Р и с. 71. Временные зависимости электрического поля ( $E_{np}$ ), тока через образец (1) и сигнала излучения ( $J$ ) (образец 9,  $\nu = 12$  кГц)



Р и с. 72. Спектры генерации  $\rho$ -Fe (образец 10) при  $\nu = 17$  кГц,  $E_{np} = 1,5$  кВ/см: длительность строб-импульса 0,1 мкс (сплошная линия), 4 мкс (пунктир). Длительность импульса напряжения 1 мкс

Спектральные измерения на длинноволновом инфракрасном фурье-спектрометре. Детальные исследования спектров стимулированного излучения  $\beta$ -Ge были выполнены с помощью фурье-спектрометра (созданного на основе интерферометра МК-3 фирмы Grubb-Parsons<sup>®</sup>), который обеспечивал широкий класс спектральных измерений в диапазоне длин волн 10–1000 мкм в непрерывном и импульсном режимах со спектральным разрешением до  $0,1 \text{ см}^{-1}$ .

Как известно, фурье-спектрометры обладают рядом преимуществ по сравнению с дифракционными спектрометрами, в частности существенно большей светосилой и спектральным разрешением. Схема спектрометра приведена на рис.70. Основным элементом его является интерферометр Майкельсона. Излучение источника коллимируется двухзеркальным параболическим коллиматором и направляется в главное отделение спектрометра, где расположен сам интерферометр. В интерферометре падающий поток разделяется светоделителем 8 (лавсановая пленка толщиной 12,5 мкм) на два пучка. Отразившись от зеркал 9 и 10, оба пучка снова смешиваются на светоделителе и попадают в кюветное отделение спектрометра. Пройдя кюветное отделение, излучение зеркалами 13 и 14 фокусируется на приемник (или на вход световода, на конце которого располагается приемник, как в данных экспериментах).

В фурье-спектрометре регистрируется зависимость интенсивности прошедшего через интерферометр излучения от величины смещения одного из зеркал (зеркало 9 на рис.70), т.е. от оптической разности хода  $\delta$  в двух плечах интерферометра. Из получаемой интерферограммы, т.е. зависимости  $J(\delta)$ , посредством обратного преобразования Фурье вычисляется спектр исследуемого излучения  $\Phi(\nu)$  [99]:

$$\Phi(\nu) = \text{const} \int_{-\infty}^{+\infty} [J(\delta) - J(\infty)] \cos(2\pi\nu\delta) d\delta, \quad (2.4)$$

где  $J(\infty)$  – значение сигнала при разности хода, стремящейся к бесконечности. В реальных условиях интерферограмма измеряется в конечных пределах изменения разности хода  $-X < \delta < +X$ , следовательно

$$\Phi(\nu) = \text{const} \int_{-X}^{+X} [J(\delta) - J(\infty)] \cos(2\pi\nu\delta) d\delta. \quad (2.5)$$

Конечность пределов изменения разности хода ограничивает спектральное разрешение фурье-спектр. метра, которое определяется соотношением

$$\Delta \nu = 1,21 / X. \quad (2.6)$$

Кроме того, конечность пределов измерения интерферограммы приводит к тому, что после фурье-преобразования в линейчатых спектрах на крыльях спектральных линий появляются дополнительные пики, амплитуда которых может достигать 20% от интенсивности основной линии. Для устранения этого явления при обработке интерферограммы используется математическая процедура, именуемая аподизацией. Она заключается в том, что интерферограмма перед выполнением преобразования Фурье умножается на функцию  $f(\delta)$  (называемую функцией аподизации), имеющую максимум при  $\delta = 0$  и плавно спадающую к 0 при  $\delta \rightarrow \pm X$ :

$$\Phi(\nu) = \text{const} \int_{-X}^{+X} f(\delta) [J(\delta) - J(\infty)] \cos(2\pi \nu \delta) d\delta. \quad (2.7)$$

Применение аподизации позволяет существенно (на несколько порядков) ослабить побочные пики в спектре, но при этом несколько ухудшает спектральное разрешение фурье-спектрометра. В данном спектрометре использовалась функция аподизации Блэкмана-Харриса [100]:

$$f(\delta) = 0,42323 - 0,49755 \cos(2\pi \delta / X) + 0,07922 \cos(2\pi 2\delta / X). \quad (2.8)$$

При этом амплитуда побочных пиков уменьшалась примерно на 3 порядка, а разрешение снижалось в 1,5 раза. Ниже, на рис.80, приведен спектр излучения  $p - \text{Be}$ , полученный без аподизации и с аподизацией, иллюстрирующий этот эффект. Измерение интерферограммы, как правило, проводится в конечном числе точек с некоторым шагом  $\Delta \delta$ . При этом величина шага  $\Delta \delta$  должна удовлетворять соотношению  $\Delta \delta < 1/\nu_{\text{max}}$ , где  $\nu_{\text{max}}$  - верхняя граничная частота измеряемого спектра, для того чтобы исключить переналожение спектров различных порядков. В данном спектрометре шаг сканирования мог изменяться в пределах  $10 \text{ мкм} < \Delta \delta < 150 \text{ мкм}$ . В соответствии с формулой (2.6) величина спектрального разрешения  $\Delta \nu$ , число точек в интерферограмме  $2n$  и шаг сканирования  $\Delta \delta$  связаны соотношением

$$\Delta \nu = 1,21 / n \Delta \delta \quad (\text{без аподизации}),$$



$$\Delta\lambda = 1,8 \cdot 1 / n \Delta\delta$$

(с аподизацией).

Предельное разрешение данного спектрометра, определяемое максимальной разностью хода ( $\delta_{\text{max}} = 10$  см), составляет  $\Delta\lambda_{\text{max}} = 0,12$  см<sup>-1</sup>.

Для управления интерферометром, сбора информации и предварительной обработки данных в фурье-спектрометре используется микроЭВМ "Электроника-60", подключенная непосредственно к спектрометру с помощью аппаратуры КАМАК. МикроЭВМ соединена каналом связи с ЭВМ высокого уровня РДР-11/70, которая выполняет быстрое преобразование Фурье, вычисляет спектр и пересылает его обратно в микроЭВМ, которая осуществляет вывод спектра на устройства отображения - графопостроитель и графический дисплей.

Схема подключения криостата к интерферометру приведена на рис. 70. Излучение выводится из криостата с помощью световода (полированная труба из нержавеющей стали диаметром 22 мм), заканчивающегося герметичным окном из майлара (лавсана) толщиной 25 мкм. Окно световода расположено вплотную к входному окну фурье-спектрометра, изготовленному также из майлара толщиной 50 мкм; при этом выходное отверстие световода оказывается в фокусе двух зеркального параболического коллиматора. Пройдя через интерферометр и кюветное отделение спектрометра, излучение фокусируется зеркалами 13 и 14 и через выходное окно из полиэтилена толщиной 1,5 мм попадает на приемник, расположенный в отдельном гелиевом криостате. Приемник закрыт холодными фильтрами (черный полиэтилен 3 слоя + тефлон толщиной 1 мм). Сигнал приемника усиливается широкополосным усилителем и детектируется строб-интегратором ВСИ -280. С выхода строб-интегратора сигнал подается на вход аналого-цифрового преобразователя АЦП-14 и в цифровом виде вводится в ЭВМ. Запуск осуществляется внешним таймером с частотой 10 Гц.

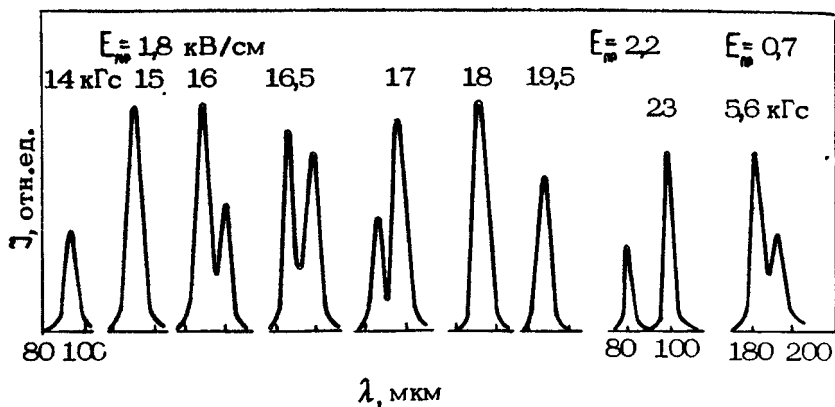
Ввиду большой светосилы и лучшего согласования оптической схемы с приемником амплитуда сигнала на выходе фурье-спектрометра была примерно на один-два порядка больше, чем на дифракционном спектрометре, и существенно превышала амплитуду шумов приемно-регистрирующей системы. Основным источником шумов в данных экспериментах было непостоянство сигнала излучения, который менялся от импульса к импульсу. Причиной этих изменений, по-видимому, являлась нестабильность условий прохождения сигнала, обусловленная кипением гелия. Для достижения удовлетворительного отношения сигнала к "шуму" приходилось накапливать и усреднять в каждой точке

большое число сигналов (до 50 измерений импульсов в каждой точке). Время измерений спектров при такой процедуре соответственно увеличивалось. Так, время записи спектра в типичном режиме с разрешением  $0,25 \text{ см}^{-1}$  (2500 точек с шагом  $40 \text{ мкм}$ ) при частоте следования импульсов  $10 \text{ Гц}$  и усреднении по 10 импульсам в каждой точке составляло 42 мин.

Отдельно следует остановиться на характере погрешностей, к которым приводят шум и медленные изменения сигнала излучения в процессе регистрации интерферограммы, после фурье-преобразования. В отличие от измерений на дифракционном спектрометре, в которых негостоянство сигнала проявляется в виде однородного шума в окрестностях исследуемой линии, при измерениях методами фурье-спектроскопии нерегулярности сигнала выражаются после фурье-преобразования в виде гармонических компонент, что затрудняет выделение истинного спектра. Если интерферограмма имеет вид синусоиды, то ее фурье-образ — дельта-функция, т.е. одиночная спектральная линия. Наоборот, каждый всплеск сигнала в интерферограмме приводит, после фурье-преобразования, к появлению гармонически меняющейся компоненты интенсивности в результирующем спектре. Таким образом, шум в интерферограмме дает вклад в вычисляемый спектр в виде суммы гармоник, минимальный период которых вследствие дискретности интерферограммы, и соответственно дискретности вычисляемого спектра, порядка спектрального разрешения  $\Delta\nu$ . Вследствие этого результирующий шум в спектре часто имеет осциллирующий характер с периодом осцилляций порядка  $\Delta\nu$ . Поэтому при выделении истинного спектра, особенно в случае сильно зашумленных интерферограмм, необходимы многократные измерения с последующим усреднением данных.

#### 2.4.2. Частотные ветви стимулированного излучения горячих дырок

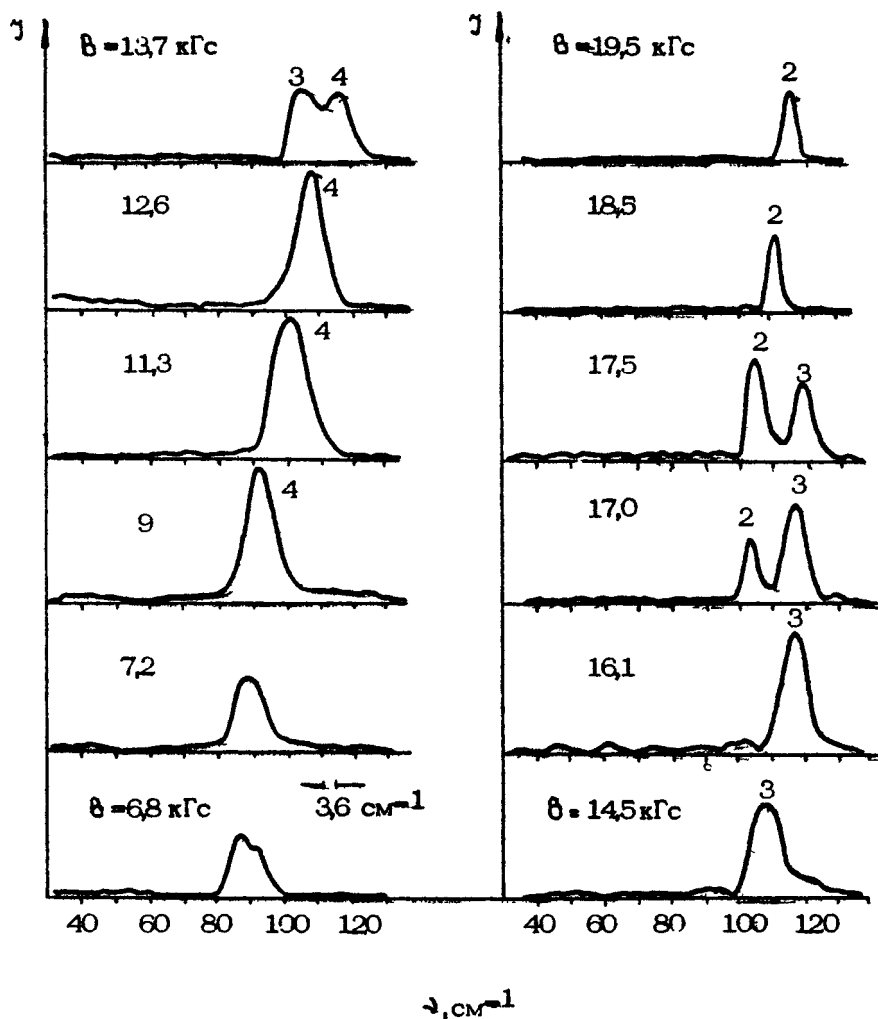
В результате выполненных исследований обнаружено, что спектр стимулированного излучения  $p\text{-Ge}$  состоит из ряда полос, каждая из которых имеет тонкую структуру и наблюдается в ограниченной области значений полей  $E_{np}$  и  $\nu$ . С ростом магнитного поля (и  $E_{np}$ ) происходит переход генерации от полосы к полосе, при этом новая полоса всегда возникает с длинноволновой стороны [95,97]. Это можно видеть, в частности, из рис.73, на котором приведены данные измерений на дифракционном спектрометре. Аналогичные данные, но уже для всего исследованного спектрального диапазона, полученные ме-



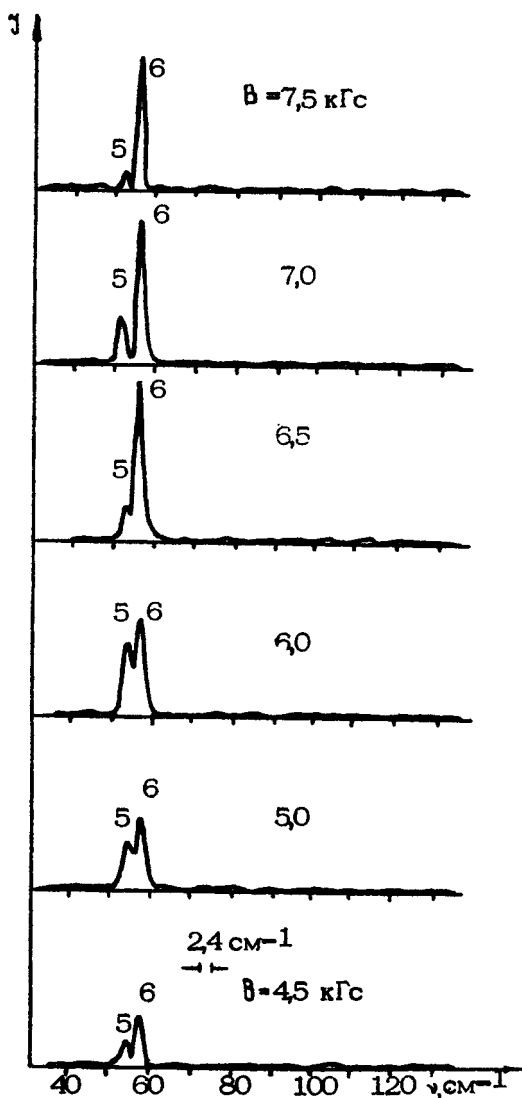
Р и с. 73. Спектры стимулированного излучения p-Ge (образец 10), измеренные на дифракционном спектрометре

тодами фурье-спектроскопии (полученные сознательно при не очень высоком спектральном разрешении, чтобы исключить из рассмотрения тонкую структуру спектров), показаны на рис.74 и 75. В первом из рисунков представлена коротковолновая часть спектра излучения, зарегистрированная с помощью приемника из Ge:Ga (диапазон чувствительности 50-130 мкм). На рис.75 представлена длинноволновая часть спектра излучения, зарегистрированная с помощью GaAs-приемника (диапазон чувствительности 200-350 мкм). Оказывается, что области стимулированного ДИКИ, показанные на рис.58, разбиваются на подобласти (рис.76), соответствующие разным частотным ветвям, отмеченным цифрами 1-6 на рис.74-77. Видно, что генерация наблюдается в полях  $E_{np}/\nu = 0,12 \div 0,18 \text{ кВ/см} \cdot \text{кГц}$  (образец 10), примерно отвечающих условиям максимального эффекта накопления легких дырок и возникновения инверсного распределения дырок для двух верхних ветвей валентной зоны германия [25, 90].

Характерной особенностью всех частотных ветвей 1-6 является очень слабая зависимость от  $E_{np}$  и вполне заметная зависимость от  $\nu$ , которая в полях  $\nu = 4 \div 9 \text{ кГц}$  менее выражена, а в полях  $\nu > 10 \text{ кГц}$  имеет линейный характер - см. рис.77, где приведены данные измерений положения максимумов полос излучения, полученные в результате исследования всего набора образцов p-Ge - прямоугольных параллелепипедов - с различными геометрическими размерами. На рисун-



Р и с. 74. Спектры стимулированного излучения р-Ge (образец 11), измеренные в разных магнитных полях при  $E_{np} / B = 0,13-0,16$  кВ/см кГс на фурье-спектрометре (коротковолновый диапазон) ( $2n = 250$  точек,  $\Delta \delta = 40$  мкм, 10 изм./ точку)



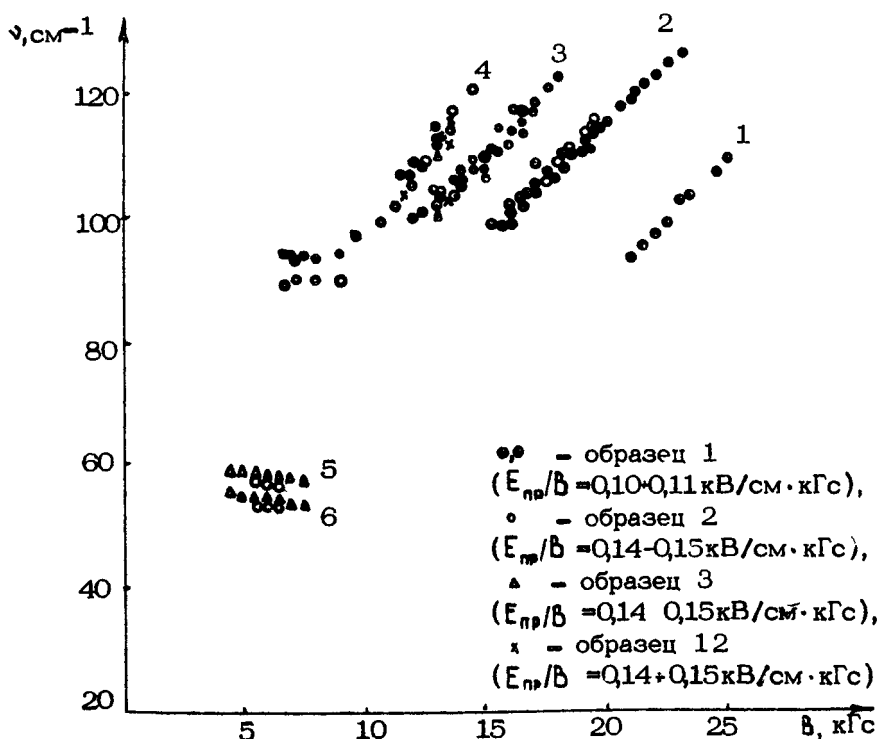
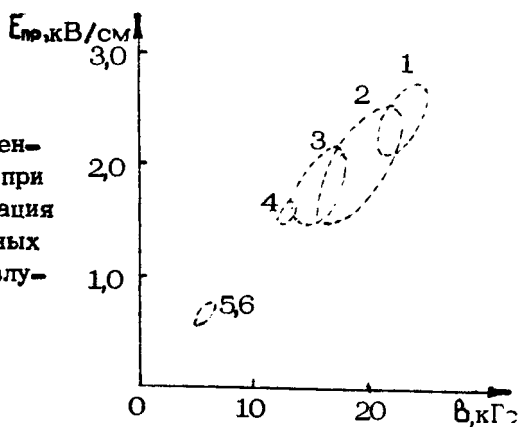
Р и с. 75. Спектры стимулированного излучения p-Ge (образец 9), измеренные в разных магнитных полях при  $E_{\text{п.р.}} = 0,9-1,0 \text{ кВ/см}$  на фурье-спектрометре (длинноволновый диапазон) ( $2n = 250$  точек,  $\Delta\delta = 60 \text{ мкм}$ ,  $10 \text{ изм./точку}$ ).

ке не указаны значения полей  $E_{пр}$ , при которых производились измерения, поскольку наблюдаемые в эксперименте положения максимумов практически не зависели от напряженности приложенного электрического поля (величиной  $E_{пр}$  определялась лишь область генерации, т.е. область существования данной линии в масштабе  $B$ -полей), хотя это обстоятельство может быть связано и с неоднородностью поля  $E$  в образцах. Интервалы варьирования соотношения  $E_{пр}/B$ , которые фактически определяют области наблюдения эффекта стимулированного излучения, в подписи к рис.77, из которого видно, что положения максимумов полос излучения  $\rho$ - $\beta$ е практически совпадают для всех образцов. Это позволяет сделать вывод о том, что обнаруженные частотные ветви скорее всего не связаны с геометрией образцов и обусловлены особенностями спектрального хода коэффициента усиления на дырочных переходах. Естественно предположить, что эти особенности, так же как и отмечавшийся выше скачок частоты СИ [35], являются результатом проявления квантования Ландау энергетического спектра легких дырок в  $B \perp E$  полях. Эффекты квантования в зоне тяжелых дырок, видимо, можно не учитывать, так как тяжелые дырки в условиях эксперимента испытывают интенсивное рассеяние на оптических фонах.

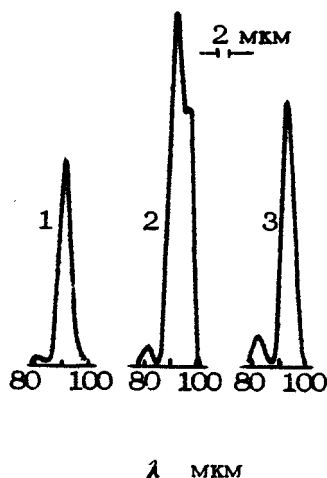
Зависимость положения максимумов полос излучения от напряженности приложенного электрического поля. Существенной особенностью всех обнаруженных полос стимулированного излучения  $\rho$ - $\beta$ е является отсутствие зависимости их положения от напряженности электрического поля, по крайней мере в пределах области генерации. Так, в исследованиях, выполненных на дифракционном спектрометре в условиях ( $B = 18$  кГс), при которых область генерации (по  $E_{пр}$ ) достаточно широка (см.рис.76), смещение максимума полосы при изменении  $E_{пр}$  в пределах от 1,5 до 2,2 кВ/см не превысило ширины аппаратной функции спектрометра ( $\Delta\nu = 1 \div 3$  см $^{-1}$ ). Аналогичный результат получен в измерениях на фурье-спектрометре. С изменением  $E_{пр}$  при постоянном магнитном поле происходит лишь перекачка энергии из одной полосы излучения в другую по мере перехода процесса генерации от области генерации одной полосы в область генерации другой (рис.78).

Зависимость положения максимумов полос излучения от напряженности магнитного поля. Итак, изменение частоты стимулированного излучения  $\rho$ - $\beta$ е в  $B \perp E$  полях определяет-

Р и с. 76. Области напряженностей  $E_{np}$ - и  $\nu$ -полей, при которых наблюдается генерация каждой из зарегистрированных полос стимулированного излучения  $\rho$ - $\beta$ е (образец 10)



Р и с. 77. Спектральное положение максимумов полос 1,2,3,4,5,6 стимулированного излучения  $\rho$ - $\beta$ е в зависимости от величины  $\nu$  при  $E_{np}/\nu = \text{const}$  для разных образцов ( $\circ$  - данные измерений на дифракционном спектрометре, остальные - на фурье-спектрометре)



Р и с. 78. Спектры стимулированного излучения  $\beta$ - $\text{Fe}$  (образец 10), измеренные в постоянном магнитном поле  $B = 1,8$  кГс при различных значениях  $E_{\text{пр}}$  (1-1,7 кВ/см, 2 - 1,9 кВ/см, 3 - 2,2 кВ/см). Измерения выполнены на дифракционном спектрометре

ся главным образом изменением напряженности магнитного поля. Эксперименты показывают, что при постоянном электрическом поле можно наблюдать одну или одновременно две полосы излучения. Варьирование  $E_{\text{пр}}$  позволяет осуществить генерацию стимулированного излучения на всех полусах, последовательно переходя от одной к другой путем увеличения напряженности магнитного поля. В каждой из частотных ветвей (соответствующих разным полосам) частота максимума полосы является непрерывной функцией  $B$ . Наиболее сильно эта частотная зависимость проявляется в области  $B > 10$  кГс, где частота ветвей 1-4 практически линейно растет с увеличением  $B$  (см.рис.77). В полях  $B < 10$  кГс зависимость частоты ветвей от  $B$  отклоняется от линейной и положение максимумов полос излучения становится слабо зависящим от  $B$  (и  $E_{\text{пр}}$ ) как в высокочастотном интервале частот (90-120  $\text{см}^{-1}$ ) так и в низкочастотном интервале (50-60  $\text{см}^{-1}$ ).

Наиболее четко частотные ветви генерации проявляются при больших напряженностях магнитных полей ветви 1-4. С ростом  $B$  после появления полосы ее интенсивность растет, а



затем падает, и с низкочастотной стороны возникает новая полоса в полном соответствии с расположением областей генерации каждой из полос (см. рис. 76 и 77). В магнитных полях меньшей напряженности ( $B < 10$  кГс) полосы излучения перекладываются и их различать становится труднее. В интервале  $B = 6 \div 9$  кГс наблюдаются две близко расположенные полосы, в которых также происходит перекачка интенсивности от низкочастотной в высокочастотную по мере роста  $B$ . При переходе к еще меньшим напряженностям магнитных полей  $B < 7 \div 8$  кГс высокочастотные полосы излучения гаснут и происходит перескок генерации из коротковолнового частотного интервала ( $90-120$  см $^{-1}$ ) в низкочастотный ( $50-60$  см $^{-1}$ ) (см. разд. 2.3 и [37, 35]). Полоса 4 пропадает и зажигаются полосы, принадлежащие ветвям 5 и 6.

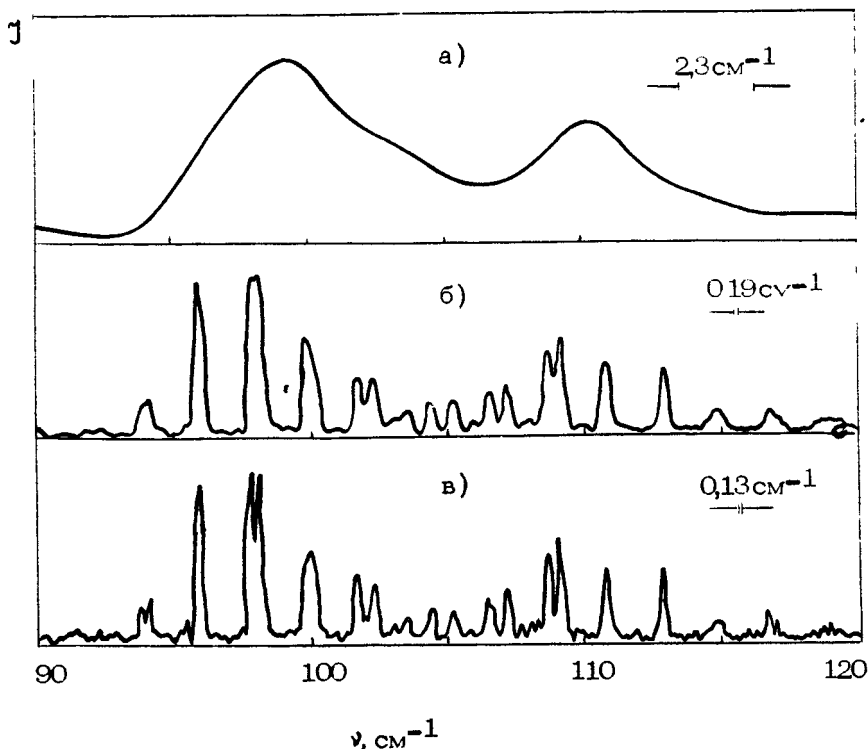
#### Деформация полос излучения внутри областей генерации.

Как уже отмечалось, каждой частотной ветви соответствует ограниченная область полей  $B$  и  $E_{пр}$ , при которых наблюдается генерация (см. рис. 76). При изменении напряженности электрического и магнитного полей и выходе за пределы области генерации данной частотной ветви названная полоса излучения гаснет и генерация переходит на другую полосу. Анализируя изменения, которые претерпевает полоса излучения по мере перемещения по области генерации (в пространстве  $E_{пр}$  - и  $B$  - полей), можно констатировать, что помимо смещения с изменением  $B$  ее максимума излучения по спектру наблюдается также изменение спектральной ширины полосы излучения. Как видно из рис. 79, с приближением к краям области генерации данной полосы (приведены результаты измерений для ветви 2) ее полуширина заметно уменьшается. Это сужение полосы, очевидно, обусловлено уменьшением превышения коэффициента усиления над потерями около порога генерации. Сами размеры области генерации зависят от разных факторов (см. разд. 2.3), в том числе от качества обработки граней образца. При ухудшении качества граней область генерации сужается.

#### 2.4.3. Модовый состав излучения

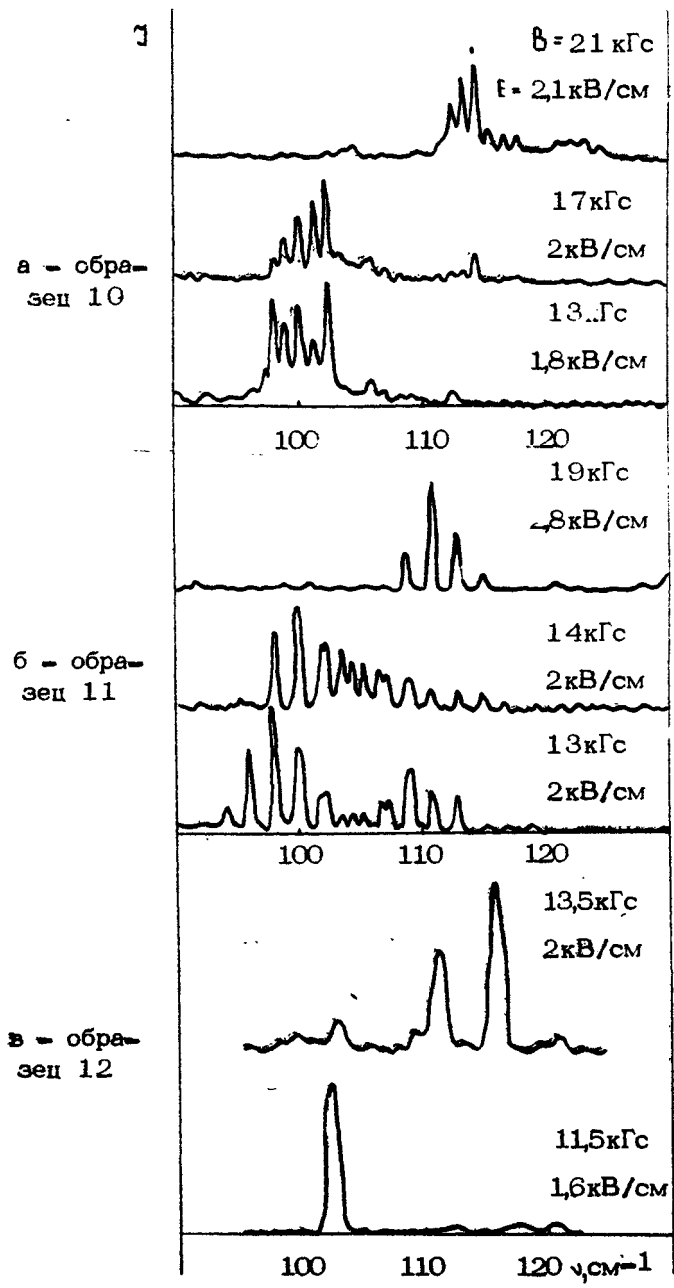
Существенную роль в работе любого лазера играет его электродинамическая система. Рассматриваемая здесь ситуация весьма необычна для физики лазеров: при сравнительно небольших коэффициентах усиления активной среды стимулированное излучение в  $\rho$ - $\mu$ е развивается, отражаясь от граней





Р и с. 80. Спектры стимулированного излучения р-Ge (образец 11), измеренные с различным разрешением при  $E_{пр} = 2 \text{ кВ/см}$  и  $\mathcal{B} = 13 \text{ кГс}$ . Измерения выполнены на фурье-спектрометре ( а -  $2n = 400$  точек,  $\Delta\delta = 40 \text{ мкм}$ , 10 изм./точку, с аподизацией; б -  $2n = 4800$  точек,  $\Delta\delta = 40 \text{ мкм}$ , 10 изм./точку, с аподизацией; в -  $2n = 4800$  точек,  $\Delta\delta = 40 \text{ мкм}$ , 10 изм./точку, без аподизации)

явно проявляется при смещении по полям  $\mathcal{B}$  и  $E_{пр}$  к краю области генерации (см. верхнюю кривую на рис.81,6, относящуюся к тому же образцу 11). В случае данного образца этот период составляет  $2,0 \text{ см}^{-1}$ . Огибающая линий практически совпадает с формой полос, измеренных при меньшем разрешении. Измеренная полуширина линий составляет  $0,25-0,35 \text{ см}^{-1}$ ; с учетом аппаратной функции прибора можно оценить истинную ширину линий, которая оказывается порядка  $0,1 \text{ см}^{-1}$ .



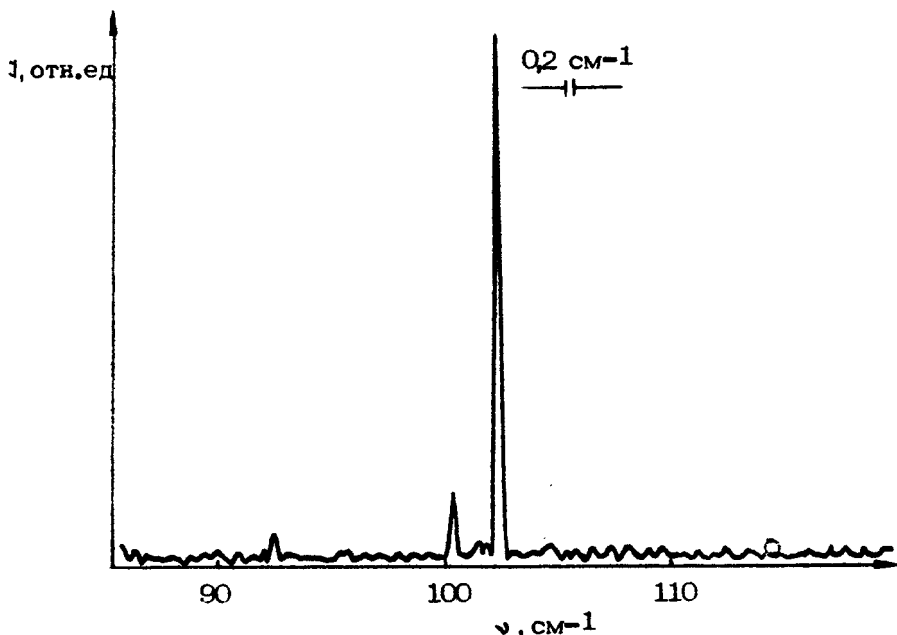
На рис. 81 приведены спектры, измеренные с высоким разрешением в случае трех разных образцов, отличающихся геометрическими размерами (см.табл.1). Измерения выполнены при разных магнитных полях (с некоторой подстройкой электрического поля), что позволяет проследить за изменениями спектра по мере перехода генерации с одной частотной ветви на другую. Прежде всего видно, что тонкая структура спектров никак не меняется с изменением  $B$  и  $E_{пр}$ . Происходит лишь смещение максимума огибающей в полном согласии с данными об изменении спектрального положения полос излучения в зависимости от  $B$  и перекачка мощности излучения из одной полосы в другую. Видно также, что спектральный диапазон, в котором наблюдаются линии генерации, сужается по мере приближения к краю области генерации (в масштабе  $B$  и  $E_{пр}$ -полей). Сопоставляя данные измерений тонкой структуры излучения различных образцов, можно заметить, что строение спектров оказывается различным в зависимости от геометрических параметров образцов. Наиболее четко это видно из спектров, измеренных при наибольших напряженностях  $B$ -и  $E_{пр}$ -полей (верхние кривые на рис.81,а,б,в). При переходе из образца 10 к образцу 11 и к образцу 12 спектральное расстояние между линиями увеличивается (составляет соответственно 1,1; 2,0 и 7,0 см<sup>-1</sup>).

Обнаруженные линии нельзя объяснить интерференцией в оптических элементах установки (окна и пр.), поскольку добротность последних недостаточна для выделения линий столь малой ширины. Очевидно также, что наблюдаемые линии не связаны с особенностями частотного хода коэффициента усиления в кристалле, так как их положение не зависит от  $B$  и  $E_{пр}$ . С учетом сказанного, а также того факта, что строение спектров оказывается зависящим от геометрии образцов, можно сделать вывод, что тонкая структура полос стимулированного излучения  $\rho$ - $\beta$ е обусловлена волноводными модами активного элемента.

---

Р и с. 81. Спектры излучения трех лазеров на  $\rho$ - $\beta$ е, отличающихся геометрическими размерами, при различных значениях  $E_{пр}$  и  $B$ . Измерения выполнены на фурье-спектрометре (а -  $2n = 720$  точек,  $\Delta\delta = 60$  мкм, 40 изм./точку; б, в -  $2n = 2500$  точек,  $\Delta\delta = 40$  мкм, 10 изм./точку)

Одномодовый длинноволновый ИК-лазер на горячих носителях. Исследования, проведенные в ИПФ АН СССР и ФИ АН СССР, позволили [40,96] реализовать одномодовый режим генерации (рис.82.). Генерация получена на кристалле с достаточно ма-



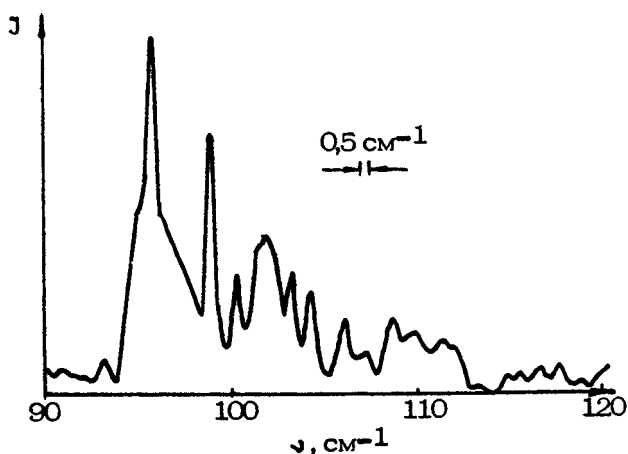
Р и с. 82. Спектр генерации одномодового лазера на р-Ge (образец 12). Измерения выполнены при  $E_{np} = 1,6$  кВ/см,  $B = 11,6$  кГс на фурье-спектрометре ( $2n = 3200$  точек,  $\Delta\delta = 60$  мкм, 20 изм./точку)

лым поперечным размером  $a = 0,68$  мм (образец 12). Благодаря достаточно большому спектральному расстоянию между модами ( $7$  см $^{-1}$ ), путем подбора напряженностей полей  $B$  и  $E_{np}$  удалось настолько сузить область генерации, что в спектре стимулированного излучения осталась фактически одна линия ( $\nu \approx 102,5$  см $^{-1}$ ,  $\lambda = 97$  мкм). Интерферограмма в этих измерениях имела вид синусоиды, практически не меняющейся вплоть до самых крайних точек интерферограммы. Ширина линии излучения  $0,1$  см $^{-1}$  при мощности излучения в импульсе  $0,05-0,1$  Вт.

Описанный спектр получен при некоторых фиксированных значениях  $\mathcal{B}$  и  $E_{np}$ -полей. При изменении напряженности этих полей можно реализовать генерацию на других линиях вблизи  $100 \text{ см}^{-1}$  (например, при  $\nu = 111$  и  $116 \text{ см}^{-1}$ ). В процессе такой перестройки в условиях, когда в генерации начинают принимать участие сразу две линии, нестабильность излучения резко возрастает, что связано, по-видимому, с конкуренцией мод.

Таким образом, с учетом вышеизложенного можно констатировать, что создан новый тип твердотельного лазера, который характеризуется весьма неплохими параметрами и который может применяться в качестве монохроматического источника излучения в длинноволновой ИК-спектроскопии.

Целесообразно остановиться на вопросе о возможностях перестройки частоты излучения подобных лазеров. Полученные данные показывают, что в принципе спектральный диапазон перестройки лазера на горячих носителях достаточно широк. Согласно приведенным результатам, которые никак нельзя рассматривать как окончательные, этот диапазон включает  $\nu = 50 \pm 130 \text{ см}^{-1}$ . Перестройка излучения путем изменения напряженностей  $\mathcal{B}$  и  $E_{np}$ -полей, как было видно, в лазерах на



Р и с. 83. Спектр генерации лазера с внешним резонатором (образец 8). Измерения выполнены при  $E_{np} = 1,2 \text{ кВ/см}$ ,  $\mathcal{B} = 11 \text{ кГц}$  на фурье-спектрометре ( $2n = 2500$  точек,  $\Delta \delta = 40 \text{ мкм}$ ,  $40 \text{ изм./точку}$ )

полном внутреннем отражении осуществляется с перескоком генерации с моды на моду. При этом не реализуется одно из главных достоинств системы горячих дырок, как активного элемента лазеров, — возможность плавной перестройки частоты излучения. Очевидно, что перестраиваемый квантовый генератор на основе горячих дырок должен включать внешние управляемые резонаторные элементы. В данной работе был исследован спектр лазера с внешним полуконфокальным резонатором [94] (см. разд. 2.3 — образец 8, табл. 1). Пример спектра стимулированного излучения такого лазера (образец 8) приведен на рис. 83. Теоретически оцениваемое расстояние между аксиальными модами в таком резонаторе  $0,01 \text{ см}^{-1}$ , что существенно больше разрешающей способности фурье-спектрометра. Другими словами, спектр генерации такого лазера должен иметь вид непрерывной полосы. Как видно из рис. 83, измеренный спектр действительно качественно отличается от спектров полученных на других образцах.

## 2.5. ОБСУЖДЕНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Попробуем посмотреть на полученные экспериментальные результаты, основываясь на изложенных в гл. 1 теоретических представлениях. Начнем с условий достижения эффекта стимулированного излучения. В целом экспериментальные результаты достаточно хорошо вписываются в рамки заложенных в работе [25] классических представлений. Кроме того, в выбранной ориентации магнитного поля  $\vec{B} \parallel [111]$  неплохим приближением оказывается и изотропная модель валентной зоны. Так, по данным численных расчетов, в изотропной модели для умеренно легированного p-Ge эффект стимулированного излучения должен иметь оптимум в полях  $E = E_g/2 = 1,75 \text{ кВ/см}$  и  $B = 13 \text{ кГс}$  при их соотношении, близком к  $E/B = 0,14 \text{ кВ/см кГс}$ , и с увеличением концентрации дырок (примесных центров) сдвигаться в сторону больших значений  $B$ - и  $E$ -полей. И то и другое подтверждается в эксперименте (см. рис. 58). Так, получаемое из наблюдений оптимальное соотношение полей  $E_{пр}/B = 0,12 \text{ кВ/см}^2 \text{ кГс}$  близко к расчетному. Это соответствие можно считать очень хорошим, особенно если учесть то, что эффективное поле в образце несколько превышает приложенное значение  $E_{пр}$  из-за холловской составляющей поля  $\vec{E}_x$ ,  $\vec{E} = \vec{E}_{пр} + \vec{E}_x$ . Отметим также и то, что эффект стимулированного излучения возникал в максимумах возгорания



спонтанного излучения (см.рис.57), что показывает определяющую роль фактора накопления легких дырок в усилении на  $\nu$ - $h$ -переходах. Учет холловского поля важен и в других отношениях. Например, существенно, что в образцах выбранных размеров и форм (см.табл.1) неоднородность поля  $\vec{E}_x$  может привести к заметной неоднородности эффективного поля. И по нашему мнению, это объясняет целый ряд имеющихся расхождений между экспериментом и теорией. К таковым можно отнести сравнительно слабо выраженную экспериментальную зависимость эффекта стимулированного излучения от угла между  $\vec{B}$ - и  $\vec{E}_{np}$ -полями (ср.рис.60 и 61); малость значений наблюдаемого коэффициента усиления  $\alpha_{зкп} \approx 0,01 \approx 0,03 \text{ см}^{-1}$  (тогда как теоретическое значение  $\alpha \lesssim 0,1 \text{ см}^{-1}$ ); отсутствие в эксперименте явной зависимости частоты генерации ИК-излучения от величины электрического поля (см.разд.2.4). Влиянием холловского поля можно объяснить и наблюдавшуюся в эксперименте (см. также [101]) невзаимность стимулированного излучения по магнитному полю. В последнем случае необходимо учесть анизотропию подзоны тяжелых дырок. Дело в том, что смена знака поля  $\vec{B}$  меняет и знак холловской составляющей  $\vec{E}_x$  эффективного поля  $\vec{E} = \vec{E}_{np} + \vec{E}_x$  (см.рис.59), из-за чего меняется и направление дрейфа дырок. Если  $\vec{E}_{np}$  не ориентировано точно по кристаллографическим направлениям типа [110] или [112], смена направления холловской составляющей изменяет направление дрейфа на неэквивалентное исходному. Из-за соответствующего изменения минимально возможного соотношения  $\rho_{др}^e / \rho_0^e$  (и соответственно максимально возможного объема области накопления легких дырок) и возникает невзаимность. Следовательно, экспериментально наблюдавшаяся невзаимность является прямым доказательством влияния анизотропии зонной структуры и перераспределение легких и тяжелых дырок между подзонами. Важным экспериментальным результатом, отражающим невзаимность, является и то, что смена знака магнитного поля приводит к необходимости изменения относительной ориентации  $\vec{B}$ - и  $\vec{E}_{np}$ -полей и нарушению условия их взаимной ортогональности. Скорее всего, нарушение условия ортогональности  $\vec{B}$ - и  $\vec{E}_{np}$ -полей связано с тем, что в соответствующих ориентациях полей (относительно кристаллографических направлений) при  $\theta \neq 90^\circ$  достигается более оптимальное направление дрейфа (уменьшение минимально возможного значения  $\rho_{др}^e / \rho_0^e$  и, таким образом, достижение большего объема области накопления легких дырок). Сопутствующее этому появление продольной составляющей электрического поля  $\vec{E}_{np} \parallel \vec{B}$ , уменьшающей времена

жизни дырок в области накопления  $S^p$ , в пределах ограничиваемых временами рассеяния на акустических фононах и кулоновских центрах, вполне допустимо. Не исключено, что, кроме вышеупомянутого фактора, определенную роль играет анизотропия легкой подзоны и эффект Сасаки-Шибуйи (см. например, [67]). В рассматриваемом случае  $\vec{B} \parallel [1\bar{1}1]$  и при  $(\vec{E}_x + \vec{E}_{np}) \parallel [110]$  из-за эффекта Сасаки-Шибуйи может появиться продольная составляющая электрического поля  $\vec{E}_A \parallel \vec{B}$ . Очевидно, что для выяснения всех возникающих в связи с этим вопросов необходимы детальные самосогласованные численные расчеты для анизотропной модели валентной зоны, которые в настоящее время пока отсутствуют.

Сильное влияние эффектов анизотропии зонной структуры, равно как и квантования Ландау (см. ниже) и качества обработки образцов  $p$ -Ge, на стимулированное излучение, по нашему мнению, связано с малым превышением усиления на  $\nu$ -h-переходах над потерями. По совокупности измерений и расчетов уровень потерь  $\beta$  достаточно высок ( $\beta \approx 0,1 \text{ см}^{-1}$ ), тогда как суммарный коэффициент усиления  $\alpha \approx 0,01 \div 0,03 \text{ см}^{-1}$ . Ясно, что при таком превышении усиления на  $\nu$ -h-переходах над потерями могут стать существенными и весьма малые поправки, что, скорее всего, и имеет место. С этим же связана и повышенная в сравнении с расчетами чувствительность к разогреву решетки, что не позволило получить импульсы генерации излучения длительностью более  $1,5 \cdot 4 \cdot 10^{-6} \text{ с}$  и частотой повторения более 10 Гц. Данные измерений на резонаторе с внешними зеркалами (см. рис. 63), в котором коэффициент связи резонатора с внешним пространством легко оценивается, и сравнение их с данными, полученными на резонаторах полного внутреннего отражения, показывают, что характерные значения коэффициента связи ( $\gamma$ ) в эксперименте были порядка суммарного коэффициента усиления ( $\gamma \approx 0,01 \text{ см}^{-1}$ ). Указанные значения  $\alpha^{ph}$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$ , и  $\beta$  вполне объясняют то, что наблюдаемые значения интенсивности излучения  $P_{вых} \ll 10 \text{ Вт}$  и коэффициента полезного действия  $\eta \ll 10^{-4}$  далеки от тех, что дает численное моделирование. И повышение эффективности источников рассматриваемого типа будет во многом зависеть от того, насколько удастся улучшить соотношение  $\alpha^{ph}$  и  $\beta$ . Желаемого можно достичь оптимизацией концентрации дырок, направлений  $\vec{B}$ - и  $\vec{E}_{np}$ -полей относительно кристаллографических направлений и, как недавно выяснилось [39], путем механических деформаций решетки в определенных относительно

прикладываемых  $\vec{B}$ - и  $\vec{E}_{np}$ -полей и кристаллографических осей направлениях.

Таким образом, расчеты и оценки, основанные на классических представлениях о движении дырок в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях, во многом подтверждаются в эксперименте, хотя и требуют некоторой коррекции на анизотропию зонной структуры.

Но существуют два экспериментальных факта, которые невозможно объяснить в рамках классических представлений, — это скачок частоты стимулированного излучения и ухудшение условий генерации при определенных значениях  $B$ - и  $E_{np}$ -полей, разделяющих зону генерации на две подзоны (см.рис.58, 63). Причем скачок частоты стимулированного излучения происходит как раз в области ухудшения условий генерации (ср. рис.58 и 67,66). Это указывает на общую природу наблюдаемых особенностей. Оказывается, однако, что все хорошо объясняется, если дополнить классические представления учетом квантования Ландау состояний в подзоне легких дырок, причем последнее во многом достаточно сделать в рамках квазиклассического подхода.

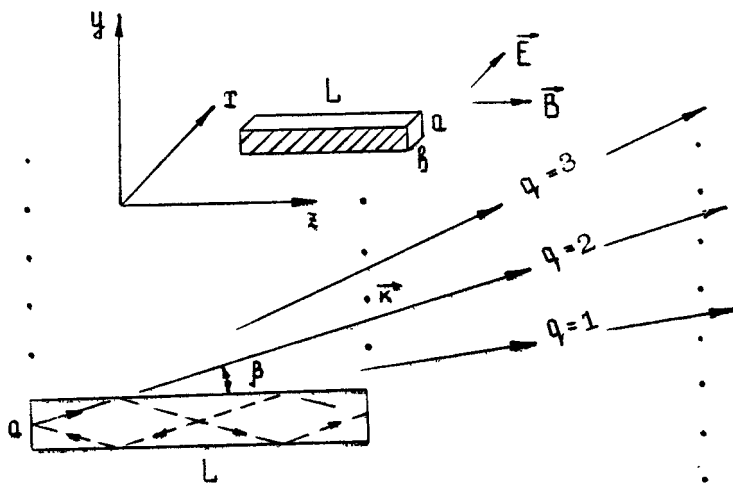
Расчеты, выполненные на основе такого подхода, дают набор возможных зависимостей частот стимулированного излучения (см.рис.67,47), соответствующих локальным механизмам коэффициента усиления на  $\nu$ - $h$ -переходах. Характерный вид осциллирующей зависимости сечения усиления показан на рис.48. Сравнение расчетов и экспериментальных данных (спектральные измерения по циклотронному резонансу в  $n$ - $InSb$ ) показывает, что определяющими эффект стимулированного излучения являются частотные максимумы коэффициента усиления, связанные с нулевым и первым уровнями Ландау, хотя, по-видимому, возможно и проявление уровня с  $n=2$  (см.[39]). Наблюдаемый скачок частоты генерации от  $\nu \approx 50 \text{ см}^{-1}$  до  $\nu \approx 70 \text{ см}^{-1}$  и соответствующий провал на зонах генерации (см.рис.58 и 67) хорошо объясняются тем, что эффект стимулированного излучения "перескакивает" с нулевого уровня Ландау на первый. Интересно отметить, что такая смена рабочих уровней наблюдается в полях, при которых первая трубка Ландау легких дырок выходит из области малых энергий, в которой из-за особенности рассеяния на заряженных центрах, а возможно и благодаря туннелированию легких дырок в тяжелые (ср. [79]), частоты переходов легких дырок в тяжелые существенно возрастают. Связанное с этим изменение соотношения времен жизни легких дырок на нулевой и первой трубках Ландау и является, по-видимому, основным фактором наблюдае-

мого "переключения" переходов, определяющих генерацию. Увеличение же области пропадаания эффекта стимулированного излучения, разделяющей зону генерации на плоскости  $B$ - и  $E_{np}$ -полей на две подзоны в более легированных образцах  $p$ -Ge, легко объяснимо расширением в  $\vec{p}$ -пространстве области влияния рассеяния на кулоновских центрах. Более точные спектральные измерения, проведенные на дифракционном спектрометре с разрешением  $\delta\nu \geq 1 \text{ см}^{-1}$  и на фурье-спектрометре с разрешением  $\delta\nu \approx 0,1 \pm 0,3 \text{ см}^{-1}$ , подтверждают спектральные измерения по циклотронному резонансу в  $n$ -InSb. Причем характерная ширина спектров излучения, когда роль селекции мод незначительна, составляет  $10$ - $20 \text{ см}^{-1}$  и совпадает с соответствующим значением ширины частотного максимума сечения усиления (см.рис.48). При измерениях с разрешением  $\delta\nu \geq 1 \text{ см}^{-1}$  было обнаружено (ср. [38,39] и [95,97]), что этот спектр состоит из ряда (как правило, двух-трех) полос (см. рис.72-78), положение и число которых зависит от значений прикладываемых полей и не связано с параметрами резонатора. Это свидетельствует о наличии дополнительных осцилляций на частотной зависимости сечения усиления, более мелкомасштабных, чем те, что показаны на рис.48. Скорее всего, такие осцилляции тоже связаны с квантованием Ландау легких дырок, но отражают его более тонкие особенности. По существующим на сегодняшний день точкам зрения, наблюдаемые особенности могут быть следствием либо спинового расщепления уровней Ландау [97], либо дополнительного усиления на резонансных переходах между уровнями Ландау легких дырок с частотами, кратными циклотронной частоте легких дырок ( $\hbar\nu = n\hbar\omega_c^l$  [39]). В связи с вышеизложенным заметим, что из-за экспоненциального характера развития процесса стимулированного излучения и процессов конкуренции мод в спектре излучения могут проявиться очень слабые особенности спектральной зависимости сечения усиления. Учитывая уровень превышения усиления на  $l$ - $h$ -переходах над потерями и типичные расчетные значения  $\propto e^{2n}$ , можно ожидать существенное влияние поправок  $\Delta \propto e^{2n}$  к коэффициенту усиления с  $\Delta \propto e^{2n}/\alpha^{2n} \approx 10^{-2}$ .

Обратимся к тонкой структуре спектров стимулированного излучения, проявляющейся при разрешении  $\delta\nu \leq 0,1 \text{ см}^{-1}$  (см.рис.80-83). Измерения на фурье-спектрометре дают набор узких спектральных линий, заполняющих отмеченные выше частотные полосы генерации. Положение таких линий явно зависит от размеров и типа используемого резонатора и не зави-

сит от значений прикладываемых полей. При изменении  $\beta$ - и  $E_{pr}$  -полей меняется (как это уже отмечалось выше) лишь огибающая частотных линий. Это означает, что тонкая структура определяется электродинамикой резонатора лазера.

Размеры всех исследовавшихся типов резонаторов (образцов  $p$ - $\beta e$  - см.табл. 1) существенно превышают длину волны стимулированного излучения, и спектр собственных частот должен быть очень густым с межмодовым расстоянием  $\Delta \nu \approx 10^{-2} \text{ см}^{-1}$ . Тем не менее, согласно спектральным измерениям, спектр лазера состоит из серий отдельных линий с  $\Delta \nu$  до нескольких обратных сантиметров, что на два-три порядка больше. Очевидно, это означает, что имеет место достаточно эффективная селекция мод в резонаторах рассматриваемого типа. Попытаемся выделить наиболее добротные моды использовавшихся резонаторов на полном внутреннем отражении. Собственные моды прямоугольного диэлектрического резонатора (рис.84) с



Р и с. 84. Распространение лучей, соответствующих целым значениям числа  $q$ , в "схеме расширенных зон". Пунктиром показан ход луча с  $q = 2$  при отражении от граней образца

размерами  $a, b, L \gg \lambda$  в геометрическом приближении (ср. [102]) соответствуют плоским волнам (лучам) с волновыми векторами

$$\vec{k} = k_x \vec{T}_0 + k_y \vec{U}_0 + k_z \vec{Z}_0, \quad (2.9)$$

$$k_x = \pi m_x / b; \quad k_y = \pi m_y / a; \quad k_z = \pi m_z / L$$

и  $m_{xy}$  — целые положительные числа. Потери в резонаторах рассматриваемого типа определяются следующими основными факторами: рассеянием на ребрах и на неровностях поверхностей граней параллелепипедов, и особенно тех из них, на которые наносились контакты, и перекосами (непараллельностью) торцевых граней. Грубая шлифовка контактных граней существенно ограничивает возможные типы добротных мод, исключая все те, которые связаны с отражением от этих граней и для которых  $k_x \neq 0$ . Другие факторы благодаря симметрии резонатора приводят к дополнительной селекции — выделенности определенных направлений распространения мод в плоскости  $yz$  (см. рис. 84). Так, наиболее добротные моды, испытывающие минимальное рассеяние на ребрах торцевых граней (нормальных к плоскости  $yz$ ), соответствуют направлениям распространения, удовлетворяющим условию

$$\operatorname{tg} \beta = k_y / k_z = a \varphi / L, \quad (2.10)$$

где  $\varphi$  — положительное целое число. Это число должно удовлетворять условиям полного внутреннего отражения на торцевых и боковых гранях, что дает

$$\varepsilon_0^{-1/2} < \sin \beta < (1 - \varepsilon_0^{-1})^{1/2}. \quad (2.11)$$

Так как в исследованных образцах  $L \gg a \gg \lambda$ , условие (2.10) не противоречит соотношениям (2.9). Из построения лучей "в схеме расширенных зон" (см. рис. 84) видно, что направления распространения для наиболее добротных мод соответствуют целым  $\varphi$  и попадают в "просветы" решетки, образованной многократными отражениями ребер параллелепипеда. Для фиксированного направления распространения спектр возможных собственных частот резонатора должен быть дискретен из-за квантования поперечного волнового числа  $k_y = \pi m_y / a$ :

$$k = k_y / \sin \beta = \pi m_y / a \sin \beta = 2 \pi \varepsilon_0^{1/2} \nu. \quad (\text{см}^{-1}).$$

Таким образом, рассматриваемый класс наиболее добротных мод резонатора характеризуется двумя целыми числами  $\varphi$  и  $m_y$ , где  $\varphi$  определяет направление распространения моды  $\varphi = L \cdot \operatorname{tg} \beta / a$ , а  $m_y$  — значение частоты  $\nu$  ( $\text{см}^{-1}$ ) =  $(2 a \varepsilon_0^{1/2} \cdot \sin \beta)^{-1} m_y$ . Следовательно, если генерация развивается на модах одного выделенного направления ( $\beta, \varphi = \text{const}$ ), спектр частот стимулированного излучения будет представлять экви-

дистантную серию линий с межмодовым расстоянием

$$\Delta \nu (\text{см}^{-1}) = (2a\epsilon_0^{1/2} \sin \beta)^{-1}. \quad (2.12)$$

Очевидно, такая ситуация реализуется в эксперименте в случаях, когда из-за малого усиления генерация возможна только в модах с  $q \approx q_{\min}$ .

Условие  $q = q_{\min} = L(\text{tg} \beta_{\min})/a$  соответствует минимальным потерям при рассеянии на ребрах и минимальному числу отражений от боковых граней параллелепипеда. При этом  $\beta_{\min}$  не может быть меньше критического угла  $\beta^*$ , при котором реализуется полное внутреннее отражение моды от торцевой грани. Согласно экспериментальным результатам  $\beta^*$  оказывается чуть больше (из-за перекосов граней и дифракции), чем угол полного внутреннего отражения, равный  $\text{arctg} \sin(\epsilon_0^{-1/2}) \approx 14,8^\circ$ , и составляет  $\beta^* \approx 15+17^\circ$ . Так как для исследованных образцов  $L \gg a$ , то  $\beta_{\min} = \text{arctg}(a q_{\min}/L) \approx \beta^* \approx \text{arctg} \sin(\epsilon_0^{-1/2})$  и межмодовое расстояние согласно (2.12) близко к  $\Delta \nu (\text{см}^{-1}) = (2a)^{-1}$ . Полученные данные спектральных измерений на фурье-спектрометре хорошо согласуются с вышеизложенными соображениями. Так, для образцов 10 и 11 (см.табл.1)  $\Delta \nu \approx 1,1 \text{ см}^{-1}$  и  $\Delta \nu \approx 2,1 \text{ см}^{-1}$  (см.рис.80 и 81), что соответствует  $\beta_{\min} \approx 22,7^\circ$  и  $\beta_{\min} \approx 17,5^\circ$ . При этом число  $q$  принимает значения целых чисел:  $q_{\min} = 4$  для образца 10 и  $q_{\min} = 7$  для образца 11. Поскольку  $\Delta \nu$  обратно пропорционально толщине образца  $a$ , то, уменьшая  $a$ , можно добиться того, чтобы в полосе усиления осталась только одна мода. Соответствующий одномодовый режим генерации был реализован на образце 12 (см.рис.82). Однако вышеизложенный механизм селекции мод эффективен лишь при достаточно малом превышении усиления над потерями, что ограничивает возможные энергетические характеристики ( $P_{\text{вых}}, \eta$ ) такого одномодового лазера. Действительно, увеличение усиления при более оптимальных значениях  $V$ - и  $E_{\text{пр}}$ -полей приводит (см.рис.80,81, образец 11) к появлению в спектре стимулированного излучения еще одной серии мод с межмодовым расстоянием  $\Delta \nu \approx 1,9 \text{ см}^{-1}$ . Таким образом, имеют место две серии мод с  $\Delta \nu \approx 2,1 \text{ см}^{-1}$  и  $\Delta \nu \approx 1,9 \text{ см}^{-1}$ . Это означает, что генерация развивается на модах двух направлений распространения с  $\beta \approx 17,5^\circ$  ( $q = 7$ ) и  $\beta \approx 19,8^\circ$  ( $q = 8$ ). При еще большем усилении следует ожидать еще более богатого спектра стимулированного излучения, в том числе и за счет мод с  $k_z \neq 0$ .

Спектральные измерения излучения лазера с полуконфокальным резонатором на внешних зеркалах (см.рис.83) показывают,

что спектр излучения повторяет особенности, связанные с усилением среды (в отношении ширины спектральной полосы генерации, наличия скачка частоты и т.д.), в то время как тонкая структура спектра качественно отличается от той, что имеет место в случае генерации на модах полного внутреннего отражения. Лазер на аксиальных модах полуконфокального резонатора, как известно, обеспечивает высокую степень направленности выходного излучения. Однако остается вопрос о перестраиваемом селективном элементе, позволившем бы сочетать направленность с монохроматичностью и возможностью перестройки частоты стимулированного излучения. Эта задача еще не решена.

В заключение отметим, что исследования по оптимизации условий работы лазеров на межподзонных переходах валентной зоны  $p-Ga$  еще только начинаются и можно надеяться, что в конечном итоге они приведут к созданию эффективных перестраиваемых источников направленного когерентного излучения в длинноволновом ИК-диапазоне длин волн.



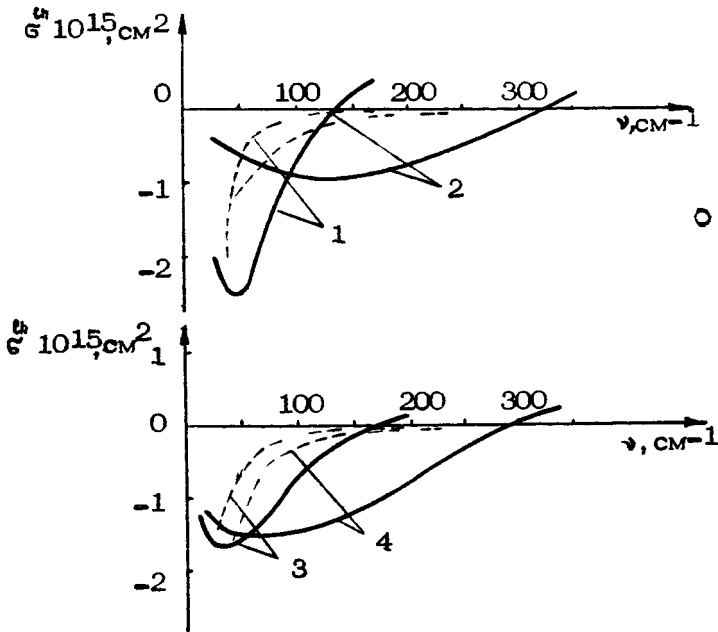
## ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДРУГИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

### 3.1. СРАВНЕНИЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Накопление легких дырок и возникновение инверсии  $\nu$ - $h$  - перехода в сильных  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях возможно и в других полупроводниках, имеющих строение валентной зоны подобное  $p$ - $Ge$ . В табл. 2 приведены параметры таких материалов, образцы которых с концентрацией акцепторов  $N_A \lesssim 10^{15} \text{ см}^{-3}$  являются доступными. Параметры взяты из работ [49,50]. Для полярных материалов ( $p$ - $InSb$ ,  $p$ - $GaAs$ ) учтено как полярное, так и деформационное взаимодействие с оптическими фононами (характерные частоты рассеяния на оптических фононах для этих механизмов  $\nu_{0,p0}$  и  $\nu_{0,d0}$ ). Указаны характерные электрическое  $E_0$  и магнитное  $B_0$  поля, при которых пролетная  $\nu_{0E} = eE_0 / \rho_0^h$  и циклотронная  $\omega_{0c} = eB_0 / m^h c$  частоты тяжелых дырок равны  $\nu_0 = \nu_{0,p0} + \nu_{0,d0}$ . Как следует из обсуждения, проведенного в гл. 2,  $E \approx 0,5 \div 1 E_0$ ,  $B \approx 0,7 \div 1,2 B_0$  - оптимальные значения полей для возникновения инверсии  $\nu$ - $h$  - перехода, связанной с накоплением легких дырок на замкнутых траекториях при  $\mathcal{E} < \hbar \omega_0$  в скрещенных полях. Значение магнитного поля  $B_{KB}$ , при котором  $\omega_c^p = \omega_0$ , позволяет оценить роль квантования Ландау в подзоне легких дырок. Поле  $E_s$ , при котором начинается стриминг, получено приравниванием пролетной частоты тяжелых дырок  $\nu_E = eE_s / \rho_0$  значению  $\nu_{ак,в}$  - частоте акустического рассеяния при  $\mathcal{E} = \hbar \omega_0$  и  $T = 20 \text{ К}$ . Магнитное поле оказывает влияние на стриминг при  $B > B_s$ , при котором циклотронная частота легких дырок  $\omega_c^p \gg \nu_{ак,в}$ .

Конечно, детальное исследование возможности и условий возникновения усиления в скрещенных  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях должно проводиться в реальной зонной структуре, однако возможности этих материалов, с точки зрения лазерного эффекта, могут быть продемонстрированы и на основе численного моделирования поведения системы дырок в модели изотропных подзон с эффективными параметрами. На рис. 85 приведены результаты расчета сечения поглощения в такой модели для разных материалов на основе численного моделирования функций распределений дырок в скрещенных полях методом Монте-Карло. Моделирование проводилось в модели сферически-симметричных, па-

Параметры	М а т е р и а л			
	$\rho$ -Ge	$\rho$ -Si	$\rho$ -InSb	$\rho$ -GaAs
$m^h/m_0$	0,35	1,0	0,47	0,62
$m^p/m_0$	0,042	0,2	0,015	0,074
$\hbar\omega_0, \text{K}$	430	730	283	420
$\alpha, \text{см}^{-1}$	-0,125	-0,096	-0,19	+0,16
$E_0, \text{кВ/см}$	3,55	28	12,7	41
$E_g, \text{кВ/см}$	0,17	1,4	0,54	0,65
$\nu_0, \text{кГц}$	18,4	200	94	286
$\nu_g, \text{кГц}$	0,3	1,66	0,71	1,56
$\nu_{kh}, \text{кГц}$	1,34	1,66	32	232



Р и с. 85. Спектральная зависимость сечения поглощения  $\nu$ - $h$ -переходов горячих дырок при  $T = 20 \text{ K}$ ,  $N_I = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ ,  $\rho_c^h/\rho_b^h = 1$ . Пунктир соответствует друдевскому поглощению. 1 -  $\rho$ -InSb ( $E = 2,1 \text{ кВ/см}$ ;  $\nu = 15,7 \text{ кГц}$ ), 2 -  $\rho$ -Si ( $5,7 \text{ кВ/см}$ ;  $28 \text{ кГц}$ ), 3 -  $\rho$ -GaAs ( $4,1 \text{ кВ/см}$ ;  $28,6 \text{ кГц}$ ), 4 -  $\rho$ -Ge ( $3,5 \text{ кВ/см}$ ;  $18,4 \text{ кГц}$ )

рабочих подзон легких и тяжелых дырок с массами, приведенными в табл. 2. Учитывалось рассеяние на деформационном потенциале оптических фононов (поглощение и испускание), акустическое рассеяние (поглощение и испускание) с учетом неупругости [107] и рассеяние на примесях. Оптическое рассеяние считалось изотропным, а при рассеянии на акустических фононах и примесях учитывалась анизотропия рассеяния согласно [49, 50]. При расчете в полярных материалах  $\rho$ -InSb и  $\rho$ -GaAs константа взаимодействия с оптическими фононами была увеличена так, чтобы новая частота рассеяния при изотропном деформационном рассеянии на оптических фононах была равна:  $\nu_{0, \text{до}}^* = \nu_{0, \text{по}} + \nu_{0, \text{до}}$ . Для грубого представления о влиянии непараболичности подзон моделирование в  $\rho$ -Si было проведено для двух значений эффективных масс тяжелых и легких дырок. Матричный элемент считался изотропным, и сечение поглощения вычислялось по формуле

$$\sigma(\omega) = 2 \cdot 4\pi^3 e^2 \hbar U^{eh} \rho [f^h(\rho) - f^e(\rho)] / c \sqrt{\epsilon_p} \left( \frac{m_0}{m^e} - \frac{m_0}{m^h} \right)^2, \quad (3.1)$$

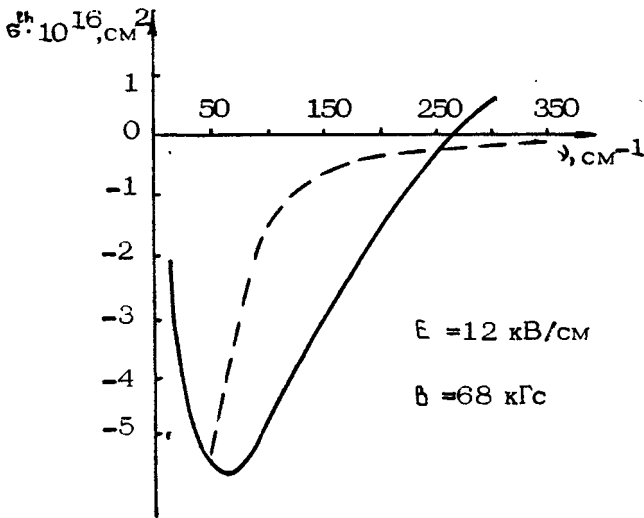
где  $U^{eh} = \left( \frac{m_0}{m^e} - \frac{m_0}{m^h} \right)^2$ , а  $f^{eh}$  — функции распределения дырок ( $2 \sum_{\vec{p}, h} f^{eh} d^3 \vec{p} = N$ ),  $N$  — полная концентрация дырок. При моделировании величины электрического и магнитного полей выбирались так, чтобы центр вращения дырок  $\rho_{\Delta F}^h = c m^h \frac{E}{B}$  находился на границе подзоны тяжелых дырок и область накопления имела бы только в подзоне легких дырок. Для  $\rho$ -Si приведены данные, соответствующие массам дырок:  $m^h = m_0$ ,  $m^e = 0,2 m_0$ . При этом, в соответствии с усреднением методом Монте-Карло по телесному углу  $\Omega$  величины  $B^{eh} = \tilde{\Gamma} \Omega \left( \frac{m^e m^h}{m^e - m^h} \right)^{1/2}$  из работы [56], численное значение  $U^{eh}$  было увеличено вдвое и принималось равным 40. Как видно из рис. 85, при данной температуре решетки и концентрации примесей максимальное значение  $|\sigma|$  в полярных материалах достигается в более длинноволновой области спектра ( $\lambda \sim 300$  мкм), чем в атомных полупроводниках ( $\lambda \sim 100$  мкм). Кроме того, и сама величина максимума  $|\sigma|$  в полярных материалах несколько выше, чем в атомных. Значение величины отрицательного коэффициента поглощения  $\alpha = \frac{1}{2} N_I$  является важным для преодоления поглощения недырочного происхождения. Пунктиром на рисунке показано сечение друдевского поглощения  $\sigma^{hh}(\omega)$ . Эффективная частота рассеяния дырок  $\nu_{\Delta F}^h$ , входящая в выражение для  $\sigma^{hh}(\omega)$

$$\epsilon^{hh} = 4\pi e^2 N \rightarrow_{3\phi} / m^h c \omega^2 \epsilon_0, \quad (3.2)$$

взята равной удвоенной частоте рассеяния тяжелых дырок на оптических фононах: к этому значению близка, как следует из результатов численного моделирования в  $\rho$ -Ge [60], соответствующая частота рассеяния, входящая в сечение друдевского поглощения в рассматриваемом случае для неполяризованного ДИК-излучения. При расчете  $\epsilon^{hh}$  в Si величина  $m^h$  выбрана равной массе свободного электрона. Учет друдевского поглощения приводит к изменению как величины  $\epsilon$ , так и спектрального состава излучения. Полученные на основе численного моделирования характерные значения коэффициентов усиления (рис. 85,  $N_2 = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ) с учетом тормозного поглощения также сведены в табл. 2; откуда видно, что параметры  $\rho$ -Si,  $\rho$ -InSb и  $\rho$ -GaAs в целом оказываются более экстремальными, чем параметры  $\rho$ -Ge: оптимальные условия для усиления ДИКИ возникают здесь при больших значениях электрических и магнитных полей. Сильная связь с оптическими фононами (в  $\rho$ -GaAs) является скорее отрицательным фактором, так как приводит к сильной локализации функции распределения тяжелых дырок в области малых энергий и к сильному  $\ell$ -h-поглощению, приводящему к  $\alpha_\omega > 0$  при указанных в табл. 2 параметрах.

Полупроводник  $\rho$ -InSb интересен тем, что малые значения  $m^e$  для него приводят к  $v_{kb} < v_0$ , что позволяет здесь рассчитывать значительное проявление квантовых осцилляций коэффициента усиления, вызванных квантованием Ландау легких дырок (ср. разд. 1.4). Правда, обычно считается, что благодаря вызванной электронами и легкими дырками ударной ионизации, которая в  $\rho$ -InSb возникает в электрическом поле  $E > 500 \div 1000 \text{ В/см}$  (см., например, [49, 50]), в этом полупроводнике трудно осуществить стриминг. Однако в интересующем нас случае имеется  $\vec{B} \perp \vec{E}$ , причем легкие носители-электроны и легкие дырки - замагничены; т.е. для них положение центра траекторий в скрещенных полях таково, что  $\rho_{dr}/\rho_0 < 0,1$ . В этом случае, как показано в работе [104], лавина, вызванная легкими носителями, возникать не должна. В то же время лавина, вызванная незамагниченными тяжелыми дырками, возникает лишь при  $E \gtrsim 0,4 \cdot E_0 \approx 5 \text{ кВ/см}$  [104]. Таким образом, есть все основания предполагать, что в  $\rho$ -InSb в скрещенных полях в условиях, когда возникает инверсия  $\ell$ -h-переходов, возможность возникновения лавины может быть несущественна.

С другой стороны, большая величина  $\hbar\omega_0$  в  $\rho$ -Si позволяет рассчитывать здесь на сохранение лазерного эффекта при

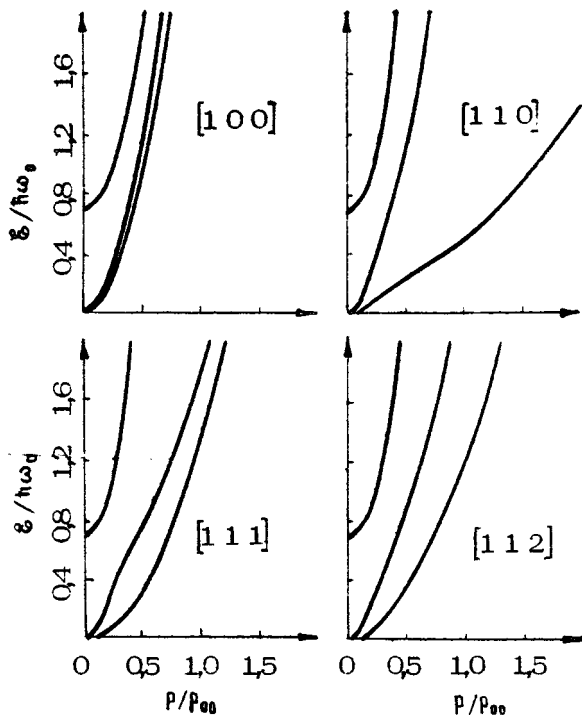


Р и с. 86. Спектральная зависимость сечения поглощения горячих дырок в  $p\text{-Si}$  при  $T = 77 \text{ К}$ ,  $N_I = 10^{15} \text{ см}^{-3}$

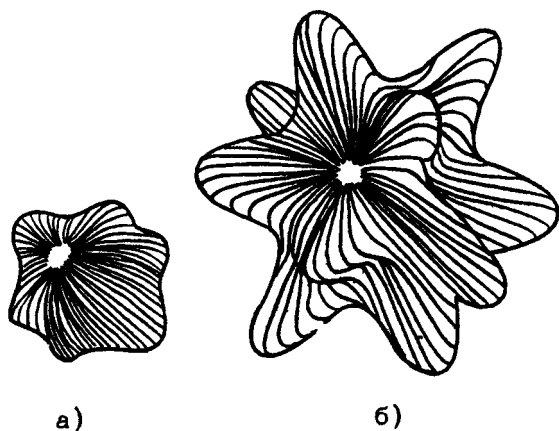
$T = 77 \text{ К}$  (рис.86) и на расширение спектра в более коротковолновую область (до  $\lambda \approx 20 \text{ мкм}$ ), так что  $p\text{-Si}$  кажется сейчас основным кандидатом для лазера ДИКИ на  $v\text{-h}$ -переходах в скрещенных полях при азотной температуре.

### 3.2. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕЖПОДЗОННОЙ ИНВЕРСИИ ДЫРОК И УСИЛЕНИЯ ДАЛЬНЕГО ИК-ИЗЛУЧЕНИЯ В КРЕМНИИ

Для более полного обоснования указанных выше перспектив лазерного эффекта в дырочном кремнии необходимо детальное исследование усиления дальнего ИК-излучения при  $v\text{-h}$ -переходах дырок в скрещенных полях в реальной структуре валентной зоны, которая является сильно анизотропной и непараболической. Энергетическая зонная структура полупроводников  $p$ -типа со структурой алмаза и цинковой обманки хорошо известна (см., например, [45]). В интересующем нас случае энергии дырок  $\xi < \hbar\omega_0$  в  $\text{Si}$  необходим учет спин-орбитального взаимодействия и соответствующее секулярное уравнение в этом случае сводится к кубическому уравнению. На рис.87 приведены

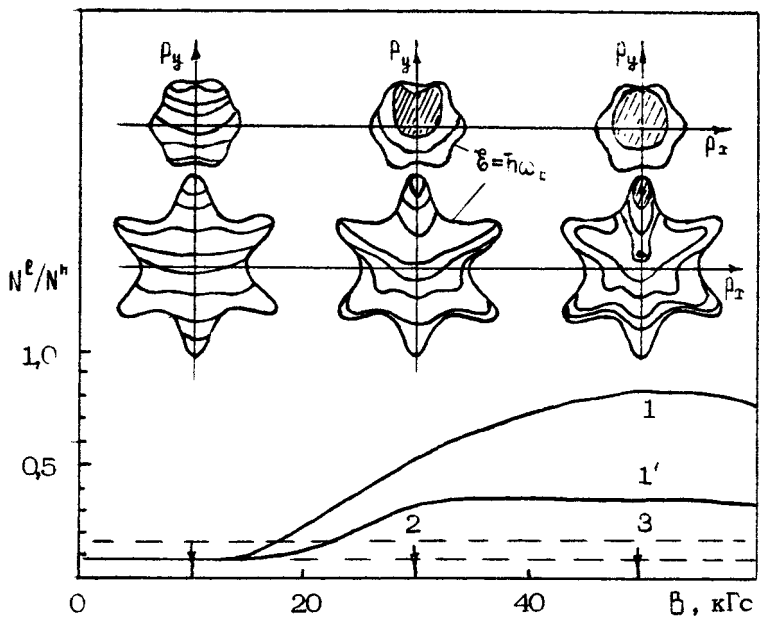


Р и с. 87. Дисперсионные кривые для валентной зоны кремния;  $\rho_{00} = (2m_0 \hbar \omega_0)^{1/2}$

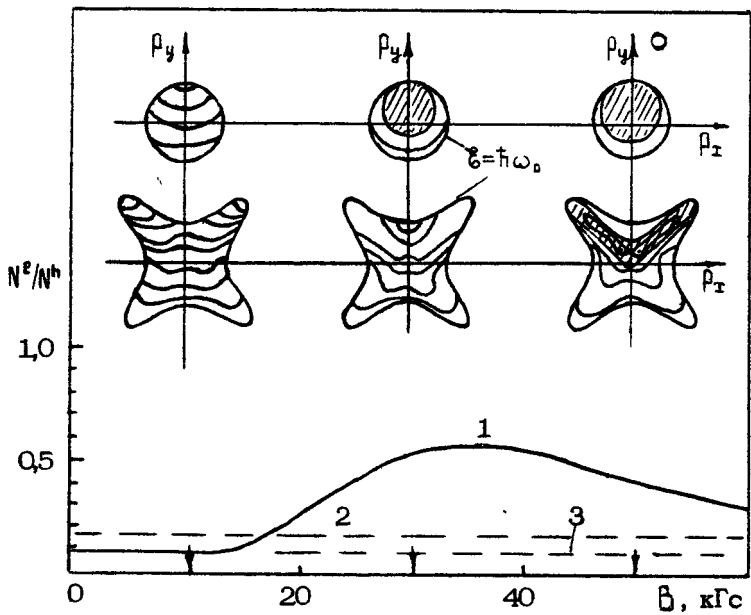


Р и с. 88. Поверхности постоянной энергии  $\varepsilon = \hbar\omega_0$  легких (а) и тяжелых (б) дырок в кремнии

решения этого уравнения, определяющие закон дисперсии каждой из подзон валентной зоны для основных кристаллографических направлений в  $\beta$ -Si. В качестве зонных параметров здесь использованы данные работы [45]. Малая величина спин-орбитального отщепления приводит к появлению отщепленной подзоны ( $s$ ) при  $\xi < \hbar\omega_0$ . Кроме того, эта подзона "возмущает" зависимости  $\xi(\vec{p})$  в остальных двух подзонах, приводя в общем случае к их сильной непараболичности. Анизотропия зонной структуры, характерная для полупроводников  $\beta$ -типа из-за сильной непараболичности зоны тяжелых дырок Si в направлении  $[110]$ , приводит к тому, что энергия оптического фонона достигается в этой зоне при значениях импульса  $p_0^{110}$ , более чем в три раза превышающих значение  $p_0$  в других направлениях высокой симметрии кристалла. Такая форма поверхности  $\xi = \hbar\omega_0$  (рис.88) и вид закона дисперсии приводят к новым особенностям в распределении носителей в импульсном пространстве при разогреве дырок в  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях. Эффективность накопления тяжелых дырок теперь увеличивается, так как при смещении центров траекторий в импульсном пространстве в направлении  $[110]$  в тяжелой подзоне, вследствие сильной непараболичности в этом направлении, образуется вторая область накопления  $[105]$ , плотности состояний в которой более чем в  $(m^h/m^l)^{3/2}$  раз выше, чем на дне зоны. На рис.89 представлены результаты численного моделирования методом Монте-Карло относительной концентрации легких и тяжелых дырок в рамках анизотропных непараболических подзон модели Кейна [45]. На вставках схематически показана эволюция распределения носителей в легкой и тяжелой подзонах с ростом поля  $\vec{B}$ . Стрелками указаны соответствующие распределения значения магнитного поля. Движение дырок происходило согласно реальному закону дисперсии [45]. При расчете учитывалось рассеяние на изотропном деформационном потенциале оптических фононов и на акустических фононах в приближении равномерного распределения. Реальный закон дисперсии учитывался в законе сохранения при рассеянии, а матричные элементы межзонного и внутризонного рассеяния считались изотропными. Из рисунка следует, что общий характер кривых, хорошо известный из моделирования в изотропной зоне [30], сохраняется. С другой стороны, видно, что накопление легких дырок при ориентации  $\vec{B} \parallel [111]$ ,  $\vec{E} \parallel [11\bar{2}]$  более эффективно, чем при  $\vec{B} \parallel [001]$ ,  $\vec{E} \parallel [100]$ . Максимальное значение  $N^p/N^h$  достигается при  $\vec{B} \parallel [111]$ , как и в изотропном случае, в области полей  $\vec{B}$ , несколько больших тех, в которых центры вращения входят внутрь поверхности  $\xi = \hbar\omega_0$ .



a)



b)



Р и с. 89. Эффективность накопления горячих легких дырок в  $p$ -Si для двух ориентаций  $\vec{E} \perp \vec{B}$  относительно кристаллографических осей при  $N_I = 0$ ,  $E = 3$  кВ/см: а -  $\vec{E} \parallel [11\bar{2}]$ ,  $\vec{B} \parallel [111]$ ; б -  $\vec{E} \parallel [100]$ ,  $\vec{B} \parallel [001]$ . 1 -  $T = 20$  К, 1' -  $T = 77$  К; 2 -  $(m^e/m^h)^2$ , 3 -  $(m^e/m^h)^{3/2}$ . На вставках - эволюция распределения дырок в импульсном пространстве. Заштрихованы области накопления

При расчете излучательных характеристик системы горячих дырок в рассматриваемых условиях основной рассчитываемой величиной является коэффициент поглощения  $\alpha^{eh}$ . Его расчет был проделан еще в известной работе Кейна [45], результат имеет вид

$$\alpha^{eh} = \frac{2e^2 k^3 W^{eh} (f^h - f^e)}{c\hbar \epsilon_0 (\epsilon^h - \epsilon^e) (d\epsilon^h/dk^2 - d\epsilon^e/dk^2)}, \quad (3.3)$$

где

$$W^{eh} = \frac{\hbar^2}{m_0^2} \frac{|\langle u^h | \vec{A} \hat{p} | u^e \rangle|^2}{A^2 k^2} \quad (3.4)$$

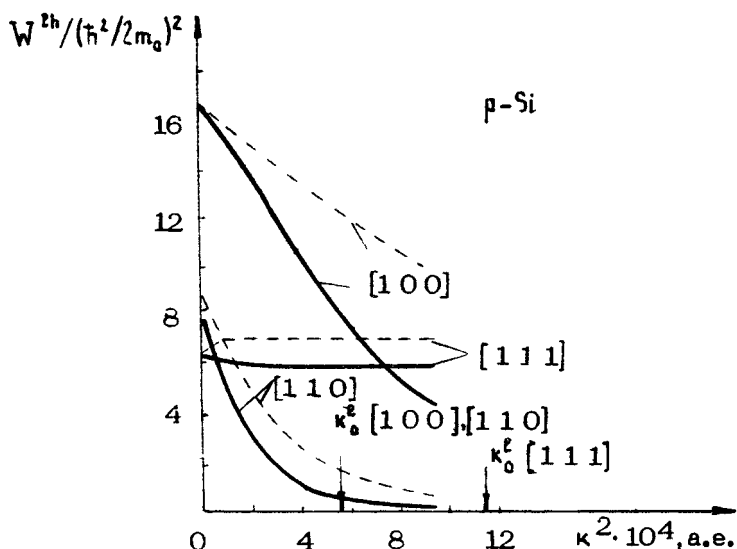
- безразмерный, усредненный по направлениям  $\vec{A}$  матричный элемент излучательного перехода. Здесь  $\vec{A}$  - вектор-потенциал,  $\hat{p}$  - оператор импульса,  $u^{eh}$  - волновые функции дырок в подзонах.

Выражение (3.3) прямо применимо в случае сферических энергетических подзон; в общем случае его необходимо усреднить по направлениям вектора  $\vec{k}$ . На рис.90 представлены рассчитанные на основании работы [45] зависимости  $W^{eh}(\vec{k})$  в анизотропной непараболической валентной зоне Si для главных кристаллографических направлений.

Использование расчета мнимой части продольной или поперечной диэлектрических проницаемостей дырок (ср. [56,65]) позволяет выразить коэффициент поглощения  $\alpha^{eh}$ , как это обычно делается в теории дисперсии в пределе длинных волн, через силы осцилляторов  $e$ - $h$ -перехода  $\varphi^{eh}$

$$\varphi^{eh} = \frac{2m_0}{\hbar^2} (\epsilon^e - \epsilon^h) \frac{|\langle u^e | \vec{A} \hat{r} | u^h \rangle|^2}{A^2}, \quad (3.5)$$

где  $\hat{r}$  - оператор координаты. В работе [65] с использованием правила сумм было получено выражение для усредненного по направлениям вектора  $\vec{A}$  значения сил осцилляторов в ани-



Р и с. 90. Зависимость матричного элемента оптических  $l$ - $h$ -переходов от величины волнового вектора  $\vec{\kappa}$  для трех направлений, параллельных главным кристаллографическим осям Si. Сплошные кривые рассчитаны согласно работе Кейна [45], пунктир — по формуле (3.6)

Изотропной параболической вырожденной валентной зоне. С учетом этого выражения величина  $W^{lh}$  может быть представлена в виде

$$W^{lh} = \frac{\hbar^2}{m_0^2} \frac{(m \omega^{lh})^2 |\langle u^l | \vec{A} \cdot \vec{\kappa} | u^h \rangle|^2}{A^2 \kappa^2}, \quad (3.6)$$

где

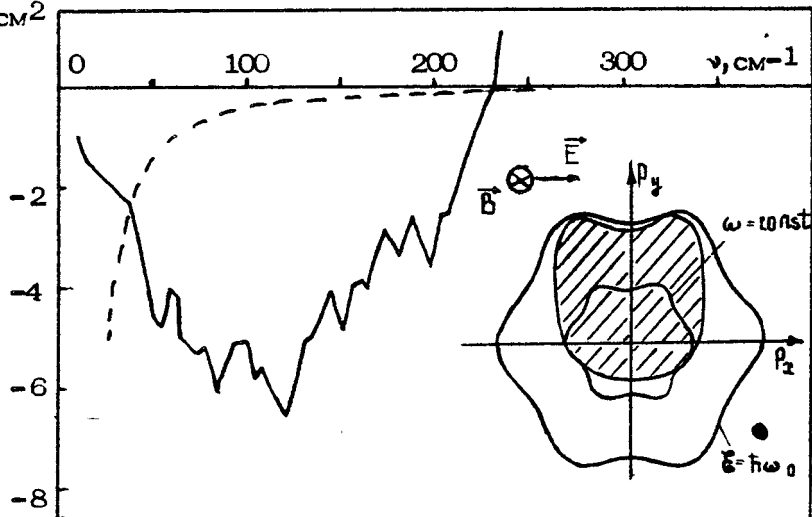
$$\frac{|\langle u^l | \vec{A} \cdot \vec{\kappa} | u^h \rangle|^2}{A^2} = \frac{\hbar^2}{2m_0} \frac{\beta_1 - \frac{m_0}{3} \sum_i \frac{\partial^2 \epsilon^h}{\partial p_i^2}}{\epsilon^l - \epsilon^h}. \quad (3.7)$$

Здесь  $\beta_1$  — константа Латгинжера параболической анизотропной модели вырожденной валентной зоны. Выражение (3.6), конечно, совпадает с выражением Кейна (3.4) с формальной заменой оператора  $\hat{p}$  на оператор  $i m \vec{\omega} \cdot \vec{\tau}$ . В изотропном приближении из этого выражения для валентной зоны  $\Gamma_6$  получаем  $W^{lh} \approx 240$ , что согласуется со значением, упомянутым

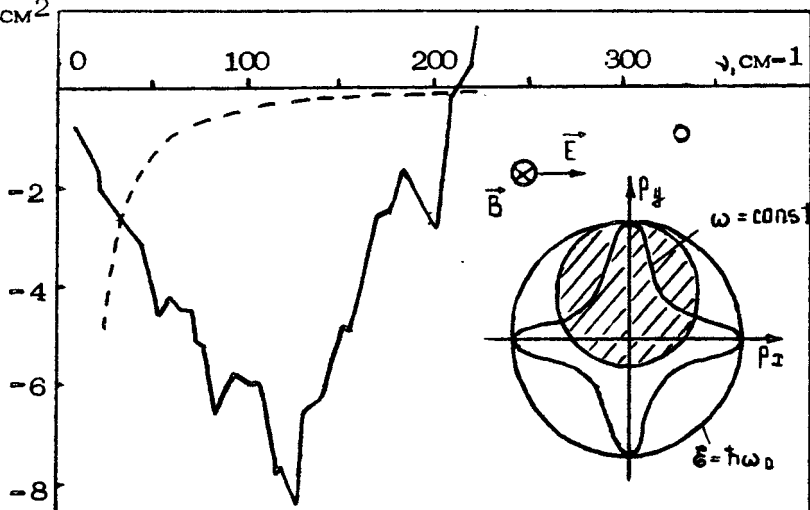
выше. Расчет по формуле (3.7) показал, что в  $\text{Ge}$ ,  $\text{InSb}$  и  $\text{GaAs}$  усредненное по направлениям вектора  $\vec{k}$  значение  $W^{\text{ph}}$  неплохо согласуется с изотропной моделью. В  $\text{Si}$  изотропная модель дает значение, заниженное приблизительно в два раза по сравнению со значением, усредненным по формуле (3.6). Ниже при расчете сечения усиления дырок  $\text{Si}$  в скрещенных полях будем использовать выражение (3.6) для параметра  $W^{\text{ph}}$ , подставляя в него анизотропные непараболические законы дисперсии легких и тяжелых дырок в модели Кейна [45]. Хотя в этом случае выражение (3.6) не является точным, как показывают расчеты, оно неплохо согласуется с расчетами, проведенными согласно Кейну [45] (см. рис. 90).

Кроме величины матричного элемента перехода, с точки зрения спектрального состава излучения, при межподзонных переходах дырок в скрещенных полях существенное значение имеет вид поверхностей постоянной частоты в  $\vec{p}$ -пространстве [106]. Спектр возникающих частот существенным образом зависит от телесного угла, отсекаемого поверхностью области накопления в легкой подзоне на изочастотной поверхности. Когда изочастотная поверхность полностью лежит внутри области накопления легких дырок, то интенсивность этой линии в спектре излучения будет определяться только функциями распределения. При пересечении поверхностей интенсивность линии при  $\ell$ - $h$ -переходах определяется отсекаемым телесным углом.

На рис. 91 приведены результаты моделирования сечения поглощения на  $\ell$ - $h$ -переходах в  $\beta$ - $\text{Si}$  как при оптимальных направлениях полей (рис. 91, а), так и при другой геометрии (рис. 91, б). Использовалось выражение (3.6) для параметра  $W^{\text{ph}}$ , куда в качестве закона дисперсии подставлялись решения кубического уравнения [45] с параметрами зоны, взятыми из работы [50]. Такое приближение, как отмечалось выше, неплохо согласуется с точным расчетом. Пунктиром отмечено значение поглощения Друде, выполненное по формуле (3.2) с  $\nu_{\text{эф}} = 2\nu_{\text{ДПТ}}$ . На вставках схематически показано распределение легких носителей в импульсном пространстве и приведена изочастотная поверхность для  $\lambda = 100$  мкм. Хорошо видно (см. рис. 91, а, б), что в случае а сильная анизотропия изочастотной поверхности приводит к заметному сужению спектра по сравнению со случаем б, где изочастотная поверхность внутри области накопления достаточно гладкая. На рис. 92 приведены аналогичные кривые для других величин  $\beta$ . Сечение поглощения на  $\ell$ - $h$ -переходах в  $\beta$ - $\text{Si}$  при азотной температуре приведено на рис. 93.

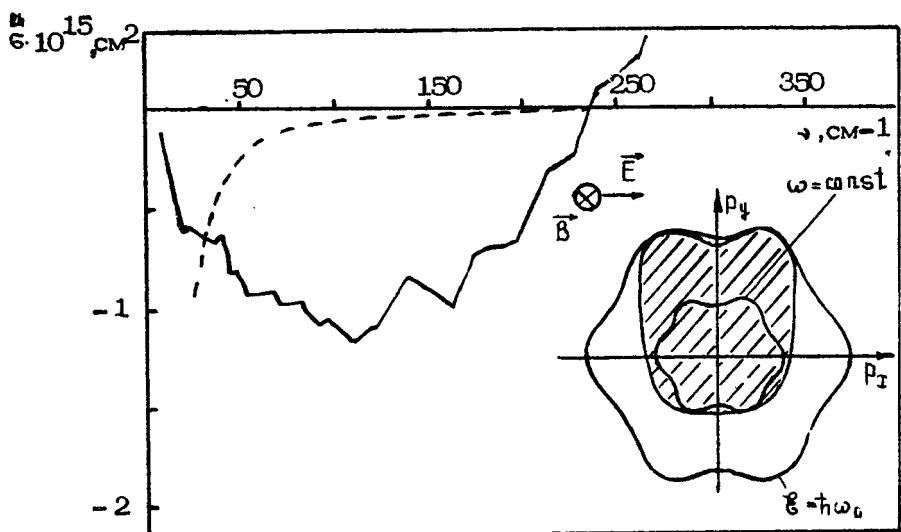
$\sigma_h$   
 $\sigma \cdot 10^{16}, \text{CM}^2$ 

a)

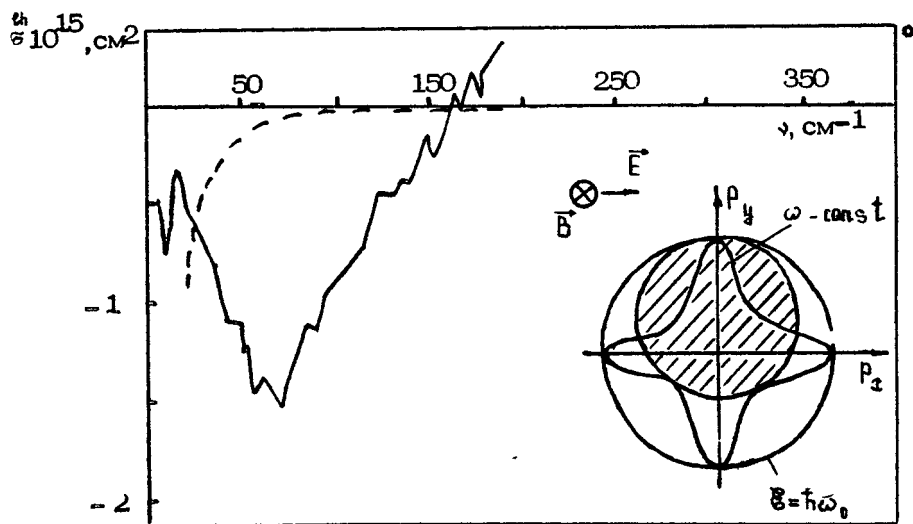
 $\sigma_h$   
 $\sigma \cdot 10^{16}, \text{CM}^2$ 

б)

Р и с. 91. Спектральная зависимость сечения поглощения в  $p$ -Si, рассчитанная согласно (3.6) для  $B = 30 \text{ кГс}$ ,  $E = 3 \text{ кВ/см}$ ,  $T = 20 \text{ К}$ ,  $N_I = 0.а - \vec{E} \parallel [11\bar{2}]$ ,  $\vec{B} \parallel [11\bar{4}]$ ; б -  $\vec{E} \parallel [100]$ ,  $\vec{B} \parallel [001]$ . Заштрихована - область накопления

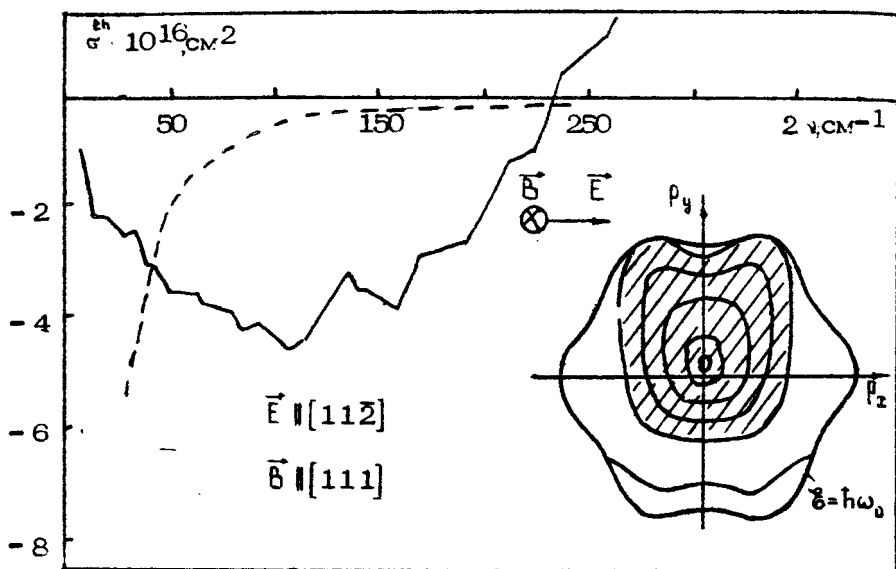


а)



б)

Р и с. 92. Спектральная зависимость сечения поглощения в р-Si при  $T = 20\text{K}$ ,  $N_T = 0$ , рассчитанная согласно (3,6) для  $B = 40\text{кГс}$ ,  $E = 3\text{кВ/см}$ : а -  $\vec{E} \parallel [11\bar{2}]$ ,  $\vec{B} \parallel [111]$ ; б -  $\vec{E} \parallel [100]$ ,  $\vec{B} \parallel [001]$ . Обозначения на вставке соответствуют рис.91



Р и с. 93. Спектральная зависимость сечения поглощения в  $p\text{-Si}$  при  $T = 77 \text{ K}$ ,  $E = 3 \text{ кВ/см}$ ,  $B = 40 \text{ кГс}$ . На вставке заштрихована область накопления

Таким образом, проведенные численные расчеты показывают перспективность  $\text{Si}$  как материала для лазеров на горячих дырках при  $T \approx 77 \text{ K}$ . Конечно, приведенные результаты численных расчетов - это только первый шаг, и дальнейшее уточнение модели (прежде всего, более точный учет реального матричного элемента межподзонного перехода и более детальный анализ вклада тормозного поглощения) безусловно необходимо.

Экспериментальные исследования ДИК-излучения горячих дырок в  $\text{Si}$  по методике, использовавшейся для  $\text{Ge}$  (см. гл.2) затруднены более глубоко, чем в  $\text{Ge}$ , залеганием примесей в  $\text{Si}$ , что приводит к трудностям осуществления примесного пробоя в  $\text{Si}$  охлажденным жидким гелием импульсами длительностью  $\tau \approx 1\text{--}2 \text{ мс}$  даже для напряженности электрического поля  $E \approx 1\text{--}2 \text{ кВ/см}$ . По-видимому, предварительный подогрев образцов внутри гелиевой ванны до  $T \approx 20 \text{ K}$  - наиболее простой путь для таких исследований.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенные теоретические и экспериментальные исследования механизма и излучательных характеристик лазеров на межподзонных переходах горячих дырок указывают на перспективность таких источников, как перестраиваемые активные приборы дальнего ИК-диапазона электромагнитных волн. Однако необходимы еще большие усилия для того, чтобы такие приборы стали реальностью. Отметим проблемы, исследования которых представляются в этом плане наиболее актуальными.

Для лазеров на основе охлаждаемого жидким гелием германия наиболее важным является разработка адекватных электродинамических систем, которые позволили бы сочетать высокую направленность и монохроматичность выходного излучения таких источников с возможностью непрерывной частотной перестройки во всей возможной полосе усиления. Желательно, конечно, чтобы соответствующая конструкция позволяла использовать транспортный гелиевый сосуд Дьюара, т.е. была выполнена в виде криомагнитной вставки типа показанной на рис. 50. Из теоретических проблем актуальным является создание полной квантовой картины разогрева и усиления на  $\ell$ - $h$ -переходах дырок, в которой нашло бы свое отражение квантование Ландау и соответствующие особенности межподзонных и внутрисубзонных излучательных и безызлучательных переходов дырок в скрещенных электрическом и магнитном полях. Полученные в настоящее время экспериментальные результаты демонстрируют проявление квантования Ландау легких дырок в характеристиках лазеров, вызванное осцилляторной зависимостью усиления на  $\ell$ - $h$ -переходах от частоты [35] (см. разд. 1.4). С другой стороны, полученные в работе [39] данные о спектрах излучения лазеров объясняются [39] проявлением эффектов усиления на гармониках циклотронной частоты легких дырок. Детальные теоретические исследования должны будут внести полную ясность в интерпретацию наблюдаемых особенностей и установить возможную связь эффектов усиления на межподзон-

ных переходах с усилением на циклотронном резонансе легких дырок, впервые обнаруженным в работе [41] (см. также [31]).

Недавно в работе [108] снова сообщалось (ср. [72]) о наблюдении стимулированного излучения на дырках  $\Gamma_6$  в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях при температуре жидкого азота. Эффект был достигнут на более легированных, чем те, которые использовались в приведенных выше измерениях, образцах  $p$ - $\Gamma_6$  и в более сильных  $B$ - и  $E$ -полях ( $B \geq 20$  кГс,  $E_{пр} \geq 3,5$  кВ/см). К сожалению, данных о спектральном составе стимулированного излучения пока нет. Авторы работ [108,109] связывают наблюдавшееся излучение с усилением на  $v$ - $h$ -переходах, подчеркивая определяющую роль эффектов деформаций распределений дырок в подзонах (ср. [47,86,109]). Однако ясности понимания природы наблюдавшегося эффекта стимулированного излучения пока нет. Так, результаты численного моделирования (см. разд. 1.2 и 1.3) показывают, что инверсия населенностей на  $v$ - $h$ -переходах и соответствующий коэффициент усиления должны существенно уменьшиться при азотных температурах. Кроме того, при  $T = 77$  К должно заметно возрасти решеточное поглощение. Однако численные расчеты проводились без учета квантования Ландау дырок, которое, несомненно, может привести к заметному увеличению коэффициента усиления при  $B \geq 20$  кГс. Дальнейшее исследование эффекта стимулированного излучения из  $p$ - $\Gamma_6$  в  $\vec{B} \perp \vec{E}$  полях при азотных температурах чрезвычайно интересно, поскольку активные приборы дальнего ИК-диапазона, способные работать при температурах  $T \geq 77$  К, могли бы найти самые широкие применения.

В работе [39] было показано, что одноосное сжатие образца  $p$ - $\Gamma_6$ , в котором исследовалось стимулированное излучение, уменьшает пороговое значение  $B$ -,  $E$ -полей, при которых возникает это излучение, изменяет спектр и энергетические характеристики излучения. Это очень интересные результаты, показывающие, что использование одноосного сжатия открывает новые возможности для лазеров на  $v$ - $h$ -переходах горячих дырок. Известно (см., например, [77]), что одноосное сжатие снимает вырождение подзон валентной зоны полупроводников типа  $\Gamma_6$ , и в некотором интервале энергий при определенном направлении импульса подзона тяжелых дырок может оказаться выше подзоны легких <sup>\*)</sup>.

<sup>\*)</sup> Разогрев дырок в этих условиях обсуждался еще в работе Ридли и Уоткинса [110], которые предполагали получить падающий участок вольт-амперных характеристик за счет перехода дырок в верхнюю ("тяжелую") подзону.



Это обстоятельство наводит на мысль о возможности создания инверсии населенностей на межподзонных переходах и без магнитного поля. Кроме того, снятие вырождения подзон при одноосном сжатии может изменить (увеличить) матричные элементы, и следовательно коэффициент усиления на межподзонных оптических  $\ell$ - $h$ -переходах. Так или иначе, но исследование влияния сжатия на разогрев, инверсию и эффекты усиления на  $\ell$ - $h$ -переходах представляется чрезвычайно интересным как с прикладной, так и с теоретической точек зрения.

Приведенные в гл. 3 результаты численного моделирования распределений дырок  $\text{Si}$  в  $\bar{B}1E$  полях показывают перспективность использования  $p$ - $\text{Si}$  в лазерах на межподзонных переходах при температурах, близких к температуре жидкого азота. К сожалению, экспериментальных работ по исследованию дальнего ИК-излучения и разогрева дырок в  $\text{Si}$  в  $\bar{B}1E$  полях пока нет, что связано главным образом с методическими трудностями исследования образцов  $p$ - $\text{Si}$ , охлаждаемых жидким гелием. Кроме упоминавшихся в гл. 3 полупроводниковых материалов, представляющих интерес для использования в лазерах на горячих дырках, отметим карбид кремния и алмаз. Значения энергий оптических фононов в этих материалах еще больше, чем в  $\text{Si}$  ( $\hbar\omega_0 \approx 1200$  К в карбиде кремния и  $\hbar\omega_0 \approx 1940$  К в алмазе), что позволяет надеяться на возможность их использования в лазерах на горячих дырках при температурах, существенно превышающих температуру жидкого азота. Правда, детальные и надежные данные о структуре валентной зоны этих материалов (скажем, данные о массах дырок) в литературе отсутствуют.

В настоящее время исследования по лазерам на горячих дырках интенсивно развиваются как в нашей стране (ИПФ АН СССР, ФИ АН СССР, ЛПИ), так и за рубежом (Япония — Токийский университет [37–39], Западная Европа — Инсбрук, Тулуза [111]), так что нет сомнений в том, что в ближайшие годы появятся достаточно простые и эффективные перестраиваемые источники когерентного излучения дальнего ИК-диапазона на межподзонных переходах горячих дырок.

## Л и т е р а т у р а

1. Coleman P.D. Present and future problems concerning lasers in far infrared spectral region. - J. Opt. Soc. Am., 1977, v.67, N 7, p.894-901.
2. Hodges D.T. A review of advances in optically pumped far-infrared lasers. - Infrared Phys., 1978, v.18, N 5/6, p.375-384.
3. Веденов А.А., Мыльников Г.Д., Соболенко Д.Н. Генерация когерентного излучения дальнего инфракрасного диапазона, основанная на применении лазеров. - УФН, 1982, т. 13 В, № 3, с. 477-515.
4. Kromer H. Proposed negative-mass microwave amplifier. - Phys. Rev., 1958, v.109, N 5, p. 1856-1857.
5. Lax B. Cyclotron resonance and impurity levels in semiconductors. - In: Quantum Electronics Symposium. N.Y.: Columb. Univ. Press, 1959, p.428-447.
6. Wolff P.A. Proposal for a cyclotron resonance maser in InSb. - Physics, 1964, v.1, N 3, p.147-157.
7. Pinson W.E., Bray R. Experimental determination of the energy distribution function and analysis of the energy-loss mechanism of hot carriers in p-Ge. - Phys. Rev., 1964, v.136, N 5A, p.1449-1466.
8. Brown M.A.C., Paige E.G.S. Electric-field induced modulation of the absorption due to interband transitions of free holes in germanium. - Phys. Rev. Lett., 1961, v.7, N 3, p.84-86.
9. Kurosawa T. Monte-Carlo calculation of hot electrons problems. - J. Phys. Soc. Japan, 1966, v.21, Suppl., p.424-427.
10. Kurosawa T., Maeda H. Monte-Carlo calculation of hot electron phenomena. I. Streaming in the absence of a magnetic field. - J. Phys. Soc. Japan, 1971, v.31, N 3, p.668-678.
11. Андронов А.А., Белянцев А.М., Гавриленко В.И., Додин Е.Л., Красильник З.Ф., Никоноров В.В., Павлов С.А. Индуцированное миллиметровое излучение горячих дырок германия в  $\vec{E} \parallel \vec{H}$  полях (NEMAG на ЦР). - Письма в ЖЭТФ, 1984, т.40, №6, с.221-223.

12. Андронов А.А., Белянцев А.М., Гавриленко В.И., Додин Е.П., Красильник З.Ф., Никоноров В.В., Павлов С.А., Шварц М.М. Мазер на циклотронном резонансе горячих дырок германия с отрицательными эффективными массами. - ЖЭТФ, 1986, т.90, №1, с.367-385.

13. Восилос И.И., Левинсон И.Б. Генерация оптических фононов и гальваномагнитные эффекты при электронном распределении с большой анизотропией. - ЖЭТФ, 1966, т.50, №8, с.1660-1666.

14. Восилос И.И., Левинсон И.Б. Гальваномагнитные эффекты в сильных электрических полях при неупругом рассеянии электронов. - ЖЭТФ, 1967, т.52, №4, с.1013-1020.

15. Восилос И.И. Влияние легких дырок в германии на некоторые гальваномагнитные эффекты. - ФТТ, 1969, т.11, №5, с.924-927.

16. Fawcett W., Rees H.D. Electron population inversion in GaAs induced by high electric fields. - Phys. Lett., 1969, v.28A, N 5, p.731-732.

17. Maeda H., Kurosawa T. Hot electron population inversion in crossed electric and magnetic fields. - J. Appl. Soc. Japan, 1972, v.33, N 2, p.562.

18. Андронов А.А., Ноздрин Ю.Н., Шастин В.Н. Функция распределения и форма линии циклотронного резонанса неравновесных фотоэлектронов в p-InSb при низких температурах. - ФТТ, 1977, т.19, №9, с.1637-1642.

19. Андронов А.А., Ноздрин Ю.Н., Шастин В.Н. Осцилляции фотопроводимости на СВЧ и циклотронный резонанс фотоэлектронов в p-InSb. - ФТТ, 1978, т.20, №5, с.1577-1579.

20. Андронов А.А., Козлов В.А. Низкотемпературная отрицательная дифференциальная СВЧ-проводимость в полупроводниках при неупругом рассеянии. - Письма в ЖЭТФ, 1973, т.17, №9, с.124-128.

21. Al'ber Ya.I., Andronov A.A., Valov V.A. e.a. Hot electron population inversion and cyclotron resonance negative differential conductivity in semiconductors. - Solid State Commun., 1976, v.19, N 10, p.955-959.

22. Альбер Я.И., Андронов А.А., Балов В.А., Козлов В.А., Лернер А.Н., Рязанцева И.П. Инверсия населенностей горячих электронов и отрицательная проводимость в полупроводниках. - ЖЭТФ, 1977, т.72, №3, с.1030-1050.

23. Шастин В.Н. Инверсия населенностей и высокочастотная отрицательная проводимость в сложной зоне при оптическом возбуждении. - ФТП, 1980, т. 14, № 3, с. 557-559.
24. Шастин В.Н. О возможности усиления субмиллиметрового излучения на циклотронном резонансе легких дырок при внутризонном оптическом возбуждении р-Ge. - ФТП, 1981, т. 15, № 8, с. 1641-1644.
25. Андронов А.А., Козлов В.А., Мазов Л.С., Шастин В.Н. Об усилении далекого инфракрасного излучения в германии при инверсии населенностей "горячих" дырок. - Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 30, № 9, с. 585-589.
26. Komiyama S. Streaming motion and population inversion of hot carriers in crossed electric and magnetic fields. - Adv. Phys., 1982, v.31, N 3, p.255-297.
27. Левинсон И.Б. Траектории - ловушки и срыв диссипативных эффектов в полупроводниках. - УФН, 1983, т. 139, № 2, с. 347-355.
28. Andronov A.A. Population inversion and far-infrared emission of hot electrons. - In: Semiconductors in Infrared and Millimeter Waves/Ed. K.J. Button, Orlando, 1986, v.16, p.149-188.
29. Горячие электроны в полупроводниках: стриминг и анизотропные распределения в скрещенных полях /Под ред. А.А.Андропова, Ю.К.Пожелы. Горький: ИПФ АН СССР, 1985. 192 с.
30. Инвертированные распределения горячих электронов в полупроводниках /Под ред. А.А.Андропова, Ю.К.Пожелы. Горький: ИПФ АН СССР, 1983. 228 с.
31. Полупроводниковые мазеры на циклотронном резонансе /Под ред. А.А.Андропова. Горький: ИПФ АН СССР, 1986. 176с.
32. Андронов А.А., Зверев И.В., Козлов В.А., Ноздрин Ю.Н., Павлов С.А., Шастин В.Н. Стимулированное излучение в длинноволновом ИК диапазоне на горячих дырках Ge в скрещенных электрическом и магнитном полях. - Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 40, № 2, с. 69-71.
33. Андронов А.А., Валов В.А., Козлов В.А., Ноздрин Ю.Н., Павлов С.А., Шастин В.Н. Перестраиваемый лазер длинноволнового ИК излучения на горячих дырках германия. - Письма ЖТФ, 1985, т. 11, № 6, с. 1000-1004.
34. Андронов А.А., Ноздрин Ю.Н., Шастин В.Н. Перестраиваемые лазеры дальнего ИК-диапазона на горячих дырках в полупроводниках. - Изв. АН СССР. Сер. физическая, 1986, т. 50, № 6, с. 1103-1110.

35. Муравьев А.В., Ноздрин Ю.Н., Шастин В.Н. Квантовые осцилляции коэффициента усиления и стимулированное излучение на межподзонных переходах горячих дырок p-Ge, - Письма в ЖЭТФ, 1986, т. 43, № 7, с. 348-350.

36. Andronov A.A., Nozdrin Yu.N., Shastin V.N. Tunable FIR lasers in semiconductors using hot holes. - Infrared Phys. (in press).

37. Komiyama S., Iizuka N., Akasaka V. Evidence for induced far-infrared emission from p-Ge in crossed electric and magnetic fields. - Appl. Phys. Lett., 1985, v.47, N 9, p.958-960.

38. Komiyama S., Kuroda S. Far-infrared laser oscillation in p-Ge. - Solid State Commun., 1986, v.59, p.167-171.

39. Komiyama S. Hot carrier effects in semiconductors: intervalence band laser oscillation in Ge. - Proc. 18th Int. Conf. Phys. Semicond., Stockholm, 1986.

40. Andronov A.A., Muravjev A.V., Nefedov I.M., Nozdrin Yu.N., Pavlov S.A., Shastin V.N., Mityagin Yu.A., Murzin V.N., Stoklitsky S.A., Trofimov I.E., Chebotarev A.P. Hot holes FIR lasers in Ge. - Proc. 18th Int. Conf. Phys. Semicond., Stockholm, 1986.

41. Иванов Ю.Л., Васильев Ю.В. Субмиллиметровое излучение горячих дырок в поперечном магнитном поле. - Письма в ЖЭТФ, 1983, т. 9, № 10, с. 613-617.

42. Чеботарев А.П., Мурзин В.И. Излучение горячих электронов в скрещенных электрическом и магнитном полях в миллиметровом диапазоне. - Письма в ЖЭТФ, 1984, т. 40, № 6, с. 234-236.

43. Kaiser W., Collins R.J., Fan H.Y. Infrared absorption in p-type germanium. - Phys. Rev., 1953, v.91, N 6, p.1380-1381.

44. Kahn A.H. Theory of the infrared absorption of carriers in germanium and silicon. - Phys. Rev., 1955, v.97, N 6, p.1647-1652.

45. Kane E.O. Energy band structure in p-type germanium and silicon. - J. Phys. Chem. Solids, 1956, v.1, N 1-2, p.82-89.

46. Pozhela Yu.K., Starikov E.V., Shiktorov P.N. - Population inversion due to separate shot and heating of light and heavy holes in semiconductors. - Phys. Lett., 1983, v. A96, N7, p.361-367.

47. Пожела Ю.К., Стариков Е.В., Шикторов Л.Н. Сдвиг распределений и инверсия населенности легких дырок относительно тяжелых в скрещенных  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях. - ФТП, 1983, т.17, №5, с.904-909.

48. Andronov A.A., Valov V.A., Kozlov V.A., Mazov L.S. Hot electron streaming and population inversion for polar and deformation scattering. - Solid State Commun., 1980, v.36, N 7, p.603-607.

49. Kranzer D. Mobility of holes of zinc-blende 3-5 and 2-6 compounds. - Phys. Status Solidi A, 1974, v.26, N 1, p.11-52.

50. Wiley J.D. Mobility of holes in 3-5 compounds. - In: Semiconductors and Semimetals/Ed. R.K. Willardson, A.C. Beer, 1974, v.10 AP, p.91-174.

51. Дмитриев А.П., Цендин Л.Д. Функция распределения электронов в электрическом поле при рассеянии с большой потерей энергии. - ЖЭТФ, 1981, т.81, №6, с.2032-2038.

52. Kozlov V.A. Hot electron population inversion and bulk NDC in semiconductors. - Journal de Physique, 1981, v.42, N 7, p.413-420.

53. Валов В.А., Козлов В.А., Мазов Л.С., Нефедов И.М. Инвертированные и анизотропные распределения горячих носителей в n-InSb, n-GaAs и p-Ge в скрещенных  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  полях. - В кн.: Инвертированные распределения горячих электронов в полупроводниках. Горький. ИПФ АН СССР, 1983, с.17-55.

54. Шастин В.Н. Инверсия населенностей свободных носителей и возможность усиления субмиллиметрового излучения в полупроводниках p-типа. Дис. ... канд. физ.-мат. наук. (ГТУ). Горький, 1983. 167 с.

55. Combescot M., Nozieres P. The dielectric constant and plasma frequency of p-type Ge like semiconductors. - Solid State Commun., 1972, v.10, p.301-305.

56. Ребане Ю.Т. Инфракрасное поглощение и плазменное отражение в полупроводниках p-типа. - ФТП, 1980, т.14, №2, с.289-294.

57. Loewenstein E.V., Smith D.R., Morgan R.L. Optical constants of far-infrared materials. 2. Crystalline solids. - Appl. Opt., 1973, v.21, N 2, p.398-406.

58. Андронов А.А. Горячие электроны в полупроводниках и субмиллиметровые волны. - ФТП (в печати).

59. Ганцевич С.В., Катилус Р., Устинов Н.Г. Рассеяние света неравновесными свободными носителями в многодолинных полупроводниках. - ФТТ, 1974, т.16, №4, с.1106-1113.

60. Pozhela Yu.K., Starikov E.V., Shiktorov P.N. Far-infrared absorption by hot holes in p-Ge under  $\vec{E} \perp \vec{B}$  fields. - Phys. Status Solidi B, 1985, v.128, N 2, p.653-661.

61. Jacoboni C., Reggiani L. The Monte-Carlo method for the solution of charge transport in semiconductors with applications to covalent materials. - Rev. Mod. Phys., 1983, v.55, N 3, p.645.

62. Стариков Е.В., Шикторов П.Н. Эффективность твердотельных источников излучения на основе объемных эффектов в дырочном германии. - ФТП, 1986, т.20, №6, с.1076-1082.

63. Цидильковский И.М. Электроны и дырки в полупроводниках. М.: Наука, 1972. 235 с.

64. Пожела Ю.К., Реклайтис А.С. Исследование диффузии дырок в p-Ge методом Монте-Карло. - ФТП, 1977, т.11, №4, с.709-716.

65. Ребане Ю.Т. Правила сумм для сил осцилляторов междзональных и внутривозонных переходов свободных дырок в кубических полупроводниках. - ФТТ, 1983, т.25, №6, с.1894-1896.

66. Воробьев Л.Е., Осокин Ф.И., Стафеев В.И., Тулупенко В.Н. Исследование инверсии функции распределения горячих дырок в p-Ge оптическими методами и обнаружение генерации излучения в дальней ИК-области. - В сб.: Инвертированные распределения горячих электронов в полупроводниках. Горький: ИПФ АН СССР, 1983, с.81-99.

67. Зеегер К. Физика полупроводников. М. Мир, 1977. 445 с.

68. Пожела Ю.К., Стариков Е.В., Шикторов П.Н. Влияние гофрировки валентной зоны p-Ge на условия генерации дальнего ИК-излучения в скрещенных  $\vec{E} \perp \vec{B}$  полях. - Лит. физ. сб., 1985, т.25, №4, с.7-18.

69. Воробьев Л.Е., Тулупенко В.Н. Экспериментальное исследование инверсии функции распределения горячих дырок в германии в скрещенных  $\vec{E} \perp \vec{H}$  полях и генерация длинноволнового ИК-излучения. - В кн.: Вопросы физики полупроводников: Докл. 11-й зимней школы ФТИ. Л., 1984, с.134-159.

70. Пожела Ю.К., Стариков Е.В., Шикторов П.Н. Инверсная населенность дырок в дырочном германии в скрещенном электрическом и магнитном полях. - Лит. физ. сб., 1983, т.23, №4, с.95-104.

71. Козлов В.А., Мазов Л.С., Нефедов И.М., Заболотских М.Р. Инверсия горячих носителей по уровням Ландау. - Письма в ЖЭТФ, 1983, т.37, №3, с.142-144.
72. Стафеев В.И., Тулупенко В.Н. Обнаружение генерации ДИК-излучения горячими дырками в германии в скрещенных электрическом и магнитном полях. - Письма в ЖЭТФ, 1982, т.35, №9, с.360-362.
73. Rosenberg R., Lax M. Free carrier absorption in n-type Ge. - Phys.Rev., 1958, v.112, N 3, p.843-852.
74. Ансельм А.И. Введение в теорию полупроводников. М. Наука, 1978. 615 с.
75. Аронов А.Г. Осцилляции коэффициента поглощения света в скрещенных электрическом и магнитном полях. - ФТП, 1963, т.5, №2, с.552-555.
76. Luttinger J.M. Quantum of cyclotron resonance in semiconductors: General theory. - Phys. Rev., 1956, v.102, N 4, p.1030-1041.
77. Бир Г.Л., Пикус Г.Е. Симметрия и деформационные эффекты в полупроводниках. М. Наука, 1972. 335 с.
78. Горбовицкий Б.М., Перель В.И. Квазиклассическое квантование в магнитном поле для магнитных гамилтонианов. - ЖЭТФ, 1983, т.85, №5, с.1812-1821.
79. Горбовицкий Б.М. Смешивание состояний тяжелых и легких дырок в скрещенных полях. - ФТП, 1984, т.18, №4, с.704-711.
80. Hensel J.C., Peter M. Stark effect for cyclotron resonance in degenerate bands. - Phys.Rev., 1959, v.114, N 2, p.411-417.
81. Vrehen Q.H.F. Interband optical absorption in crossed electric and magnetic fields in germanium. - Phys.Rev., 1966, v.145, N 2, p.675-688.
82. Robinson L.C. Physical principles of far-infrared radiation. - In: Methods of Experimental Physics/Ed. L.Marton. N.Y.: Acad. Press, 1973, v.10. 460p.
83. Валов В.А., Козлов В.А., Мазов Л.С., Нефедов И.М. Обнаружение перенаселенности подзоны легких дырок p-Ge в сильных скрещенных  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$  полях. - Письма в ЖЭТФ, 1981, т.33, №11, с.608-611.
84. Иванов Ю.Л. О гаусс-амперных зависимостях диссипативного тока при стриминге в германии. - ФТП, 1981, т.16, №3, с.549-550.



85. Воробьев Л.Е., Осокин Ф.И., Стафеев В.И., Тулупенко В.Н. Обнаружение инверсии заселенности горячих дырок в германии. - Письма в ЖЭТФ, 1981, т.34, №3, с.125-129.

86. Воробьев Л.Е., Стафеев В.И., Тулупенко В.Н., Пожела Ю.К., Стариков Э.В., Шикторов П.Н. Функции распределения горячих дырок в германии в скрещенных E и H полях. - ФТП, 1985, т.19, №1, с.708-714.

87. Иванов Ю.Л. Возгорание разогретой люминесценции в поперечном магнитном поле. - Письма в ЖЭТФ, 1981, т.34, №10, с.539-543.

88. Гавриленко В.И., Мурзин В.Н., Стоклицкий С.А., Чеботарев А.П. Наблюдение эффекта накопления легких дырок в Ge в скрещенных электрическом и магнитном полях по оптическим измерениям в далекой ИК-области. - Письма в ЖЭТФ, 1982, т.35, №2, с.81-84.

89. Komiyama S. Far infrared emission from population inverted hot carrier system in p-Ge. - Phys.Rev.Lett., 1982, v.48, N 4, p. 271-274.

90. Андронов А.А., Гавриленко В.И., Гришин О.Ф., Мурзин В.Н., Ноздрин Ю.Н., Стоклицкий С.А., Чеботарев А.П., Шастин В.Н. Наблюдение инверсии дырок в Ge в скрещенных E и H полях по спонтанному длинноволновому ИК излучению. - Докл. АН СССР, 1982, т.267, №2, с.339-343.

91. Железняков В.В. Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977. 432 с.

92. Берман Л.В., Гавриленко В.И., Красильник З.Ф., Никоноров В.В., Павлов С.А., Чеботарев А.П. Люминесценция горячих дырок германия в субмиллиметровом диапазоне длин волн. - ФТП, 1985, т.19, №3, с.369-376.

93. Ноздрин Ю.Н., Шастин В.Н., Федоренко Е.Ф. Наблюдение спонтанного излучения в диапазоне 60-120 мкм из оптически толстых образцов p-Ge в E ⊥ H полях. - В сб.: Плазма и неустойчивости в полупроводниках: Тез. докл. 5-го симпоз. Вильнюс, 1983, с.72-73.

94. Муравьев А.В., Ноздрин Ю.Н., Павлов С.А., Шастин В.Н. Направленное стимулированное излучение лазера на горячих дырках p-Ge. - Письма в ЖЭТФ (в печати).

95. Мурзин В.Н., Чеботарев А.П. Генерация и спектральный состав стимулированного длинноволнового ИК излучения горячих дырок в германии в сильных E ⊥ H полях. - Краткие сообщ. по физике, 1986, №5, с.17-19.

96. Андронов А.А., Митягин Ю.А., Муравьев А.В., Мурзин В.Н., Ноздрин Ю.Н., Павлов С.А., Стоклицкий С.А., Тро-

фимов И.Е., Чеботарев А.П., Шастин В.Н. Длинноволновый ИК лазер на горячих дырках германия. - Квантовая электроника (в печати).

97. Митягин Ю.А., Мурзин В.Н., Стоклицкий С.А., Трофимов И.Е., Чеботарев А.П., Муравьев А.В., Ноздрин Ю.Н., Павлов С.А., Шастин В.Н. Спектры вынужденного длинноволнового ИК излучения горячих дырок в германии в скрещенных электрическом и магнитном полях. - В сб.: Плазма и неустойчивости в полупроводниках Тез. докл. 6-го Всесоюз. симпоз. Вильнюс, 1986, с.200-201.

98. Мурзин В.Н., Демешина А.И. Спектрометр для длинноволновой ИК области. - Оптика и спектроскопия, 1962, т.13, №6, с.1198-1201.

99. Белл Р.Д. Введение в фурье-спектроскопию. М.: Мир, 1972. 384 с.

100. Harris F.J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform - Proc.IEEE, 1978, v.36, N 1, p.51-83.

101. Муравьев А.В., Ноздрин Ю.Н., Павлов С.А., Шастин В.Н. Проявление анизотропии валентной зоны в эффекте стимулированного излучения на межподзонных переходах горячих дырок германия. - В сб.: Плазма и неустойчивости в полупроводниках: Тез. докл. 6-го Всесоюз. симпоз. Вильнюс, 1986, с.212-213.

102. Демтрёдер В. Лазерная спектроскопия: Основные принципы и техника эксперимента. М.: Наука, 1985. 608 с.

103. Андронов А.А., Мазов Л.С., Нефедов И.М. Численный расчет заселенности уровней Ландау легких дырок и возможности циклотронного усиления горячими дырками в p-InSb. - В кн. Тез. докл. 10-й Всесоюз. конф. по физике полупроводников. Минск, 1985, ч.1, с.87-88.

104. Andronov A.A., Kozlov V.A., Mazov L.S., Valov V.A. Electron runaway in strong  $\vec{E} \perp \vec{H}$  fields and breakdown in n-InSb. - J.Phys. C.: Sol. St. Phys., 1980, v.13, N 33, p.6287- 6297.

105. Андронов А.А., Валов В.А., Козлов В.А., Мазов Л.С., Нефедов И.М. Гальваномангнитные эффекты при стриминге в p-Si. - В сб.: Плазма и неустойчивости в полупроводниках: Тез. докл. 5-го симпоз. Вильнюс, 1983, с.80-81.

106. Андронов А.А., Козлов В.А., Мазов Л.С., Нефедов И.М., Шастин В.Н. Усиление длинноволнового ИК-излучения на межподзонных переходах горячих дырок в полупровод-

никах р-типа. - В кн.: Тез. докл. 10-й Всесоюз. конф. по физике полупроводников. Вильнюс, 1983.

107. Kozlov V.A., Nefedov I.M., Modified self-scattering procedure for Monte-Carlo simulation of hot electrons. - Phys.St.Sol., 1982, v.109, p.393-401.

108. Воробьев Л.Е., Данилов С.Н., Стафеев В.И. Длинноволновое стимулированное излучение из дырочного германия в  $\vec{E} \perp \vec{H}$  полях. - В кн.: Плазма и неустойчивости в полупроводниках. Тез. докл. 6-го Всесоюз. симпоз. Вильнюс, 1986, с.206-207.

109. Воробьев Л.Е., Стафеев Л.И. Механизм межзонной инверсии функции распределения горячих дырок в германии в  $\vec{E} \perp \vec{H}$  полях. - В кн.: Плазма и неустойчивости в полупроводниках: Тез. докл. 6-го Всесоюз. симпозиума. Вильнюс, 1986, с.214-215.

110. Ридли Б., Уоткинс Т. Возможность возникновения отрицательного сопротивления в полупроводниках. - В кн.: Новые методы полупроводниковой СВЧ-электроники /Под ред В.И.Стафеева. М.: Мир, 1968, с.17-36.

111. Helm M., Unterrainer K., Gornik E., Leontin J. Stimulated far infrared emission from p-Germanium. - In: Proc. 11th Int.Conf. on Infrared and Millimeter Waves. Tirrenia, Pisa, 1986, p.307-309.

## CONTENTS

INTRODUCTION	3
Chapter 1	
POPULATION INVERSION AND AMPLIFICATION AT INTERSUBBAND HOLE TRANSITIONS IN CROSSED ELECTRIC AND MAGNETIC FIELDS.....	8
1.1. The basic theoretical concepts...	8
1.2. Computer simulation for isotropic model of the germanium valence band.....	30
1.2.1. Linear amplification.....	31
1.2.2. Saturation effect and stationary regime of generation.....	38
1.3. Computer simulation for a warped valence band of germanium.....	46
1.3.1. Linear interaction with radiation....	46
1.3.2. Nonlinear interaction with radiation.....	66
APPENDIX 1.....	79
APPENDIX 2.....	81
1.4. Landau quantization of light holes and amplification at intersubband hole transitions.....	84
Chapter 2	
EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE LASERS USING HOT HOLES IN GERMANIUM.....	92
2.1. Experimental procedure.....	92
2.2. Spontaneous emission and diagnostics of hole population inversion.....	97
2.3. The study of stimulated emission.....	100
2.3.1. Conditions for observation of stimulated emission.....	101
2.3.2. Valence band anisotropy effect....	110
2.3.3. Directivity, power and temporal behaviour.....	113

2.3.4.	Tuning of the stimulated emission frequency.....	119
2.4.	Spectra found by diffraction and Fourier spectrometers.....	123
2.4.1.	Spectrometric technique and conditions for arising stimulated emission.....	123
2.4.2.	Branching of the spectra.....	130
2.4.3.	Modes in the spectra.....	137
2.5.	Discussion of the experimental results.....	144
Chapter 3		
PERSPECTIVES FOR OTHER SEMICONDUCTORS.....		
3.1.	Comparison between semiconducting materials.....	153
3.2.	Computer simulation of intersubband inversion of holes and amplification of FIR emission in silicon.....	157
CONCLUSION.....		167
References.....		170

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
Глава 1	
ИНВЕРСИЯ НАСЕЛЕННОСТЕЙ И УСИЛЕНИЕ НА МЕЖПОДЗОННЫХ ПЕРЕХОДАХ ДЫРОК В СКРЕЩЕННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ.....	8
1.1. Основные теоретические представления.....	8
1.2. Численное моделирование для изотропной модели валентной зоны германия.....	30
1.2.1. Линейный режим усиления.....	31
1.2.2. Эффект насыщения и стационарный режим генерации.....	38
1.3. Численное моделирование в гофрированной валентной зоне германия.....	46
1.3.1. Линейный режим взаимодействия дырок с излучением.....	46
1.3.2. Нелинейный режим взаимодействия дырок и резонансного излучения.....	66
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	79
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	81
1.4. Квантование Ландау легких дырок и усиление на межподзонных переходах .....	84
Глава 2	
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЛАЗЕРА НА ГОРЯЧИХ ДЫРКАХ ГЕРМАНИЯ .....	92
2.1. Техника эксперимента.....	92
2.2. Спонтанное излучение и диагностика инверсии населенностей дырок.....	97
2.3. Исследование стимулированного излучения...	104
2.3.1. Условия наблюдения стимулированного излучения.....	104
2.3.2. Проявление анизотропии валентной зоны.....	110
2.3.3. Направленность, мощность и временные характеристики.....	113
2.3.4. Перестройка частоты стимулированного излучения.....	119
2.4. Спектральные исследования на дифракционном и фурье-спектрометрах.....	123

2.4.1.	Техника эксперимента и условия возбуждения стимулированного излучения.....	123
2.4.2.	Частотные ветви стимулированного излучения горячих дырок. ....	130
2.4.3.	Модовый состав излучения.....	137,
2.5.	Обсуждение экспериментальных результатов	144

### Глава 3

ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДРУГИХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ.....	153
---	-----

3.1.	Сравнение полупроводниковых материалов...	153
3.2.	Численное моделирование межподзонной инверсии дырок и усиления дальнего ИК-излучения в кремнии.....	157

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	167
-----------------	-----

Литература.....	170
-----------------	-----

## SUBMILLIMETER WAVE LASERS IN SEMICONDUCTORS USING HOT HOLES

A.A.Andronov, L.S.Mazov, Yu.A.Mityagin,  
A.V.Murav'ev, V.N.Murzin, I.M.Nefedov,  
Yu.N.Nozdryn, S.A.Pavlov, Yu.K.Pozhela,  
E.V.Starikov, S.A.Stoklitsky, I.E.Trofimov,  
A.P.Chebotarev, V.N.Shastin, P.N.Shiktorov

Discussion of physical principles and results of theoretical and experimental investigation of lasers using intersubband transition of hot holes in crossed electric and magnetic fields are given. For the lasers made of germanium threshold condition for generation of the stimulated emission, its spectral range, efficiency and power, the influence of Landau quantization of hot holes and of the valence band anisotropy are thoroughly investigated. The results given show that the lasers represent promising tunable sources of submillimeter wave and FIR radiation.

The book is addressed to those working in physics of semiconductors, solid state and quantum electronics as well as to corresponding graduate and post graduate students.



Александр Александрович Андронов,  
Лев Сергеевич Мазов,  
Юрий Алексеевич Митягин и др.

**СУБМИЛЛИМЕТРОВЫЕ ЛАЗЕРЫ  
НА ГОРЯЧИХ ДЫРКАХ  
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ**

Редактор Н.Н.Кралина  
Техн.редактор О.А.Сударик  
Корректор С.В.Авдеева

---

МЦ 00686. Подписано к печати 30.12.86г.  
Формат 60х90 1/16. Бумага типографская № 1.  
Печать офсетная. Усл.печ.л. 11,56. Уч.-изд.л. 9,7 + 1 вкл.  
Тираж 350 экз. Темплан 1986г. (моногр.). Поз. 1.  
Цена 1р.50к. Заказ № 227.

---

Отпечатано на ротапринте  
в Институте прикладной физики АН СССР,  
603600, г.Горький, ул.Ульянова, 46