

Автоволновые процессы в системах с диффузией



Горький 1981

**АКАДЕМИЯ НАУК СССР
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ ФИЗИКИ**

**АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ
В СИСТЕМАХ С ДИФФУЗИЕЙ**

**Сборник
научных трудов**

Горький 1981

Издано по решению Редакционно-издательского
совета Института прикладной физики АН СССР

УДК 573.3+536+612.1

Сборник посвящен современным исследованиям автоволновых процессов в физических, химических и биологических системах, а также математическим проблемам, связанным с описанием автоволн. Автоволны – самоподдерживающийся волновой процесс в неравновесных средах, остающийся неизменным при достаточно малых изменениях как начальных, так и граничных условий.

В представленных статьях особое внимание обращается на новые динамические режимы в неравновесных средах, а также рассматриваются модели различных объектов (полу-проводников, кипящей жидкости, окислительных реакций, проводящей системы сердца, протоплазмы в клетках, кровеносных сосудов и т.д.), в которых наблюдаются автоволновые процессы.

Сборник предназначен для широкого круга специалистов и студентов, занимающихся как общей теорией волн, так и ее приложениями в различных областях науки.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

М.Т.ГРЕХОВА (отв.редактор), В.А.АНТОНЕЦ,
В.И.КРИНСКИЙ, Л.А.ОСТРОВСКИЙ,
М.И.РАБИНОВИЧ, В.Г.ЯХНО (зам.отв.редактора),
Н.А.ГОРОДЕЦКАЯ (отв.секретарь)

© Институт прикладной физики АН СССР, 1981 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящий сборник – первое в нашей стране издание, полностью посвященное недавно открытому типу волновых процессов – автоволновым процессам, или автоволнам. Появление нового математического образа, пусть даже известных явлений, в науке о нелинейных колебаниях и волнах всегда влекло за собой не только углубленное осмысление и описание известных процессов, но и являлось мощным стимулом к освоению новых научных областей, до тех пор еще почти не знакомых с теорией колебаний и волн. Так в свое время было с предельными циклами Пуанкаре, которые А.А.Андронов сделал символом периодических автоколебаний. После того как эта связь была понята и новый для многих специалистов объект – предельный цикл – был взят на вооружение, периодические автоколебания стали обнаруживаться повсюду и в традиционно близких теории колебаний областях – физике, радиотехнике, теории автоматического регулирования, и в более далеких – биологии, химии и т.д. За последние десять – пятнадцать лет история не раз повторялась. Были обнаружены новые объекты. Свойства универсальности были найдены у таких объектов, как солитоны в диспергирующих нелинейных средах, появилось понятие стохастического (странного) аттрактора, который был связан с турбулентностью и, в более широком смысле, со стохастическими автоколебаниями вообще. И вот сейчас в теории нелинейных волн появился новый объект – автоволны, имеющий отношение к очень широкому кругу явлений.

Автоволны – это импульсы возбуждения в нервных и мышечных волокнах, в сердечном синзитии, в электрических аналогах возбудимых тканей – нейристорах, изменение численности

в популяциях многих организмов, волны горения, концентрации в автокаталитических реакциях, спиральные волны в активной двумерной среде, например, в реакции Белоусова-Жаботинского и т.д. Для всех этих примеров характерно, что возникающие в неравновесной среде возмущения определяются свойствами самой среды, они не чувствительны к малым изменениям начального состояния среды и в значительной степени к влиянию границ на форму возмущения.

Под автоволнами принято сейчас понимать самоподдерживающийся волновой процесс в неравновесной среде, остающийся неизменным при достаточно малых изменениях как начальных, так и граничных условий. Здесь учитывается то, что существуют аperiodические импульсные самоподдерживающиеся волны в виде локализованных перепадов и импульсов. Такие импульсы возбуждаются в химических реакциях, в нервных волокнах и т.п. Именно к таким волнам Р.В.Хохлов впервые применил термин "автоволны". Затем сюда же были причислены явления образования стационарных неоднородных, так называемых диссипативных структур. Это вполне целесообразно, поскольку как с физической, так и с математической точки зрения образование диссипативных структур и распространение возбуждений имеют много общего, по существу представляют собою две стороны одного и того же явления. С другой стороны, замечательно, что в теоретических моделях распространения волн возбуждения в сердечной мышце и в экспериментах с реакцией Белоусова-Жаботинского были обнаружены периодические источники волн, локализованные в небольшой области, способные порождать не только круговые расходящиеся волны, но и волны с более сложной, спиральной структурой. Таким образом, благодаря наличию связи между элементами среды, каждый из которых не является автоколебательным, возникают автогенераторы с собственной "внутренней" обратной связью, от которых распространяются волны по всей среде. Математическим аппаратом для описания автоволн чаще всего служат уравнения диффузионного типа с активной нелинейностью. Простейшие уравнения такого рода были изучены А.Н.Колмогоровым, И.Е.Петровским, Н.С.Пискуновым в 1937г. и Я.Б.Зельдовичем и Д.А.Франк-Каменецким в 1938г.

Настоящий сборник посвящен современным исследованиям автоволн в физике, химии и биологии, а также математическим проблемам, связанным с этими исследованиями. В начале каждого раздела помещены достаточно общие статьи, задача которых — дать представление о проблеме интересующемуся этими вопросами читателю. Условно тематика статей в сборнике может быть разбита на две группы. Первая — это статьи, в которых основное внимание обращается на изучение и описание новых динамических режимов в неравновесных средах, — первый раздел сборника. Ко второй группе относятся статьи, описывающие модели различных сред (полупроводники, кипящая жидкость, окислительные реакции, сердце, протоплазма в клетках, кровеносные сосуды и т.д.), в которых наблюдаются автоволновые процессы, — второй и третий разделы. Кроме того, в сборник включена статья Б.П. Белоусова "Периодически действующая реакция и ее механизм", представляющая сейчас историческую ценность (она ранее нигде не печаталась), и комментарий к ней. Цель комментария — рассказать, при каких обстоятельствах было сделано это замечательное открытие и к чему оно привело. С просьбой написать комментарий редколлегия обратилась к С.Э. Шнюлю, приложившему немало усилий для популяризации и развития исследований автоколебательных процессов в химии, биологии.

Авторы сборника принадлежат к разным научным школам и работают в различных научных центрах страны, и поэтому материал оказался не вполне однородным, тем не менее он дает представление о состоянии исследований по автоволновым проблемам в теории нелинейных волн и их приложениям в самых различных областях науки.

В сборник включен библиографический перечень работ, относящихся (прямо или косвенно) к исследованию автоволн и возможностям использования этих явлений. Во всех статьях при необходимости сослаться на ту или иную работу указывается ее порядковый номер в перечне. Библиография, не вошедшая в перечень, приводится в конце статей. Ссылки на эти работы помечаются их порядковым номером со звездочкой.

АВТОВОЛНОВЫЕ СТРУКТУРЫ
И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ ИССЛЕДОВАНИЯ

В И Кринский, А М.Жаботинский

I ВВЕДЕНИЕ

Автоволнами (АВ) в настоящее время принято называть самоподдерживающиеся волны в активных средах, сохраняющие свои характеристики постоянными за счет распределенного в среде источника энергии. Эти характеристики — период, длина волны, амплитуда и форма — в установившемся режиме зависят только от локальных свойств среды и не зависят от начальных условий, а достаточно далеко от границ среды не зависят и от краевых условий и линейных размеров системы. АВ являются распределенными аналогами автоколебаний в сосредоточенных системах; их примерами являются волны горения, нервные импульсы, волны в распределенных туннельных переходах и т.п. Автоволновые процессы (АВП) лежат в основе большинства процессов управления и передачи информации в биологических системах.

Ограничимся АВ, которые описываются квазилинейными параболическими уравнениями:

$$\vec{u}_t = \vec{f}(\vec{u}) + D\Delta\vec{u}, \quad (1)$$

где \vec{u} и \vec{f} — векторы, D — диагональная матрица, Δ — лапласиан.

Уравнение (1) весьма общего вида, и такого типа уравнениями описываются самые разнообразные активные среды

в физике, химии, биологии распределенные химические системы, физические системы с инверсной населенностью (активные тела лазеров), цепочки мультивибраторов, линии туннельных диодов, биологические распределенные системы (нейронные структуры, нервные и мышечные волокна, сердечный синцитий, популяции организмов).

Системы (1) в некотором смысле являются антиподами классических, в том числе нелинейных, волновых систем. Последние так или иначе возникают из линейной гиперболической системы

$$u_{tt} - \Delta u = 0,$$

для которой синусоидальные волны являются фундаментальными решениями. В системах же типа (1) все волновые процессы порождаются динамикой нелинейной точечной системы

$$\dot{\vec{u}} = \vec{f}(\vec{u}), \quad (2)$$

которая является автоколебательной или потенциально автоколебательной

АВ имеют фундаментальные отличия от волн, описываемых гиперболическими уравнениями. Если две АВ распространяются навстречу друг другу, то они не проходят одна сквозь другую, подобно линейным волнам и солитонам, а аннигилируют при столкновении

Интересной особенностью активных сред является то, что в них могут возникать автоволновые структуры (АВС) — неподвижные или движущиеся (рис.1; см.с.251). Сейчас известно несколько типов таких структур. Структуры Тьюринга — неподвижные неоднородные устойчивые распределения переменных, возникающие в однородных средах. Такие структуры могут поддерживаться только за счет непрерывной траты энергии, и их называют еще диссипативными структурами. Наиболее интересны и важны движущиеся волновые структуры. Они порождаются локальными источниками автоволн. Источники одного типа, называемые ведущими центрами (ВЦ) генерируют концентрические волны, источники другого типа, называемые ревербераторами, — вращающиеся спиральные волны.

В настоящий момент АВС привлекают внимание в основ-

ном как самый яркий пример возникновения упорядоченности в неравновесных системах [1 - 8]. С другой стороны, возникновение АВС является одним из важных механизмов неустойчивостей в активных распределенных системах, разрушающих нормальные волновые режимы и приводящих к возникновению хаоса в исходно упорядоченной среде, т.е. к турбулентноподобным режимам [9, 10]. Турбулентноподобные режимы могут возникать в сердце при различных патологиях [11, 12, 1* - 3*] и лежат, например, в основе таких опасных аритмий, как фибрилляция желудочков сердца.

Важность АВС определяется следующим

1. АВ и АВС могут осуществляться в системах любой физической природы, динамика которых описывается уравнениями (1)

2. Это новый тип динамических процессов, порождающих макроскопический линейный масштаб за счет локальных взаимодействий, каждое из которых линейным масштабом не обладает

3 АВС являются основой морфогенеза в биологических системах.

4 Возникновение АВС - новый механизм турбулентности в активных средах.

Цель этой публикации - дать обзор основных идей, относящихся к АВС, механизмам их возникновения и разрушения и способам управления ими.

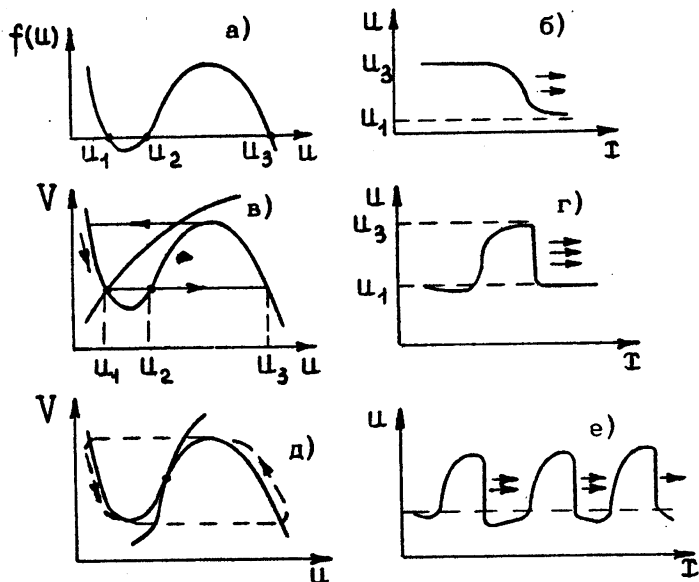
II. МОДЕЛИ АКТИВНЫХ СРЕД

Простейший тип активных сред - однокомпонентная среда, в которой энергия, расходуемая на поддержание АВ, не восстанавливается. АВ в такой среде - это волна переключения из высокоэнергетического состояния в состояние с низким содержанием энергии. Базовой моделью, используемой для описания однокомпонентных сред, является параболическое уравнение типа Колмогорова - Петровского - Пискунова (КПП) [100]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u), \quad (3)$$

$$u(-\infty) = u_3, \quad u(+\infty) = u_1,$$

где u - переменная, описывающая состояние среды, D - коэффициент диффузии, f - нелинейная функция. При N -образной зависимости $f(u)$ имеются два устойчивых состояния, которым соответствуют левый и правый нули функции $f(u)$ (рис.2,а), и АВ представляет собой бегущий волновой перепад (рис.2,б). В такой среде АВП представлены лишь бегущими волнами.



Р и с. 2. Бегущие волны в моделях возбудимых сред: а,б - однокомпонентная модель КПП (3); в - е - двухкомпонентная модель (4); в,г - ждущая среда (режим 1); д,е - автоколебательная среда (режим 2)

Гораздо более широкий класс АВП возможен в средах с восстановлением. В них бегущая АВ имеет конечную длительность, и состояние среды после ее прохождения восстанавливается. Примером таких сред являются цепочки связанных генераторов ван-дер-полевского типа, нервные волок

на, распределенные химические системы с автокатализом и т.п. Базовой моделью активных сред с восстановлением является система двух уравнений:

$$\varepsilon \frac{\partial u}{\partial t} = D_1 \Delta u + f(u, V), \quad (a)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D_2 \Delta V + \varphi(u, V), \quad (4)$$

где $\varepsilon \ll 1$ - малый параметр. Соответствующая точечная система уравнений

$$\varepsilon \dot{u} = f(u, V), \quad (5)$$

$$\dot{V} = \varphi(u, V)$$

обычно представляет собой релаксационную систему с N -образной характеристикой, которая может быть как ждущим генератором одиночных импульсов (рис.2,в,г), так и автогенератором (рис.2,д,е).

Для химических систем отличны от нуля оба коэффициента диффузии D_1 и D_2 ; для возбудимых мембран $D_2 = 0$. Смысл переменных: для возбудимых мембран u - потенциал мембраны, V - проводимость медленной компоненты ионного тока. Для химической возбудимой среды u и V - концентрации реагентов. Несмотря на различный физический смысл переменных, фазовые плоскости обеих систем (возбудимая мембрана, возбудимая химическая среда) качественно близки.

Ввиду того что общих аналитических методов исследования нелинейных уравнений с частными производными не существует, при поиске качественно новых типов решений обычно применяются различные упрощенные модели. Используется замена диффузионного члена его конечно-разностной аппроксимацией, что позволяет в ряде случаев упростить получение аналитических выражений [13,14]. Такая модель отражает, например, поведение цепочки связанных возбудимых клеток.

Нелинейные функции в системе (4) могут заменяться каким-либо простым выражением, например $f = u - u^3 - V$,

$\varphi = \psi - \Omega$, где $\Omega = \text{const}$; это уравнения Фитц Хью - Нагумо [15]. Дж.Ринцель и Дж.Келлер [16] используют кусочно-линейную аппроксимацию $f = \psi + \theta(\psi - \psi_0) - V$, где $\theta(\psi - \psi_0)$ - функция единичного скачка (θ - функция);

$\varphi = \psi - \Omega$; Ω, ψ_0 - константы. Здесь решение сшивается из решений линейных уравнений. Удобная аппроксимация, в которой места сшивок совпадают с переходами от быстрых движений к медленным, предложена В.И.Кринским и А.М.Перцовым [14]: $f = -\alpha\psi - V$ для $0 < \psi < 1$; $f = -\delta\psi - V$ для $\psi < 0$; $f = -\delta(\psi - 1) - V + \alpha$ для $\psi > 1$; $\delta \rightarrow \infty$;

$\varphi = \beta\psi - V + V_0$. Один из перспективных подходов связан с наличием малого параметра в системе (4). Это позволяет значительно упростить исследование распределенной системы, рассматривая отдельно быстрые и медленные движения в ней [17-19].

Двумерные задачи удается качественно анализировать, как правило, лишь на еще более простых, так называемых аксиоматических моделях. Считается, что система всегда генерирует стандартный импульс длительностью τ_1 , с фронтами нулевой длительности, и за время τ_2 возвращается в состояние равновесия. Скорость распространения волны Ω также считается постоянной. Эта модель была введена Н.Винером и А.Розенблютом [20] для случая $\tau_1 = 0$ и использована для анализа источников спиральных волн в однородной среде. Введение ненулевого τ_1 [21] позволило предсказать ВЦ (эхо) и проанализировать источники АВ в неоднородных средах (в частности, время жизни источников АВ в неоднородной среде оказалось пропорциональным τ_1). Аксиоматическая модель позволила предсказать большинство новых качественных эффектов, впоследствии воспроизведенных в системах типа (1), (4) (см. [12,9]). К настоящему времени эта модель исследована практически исчерпывающе.

В заключение отметим, что для многих систем, в которых экспериментально наблюдаются АВ, полным описанием являются многокомпонентные модели (например, модели Билера-Ройтера и Нобла для сердца [22,23] содержат около 10 переменных). Однако одной из наиболее перспективных моделей для качественного изучения АВ сегодня представляется модель из двух уравнений типа (4). По-видимому,

эта модель позволит предсказать еще много новых свойств АВ в активных средах разной природы. Сейчас из эксперимента известно очень немного эффектов, для понимания которых на качественном уровне требуется усложнять эту модель.

III ОСНОВНЫЕ ТИПЫ РЕШЕНИЙ

1. Бегущие волны

Бегущие волны – простейший тип решений, наиболее близкий к классической нелинейной волновой тематике.

Волны в активных средах имеют собственную амплитуду, определяемую параметрами среды и не зависящую от краевых и начальных условий, и собственную скорость. Проще всего это продемонстрировать на примере уравнения КПП (3) [4]. После перехода к движущейся системе координат $\xi = \alpha t - x$ уравнение КПП приобретает вид

$$\alpha u_{\xi\xi} = D u_{\xi\xi\xi} + f(u), \quad u(-\infty) = u_1, \quad u(+\infty) = u_3. \quad (6)$$

Стандартная замена $u_{\xi} = \rho$ переводит его в уравнение первого порядка

$$D\rho \frac{d\rho}{d u} - \alpha \rho + f(u) = 0. \quad (7)$$

Два краевых условия, полученных из двух краевых условий для уравнения КПП, выделяют единственное значение параметра (скорости) α . Соответствующая решению траектория идет из седла u_1 в седло u_3 (рис.3,а). Амплитуда волны равна $(u_3 - u_1)$. Для простых видов зависимости $f(u)$ легко найти и аналитическое выражение для скорости. Так, если $f(u)$ имеет вид кубического полинома $f(u) = -K(u - u_1)(u - u_2)(u - u_3)$, то прямое интегрирование уравнения (7) дает значение скорости [24]

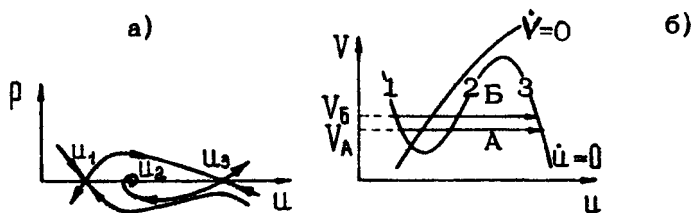
$$\alpha = \sqrt{K D / 2} (u_1 + u_3 - 2u_2). \quad (8)$$

Это решение соответствует сепаратрисе, идущей из седла u_1 в седло u_3 , и естественно, разыскивается в виде $\rho = \text{const} (u - u_1)(u - u_3)$.

Этот же переход позволяет легко отыскивать скорость и в базовой (двухкомпонентной) модели (4), а также изучать периодические волны. Из-за малости параметра ε медленная переменная V не успевает измениться за время прохождения фронта импульса, и определение скорости опять сводится к исследованию одного уравнения типа КПП, полученного из (4,а), в котором V фиксировано и играет роль параметра. Записывая уравнения трех ветвей нуль-изоклины $\dot{u} = 0$ в виде $u = u_1(V)$, $u = u_2(V)$, $u = u_3(V)$ (рис. 3, б), получим для скорости выражение типа (8) [25]

$$u = \frac{1}{\varepsilon} \sqrt{\frac{D}{2}} [u_1(V) + u_3(V) - 2u_2(V)]. \quad (8a)$$

Для периодических волн параметр V возрастает с уменьшением периода волн (рис. 3, б, значения V_A и V_B), и это позволяет легко установить, что скорость падает с ростом частоты, а также получить явные выражения для ее величины. Анализ показывает, что стационарное распространение оказывается возможным лишь до тех пор, пока период волны T больше некоторого значения T_{\min} ; зависимость T_{\min} и скорости от параметров среды получено в работах [50, 51].



Р и с. 3. Траектории на фазовой плоскости однокомпонентной (а) и двухкомпонентной (б) моделей

Распространение при $T < T_{\min}$ оказывается весьма своеобразным: волны распространяются без затухания, но не все, а выпадает (не распространяется), например, каждая третья

или четвертая (в зависимости от T) волна. Для аксиоматической модели номер N выпадающей волны оценивается выражением $N \sim \tau / (T_{\min} - T)$, $T < T_{\min}$, где τ - длительность импульса [9]. В двумерной неоднородной среде при этом могут возникать разрывы фронта волны (волна распространяется по одним участкам среды и не распространяется по другим). Эволюция этих разрывов приводит к формированию источников волн.

Существование T_{\min} обусловлено тем, что волна не может распространяться до тех пор, пока не закончатся процессы восстановления, описываемые медленной переменной V . Характерное время восстановления называется рефрактерностью и связано с движением изображающей точки по левой ветви изоклины $\dot{u} = 0$ (рис.2,в).

Наличие рефрактерности объясняет также аннигиляцию волн при столкновении. Из-за того что в волне вслед за передним фронтом (областью быстрых движений по фазовой плоскости) распространяется рефрактерный хвост, где возбуждение невозможно (область медленных движений), две волны не могут пройти одна сквозь другую и гаснут. По этой же причине отсутствуют отражения волны от границ среды.

Для волн в двумерных средах появляется зависимость скорости от кривизны фронта волны [5, 26]. Рассматривая распространение круговой волны для двумерного уравнения КПП, $u_t = D \Delta u + f(u)$ и перейдя к переменной $\xi = r - \alpha(r)t$ (скорость $\alpha(r)$) предполагается медленно меняющейся функцией радиуса r), получим

$$[-\alpha(r) - D r^{-1}] u_{\xi\xi} = D u_{\xi\xi} + f(u)$$

(член $D r^{-1}$ возникает из лапласиана $\Delta = \frac{d^2}{dr^2} + r^{-1} \frac{d}{dr}$).

Сравнение этого уравнения с уравнением (6) показывает, что скорость в двумерной среде зависит от радиуса кривизны волны, как $\alpha(r) = \alpha - D r^{-1}$. Видно, что скорость волны уменьшается с ростом кривизны и существует критическое значение кривизны, при превышении которого распространение становится невозможным. Этот же вывод удастся повторить и для двухкомпонентной модели (4), там кривизна фронта волны дополнительно приводит к изменению

характерного масштаба времени для второго уравнения, описывающего динамику медленной переменной.

2. Структуры Тьюринга и неустойчивости, вызванные диффузией

Структуры Тьюринга возникают в тех случаях, когда стационарное решение, являющееся устойчивым в точечной системе, становится неустойчивым в распределенной системе (1) (диффузионная неустойчивость).

Заметим, что в однокомпонентной системе это невозможно. Записывая малые возмущения в виде $\exp(ikx + \lambda t)$ для однокомпонентного уравнения (3), получаем $\lambda = f'_0 - k^2 D$.

Отсюда видно, что если $f'_0 < 0$ (условие устойчивости точечной системы), то заведомо $\lambda < 0$ (добавление диффузии лишь повышает устойчивость).

Проще всего возникновение диффузионной неустойчивости продемонстрировать на примере двухкомпонентной системы [5]. Тогда для уравнения (4) возникает характеристическое уравнение $\lambda^2 + b\lambda + c = 0$, где $b = -[\bar{a}_{11}(k) + \bar{a}_{22}(k)]$; $c = \bar{a}_{11}(k)\bar{a}_{22}(k) - a_{12}a_{21}$; $a_{ij} = df_i/dx_j$; $\bar{a}_{ii}(k) = a_{ii} - k^2 D_i$. Область диффузионной неустойчивости задается неравенствами

$$a_{11} + a_{22} < 0 \quad (a)$$

$$a_{11}a_{22} > a_{12}a_{21} \quad (б) \quad (9)$$

$$\bar{a}_{11}(k)\bar{a}_{22}(k) < a_{12}a_{21} \quad (в)$$

Уравнения (9, а, б) есть запись требования $\lambda(k=0) < 0$, т.е. $b < 0$, $c > 0$ в уравнении для λ , а (9, в) соответствует $\lambda(k) > 0$ (т.е. $c(k) < 0$). Для выполнения условия (9, б, в) необходимо $a_{22} D_2^{-1} + a_{11} D_1^{-1} > k^2 > 0$.

Тогда отсюда и из уравнения (9, а) следуют необходимые условия диффузионной неустойчивости

$$D_1 \neq D_2, \quad \text{sign } a_{11} \neq \text{sign } a_{22}. \quad (10)$$

Заметим, что случай неравных коэффициентов диффузии реализуется в возбудимых мембранах. Могут ли там возникать структуры Тьюринга?

Как показано А.И.Вольпертом и А.Н.Ивановой (см. в настоящем сборнике, с.33), для уравнений типа

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D \Delta u + f(u, \bar{V}) & (a) \\ \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = \bar{\varphi}(u, \bar{V}), & (б) \end{cases} \quad (11)$$

где $\bar{V} = (V_1, \dots, V_{n-1})$, u - скаляр, рождение диссипативных структур возможно лишь при условии, что для подсистемы

$$\frac{\partial \bar{V}}{\partial t} = \bar{\varphi}(u_0, \bar{V}) \quad (12)$$

точка \bar{V}_0 неустойчива (здесь u_0, \bar{V}_0 - стационарное устойчивое решение системы (11)).

Однако уравнения всех - уже около 10 изученных к настоящему времени-возбудимых мембран имеют такую структуру (подробнее см. разд. V), что стационарная точка \bar{V}_0 подсистемы (12) устойчива. Это позволяет высказать прогноз, что в возбудимых мембранах Тьюринговы диссипативные структуры невозможны

Пространственно-периодические структуры, близкие к стационарным, наблюдались в химической активной среде [30-33] Теоретический анализ диссипативных структур см. в работах [1 - 3,5].

3. Локальные источники автоволн

Автоколебательные элементы Надо отметить, что есть тривиальный тип локального источника волн, представляющий собой просто генератор автоколебаний (пейсмежер), этот источник посылает концентрические волны. Таков механизм возникновения волн в нормально работающем сердце, где задающие ритм автоколебательные элементы расположены в специальном образовании в предсердии - S-узле.

Здесь рассматриваются локальные источники АВ другой природы, в основе механизма которых лежит взаимодействие элементов среды. Важным признаком таких источников волн является то, что они возможны не только в средах, состоящих из автоколебательных элементов, но и в средах, где автоколебательные элементы отсутствуют (рис.2,в). Сейчас известно два типа таких источников волн – ВЦ и источник спиральных волн. Эти источники волн интересны тем, что они не привязаны к структуре среды и могут возникать и исчезать в разных ее местах.

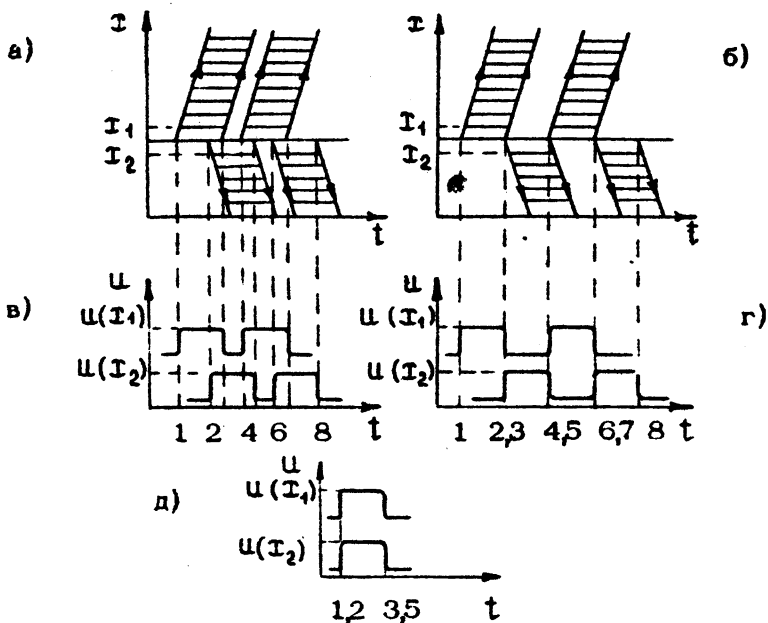
Ведущие центры. Эти источники посылают волны, зависящие лишь от одной пространственной координаты. В двумерных и трехмерных средах ВЦ посылает концентрические волны. Сейчас известны по крайней мере 3 различных механизма ВЦ. Один из них описан для сред, состоящих из автоколебательных элементов с жестким возбуждением. Такая среда может находиться в состоянии покоя, но то место среды, где было приложено внешнее воздействие подходящей амплитуды, переходит в автоколебательный режим и становится источником волн [36,37].

Два других механизма ВЦ описаны под названием эха [28] и деления фронта [29] и поясняются рис.4.

Механизм эха – это по сути механизм перезапуска двух элементов, иллюстрируемый рис.4,в. Механизм деления фронта является его частным случаем (рис. 4,г). По волокну при этом бегут волны, как показано на рис.4а,б. Указанные два источника возникают даже в волокнах, где автоколебательные элементы отсутствуют. Их возникновение обусловлено заданием специальных (например, разрывных) начальных условий. Заметим, что при задании одинаковых начальных условий перезапуск не возникает (рис.4,д).

Пространственные распределения переменных, соответствующие возникновению источников волн, не являются искусственными. Они могут создаваться при распространении волн в неоднородных средах, и это приводит к процессам рождения таких источников [12,9].

Исследование зависимости характеристик ВЦ от параметров среды, их поведения в неоднородных средах (размножение источников волн, их разрушение на неоднородностях, время жизни), процессов взаимодействия источников волн

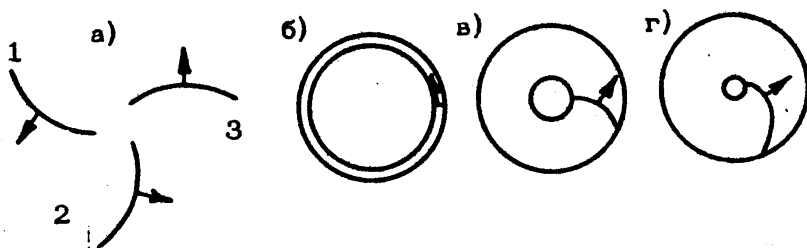


Р и с. 4. Два механизма ВЦ в неавтоколебательной среде: а - эхо (перезапуск); б - деление фронта (x - координата, t - время; стрелки указывают направление распространения волн, цифры - моменты времени. В моменты 1, 4, ... испускается волна вверх (в направлении роста x), в моменты 2, 6, ... - вниз, моменты 3, 7, ... соответствуют заднему фронту импульса элемента x_1 , моменты 5, 8 - заднему фронту импульса элемента x_2); в, г, д - состояния двух геометрически близких элементов среды x_1 и x_2

удалось провести практически исчерпывающе лишь для аксиоматической модели возбудимой среды [12, 9]. Существуют некоторые качественные оценки для моделей в виде цепочки дифференциальных уравнений [14]. Для распределенных моделей (4) эти вопросы лишь начинают исследоваться; здесь применяются как численные [47], так и недавно разрабо-

танные качественные методы анализа уравнений в частных производных [29].

В эксперименте ВЦ наблюдали визуально в химической активной среде [38] и в сердце с помощью микроэлектродной техники [48]. Механизм ВЦ в химической системе точно не установлен [6]; для сердца, однако, показано, что это механизм перезапуска (эха).



Р и с. 5. Ревербератор: а - последовательные положения волны ревербератора; б - циркуляция волны в тонком кольце; в - при утолщении кольца волна принимает форму спирали; г - при уменьшении радиуса внутреннего отверстия до нуля возникает ревербератор - волновая структура, не привязанная к "анатомии" среды

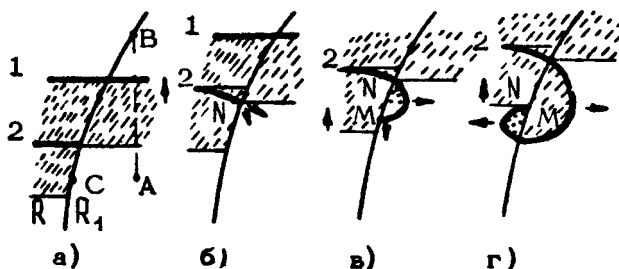
Спиральная волна. Волна вращается с постоянной угловой скоростью, сохраняя свою форму (рис.5,а; 1,в на с.251). Это волновая структура, для которой нет ранее известных тривиальных аналогов; она привлекла наибольшее внимание в литературе, посвященной самоорганизации (наличие спиральных образований в самых разных неравновесных системах - от спиральных структур в биологических объектах до спиральных рукавов галактик - побуждает романтиков искать общие механизмы, лежащие в их основе).

Важное свойство спиральных волн в активных средах, описываемых уравнением (4), состоит в том, что они являются наиболее высокочастотными из локальных источников АВ. Посылая волны с максимальной частотой, эти источники вытесняют из возбудимой среды источники волн всех других типов (рис.5,д, см. с.252), и в результате среда оказывается заполненной

лишь спиральными волнами. Сейчас известно, что это оказывается существенным в ряде биологических систем (см. разд. V, VI).

Природу спиральной волны проще всего понять, рассматривая вращение волны вокруг отверстия в двумерной среде, где видно, что вращающаяся волна имеет спиральную форму, (рис. 5, б-г). Устремив радиус этого отверстия к нулю, получим ревербератор [49, 21] — спиральную волну, вращающуюся в одноосвязной среде. Подробнее о движении волны в окрестности центра вращения (в так называемом ядре ревербератора) см. в работе А.М.Перцова и А.В.Панфилова (в настоящем сборнике, с. 7,7).

Важным отличием ревербератора от близкой к нему по форме спиральной волны, вращающейся вокруг отверстия, является то, что ревербератор не привязан к какой-либо структуре в среде. Благодаря этому свойству ревербераторы могут возникать и исчезать в разных местах среды.



Р и с. 6. Механизм возникновения ревербератора при огибании разрывом волны участка с повышенной рефрактерностью. Слева рефрактерность (R) меньше, чем справа (R_1). Возбужденные участки зачернены, рефрактерные — заштрихованы; а, б, в, г — положения фронта в различные моменты времени

Ревербератор может возникать в активной среде из разрыва фронта волны (рис. 6). Такие разрывы могут создаваться при распространении волн в неоднородных средах. Эти явления были обнаружены на аксиоматической модели возбу-

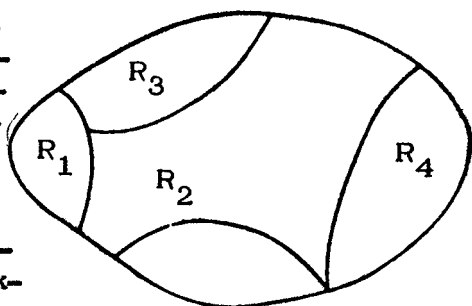
димой среды, а затем подтверждены численно на самых разных моделях в виде дифференциальных уравнений в частных производных [54-56] и экспериментально на химической возбудимой среде [7]. Возникновение источников спиральных волн – как вращающихся вокруг препятствий, так и ревербераторов – лежит в основе ряда сердечных аритмий.

Поясним важнейшее из свойств ревербераторов – способность размножаться в неоднородных средах. Посылаемые ревербератором волны следуют вплотную одна за другой, разрываются на неоднородностях и формируют новые ревербераторы (рис.6,7; рис.8 см. с.252). Здесь следует отметить два важных обстоятельства:

а) в однородной среде ревербераторы не должны размножаться (как это и наблюдается в гомогенной химической активной среде, где ревербератор образует регулярную волновую картину, рис.5,в);

б) волны, распространяющиеся в неоднородной среде, приводят к возникновению ревербератора на неоднородностях только в том случае, если период этих волн достаточно мал – меньше рефрактерности среды. Если же волны следуют с большим периодом, то разрыв волн не образуется и ревербераторы не возникают.

Р и с. 7. Пример неоднородной среды, в которой возможно размножение ревербераторов. Волны, посылаемые ревербератором, возникшим на границе областей с рефрактерностями R_1 и R_2 , разрываются на границах соседних областей (если их рефрактерность $R_3, R_4 > R_2$)



Размножение ревербераторов показано только на аксиоматических моделях [12] и на химической среде с неоднородностью (рис.8), созданной искусственно или возникшей в результате исчерпания реагентов [33]. Косвенные данные подтверждают факт размножения и на сердце.

На аксиоматической модели было продемонстрировано еще

одно существенное свойство ревербератора — конечное время жизни в неоднородных средах. Причины разрушения ревербератора те же, что и причины его возникновения, и заключаются в невозможности стационарного распространения волн с высокой частотой в неоднородных средах. До своего исчезновения ревербератор успевает послать примерно

$$n_{ж} \sim \mathcal{E} / \epsilon \quad (13)$$

волн (здесь $\epsilon = \Delta R / R$ — относительная неоднородность среды по рефрактерности, $\mathcal{E} = \tau / R$). Время жизни ревербератора оказывается тем больше, чем более однородна среда (меньше ϵ). В эксперименте этот вывод хорошо подтверждается: в химической (однородной по параметрам) среде ревербератор имеет "бесконечное" время жизни (ограничиваемое исчерпанием реагентов), а в сердце, где неоднородности велики, возникающие при уязвимости источники успевают послать лишь несколько волн. Многие из свойств ревербераторов, известные из аксиоматических моделей и из экспериментов, еще не показаны на уравнениях в частных производных. Не исследована их зависимость от параметров дифференциальных уравнений, хотя знание этих зависимостей важно для ряда прикладных задач. Почти нет аналитических результатов исследования источников волн в неоднородных средах, не изучены и даже не показаны конечное время жизни ревербераторов в неоднородной среде, процессы размножения источников волн.

4. Автоволновая неустойчивость и хаос в активных средах

Одним из важнейших результатов является обнаружение нового механизма неустойчивости в активных средах [12, 10], связанного с размножением источников АВ. При этом фазы колебаний в отдельных участках не связаны между собой, и общая картина распространения волн по среде близка к развитой мелкомасштабной турбулентности (рис. 1, г).

В неоднородной среде конкурируют два процесса: размножение источников АВ и их гибель. Если скорость размножения V_+ меньше скорости гибели V_- , то хаос невозможен

и среда работает в регулярном режиме. При обратном соотношении скоростей ($V_+ > V_-$) количество источников волн начнет расти, приводя к хаосу. Возникающий при этом процесс хорошо воспроизводит основные явления, наблюдаемые в сердце при фибрилляции.

Здесь, подобно феномену критической массы в цепных реакциях, появляются критические значения характеристик, при превышении которых происходит размножение ревербераторов. Одна из таких характеристик (так называемая критическая масса фибрилляции) – минимальная масса сердечной ткани, при превышении которой становится возможной фибрилляция. Расчеты зависимостей таких характеристик от параметров используются для разработки критериев отбора лекарственных средств, защищающих от возникновения фибрилляции.

Анализ аксиоматических моделей позволил выделить простой безразмерный параметр, определяющий степень автоволновой неустойчивости среды. Этот параметр – отношение длительности возбужденного состояния (τ) к длительности периода рефрактерности (R). Чем больше параметр $\Phi = \tau/R$, тем легче возникают ревербераторы и тем меньше критический размер среды, определяющий возникновение автоволновой неустойчивости [9].

В химической системе было показано [39, 40], что при одних значениях параметров синхронные в объеме химические автоколебания устойчивы, а при других значениях параметров происходит рассинхронизация. В последнем случае в каждой точке пространства колебания имеют место, однако фазы их связаны между собой случайным образом и в среднем по пространству колебания не проявляются. Прямые наблюдения показали, что турбулизация системы происходит за счет возникновения ВЦ, затем идет образование и размножение ревербераторов, в результате чего вся система оказывается заполненной обрывками спиральных волн [38].

IX. АВТОВОЛНОВЫЕ СТРУКТУРЫ В АКТИВНОЙ ХИМИЧЕСКОЙ СРЕДЕ

Активная химическая среда представляет собой гомогенный водный раствор, где идет сложная реакция, в ходе которой ион бромата окисляет броммалоновую кислоту. Реакция катализируется комплексными ионами железа [5]. В тонком слое раствора при этом наблюдаются распространяющиеся волны окисления, синие на красном фоне. Эта среда разрабатана А.М.Жаботинским и А.Н.Зайкиным [38] на основе колебательной реакции, описанной Б.П.Белоусовым [41]. Она имеет следующие характерные масштабы: диапазон изменения концентрации в молях $A \cdot 10^{-2} = 3 \cdot 10^{-1}$; $B \cdot 10^{-2} = 1$; $\tau \cdot 10^{-4} = 10^{-3}$, где $A = [BrO_3^-]$ (ион бромата), $B = \tau = [C_2H_3Br(COOH)_2]$ (броммалоновая кислота), $\tau = [Fe^{3+}]$. Период автоколебаний $0,1 - 10^3$ с, характерная длина $10^{-2} - 1$ см, скорость волн 10^{-2} см/с. Активная химическая среда оказалась исключительно удобным объектом для получения и исследования АВ.

Для качественного описания этой системы используется система трех уравнений Филда-Кёрша-Нойеса [42], известная под названием "Орегонатор". Она описывает практически все динамические режимы, наблюдаемые в сосредоточенных системах [7, 43-45]. Эта модель может быть сведена к системе второго порядка [43] типа уравнения (5), где $f = u(1-u) - V(u-\mu)(V-\mu)^{-1}$, $\varphi = u - V$, переменные которой $V \sim \tau$, $u \sim \psi$; $\psi = [HBrO_2]$; $\mu = \text{const}$.

Наиболее удобным параметром для управления системой в эксперименте служит отношение $A/B = \epsilon$. К сожалению, структурный портрет экспериментальной системы в плоскости $\{A, B\}$ не может быть описан моделью "Орегонатор", так как ее единственный параметр μ не зависит от A и B . Достаточно хорошее описание дает феноменологическая модель [5, 47], также принадлежащая к типу (5), в которой

$$f = u \left\{ 1 - \tau \left[1 + \beta + (u - \beta)^2 \right] \right\} + \epsilon, \quad \varphi = u(1 - V) - \delta V,$$

где $\beta = C_1 A^{-1} \sqrt{B(A + C_2)}$, $\delta = C_3 A^{-1} B$.

Все описанные ниже АВС были получены в экспериментах на одной и той же системе при изменении параметров, влия-

ющих на скорости химических реакций, но не затрагивающих коэффициенты диффузии.

Ведущий центр в химической системе показан на рис.1,б (см.с.251). ВЦ появляются в режимах 1 и 2 (рис.2,в,д) 33,7. Причиной возникновения ВЦ могут быть искусственные возмущения и естественные флуктуации динамических переменных системы (концентраций промежуточных соединений). Увеличение параметра \mathcal{L} , уменьшающего порог возбуждения в режиме I, приводит к увеличению числа ВЦ, возникающих в результате флуктуаций.

Спиральная волна (ревербератор), полученная путем гидродинамического разрыва бегущей волны [33], показана на рис.1,в. Важно отметить, что в эксперименте период автоколебаний ВЦ всегда существенно больше периода автоколебаний ревербератора $T_p < T_{ВЦ}$.

Возникновение ревербератора в результате разрыва фронта при прохождении волны через участок с изменяющимся параметром также было показано экспериментально [46].

Стационарная периодическая структура (СПС) показана на рис.1,а.

СПС возникают в чистом виде в области параметров, где возникновение ВЦ невозможно. В относительно узкой зоне параметров могут наблюдаться как СПС, так и ВЦ. Связь этих СПС с структурами Тьюринга требует специального исследования.

Хаос. Турбулизация в химической среде показана на рис.1,г и рис.9 (см. вклейки на с.251 и с.253) 40. Видно, что в системе возможно неустойчивое распространение фронта, приводящее к разрыву волн и образованию ревербераторов. Постепенно области, заполненные ревербераторами, захватывают области влияния ВЦ.

У. АВС В ВОЗБУДИМЫХ МЕМБРАНАХ

Возбудимые мембраны описываются уравнениями типа (11), где число компонент может быть разным для разных мембран, а переменные имеют следующий смысл: ψ — потенциал мембраны (изменяющийся во время импульса примерно

на 0,1 В), V_1, \dots, V_{n-1} описывают изменения электрической проводимости различных ионных каналов (Na^+ , K^+ , Ca^{2+} и т.д.). Заметим, что в системе (11) отличен от нуля один коэффициент диффузии, стоящий в уравнении для потенциала (он равен $D = 1/RC$, где R и C - сопротивление и емкость на единицу длины волокна).

Таким образом, изменения остальных переменных (проводимостей V_1, \dots, V_{n-1}) описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Важное характерное свойство уравнений (11,6) состоит в том, что проводимости явно не зависят друг от друга и связаны лишь через изменения потенциала ψ .

Наиболее точное описание существует для мембраны нервного волокна кальмара. Это широко известные феноменологические уравнения Ходжкина-Хаксли, для которых величина $n=1$ в уравнении (11) равна трем. Эти уравнения могут быть решены лишь на ЭВМ, и поэтому при качественном анализе волн возбуждения в мембранах широко используется модель Фитц Хью-Нагумо [15], имеющая вид уравнений (4), где $D_2=0$, $f = \psi - \psi^3 - V$, $\psi = \psi - \psi_0$, $\psi_0 = \text{const}$. Переменная V здесь играет роль медленного (калиевого) тока мембраны. Известно, что мгновенные значения токов в эксперименте пропорциональны потенциалу, что не описывается моделью Фитц Хью-Нагумо. Поэтому более адекватной оказывается система, где $f = F(\psi) - V(\psi - \psi_0)$, $\psi = \tau^{-1} [V(\psi) - V]$ [34]. Здесь в функции f вместо V стоит произведение $V(\psi - \psi_0)$ благодаря чему V имеет смысл проводимости (как в уравнениях Ходжкина-Хаксли), а не тока. Заметим, что такие уравнения могут быть получены в качестве асимптотик [57, 35] для уравнений Ходжкина-Хаксли или уравнений Нобла для сердца.

В нормальном сердце осуществляется лишь режим бегущих волн. Возникающие при патологии источники АВ могут приводить к тяжелым сердечным аритмиям. Для сердца описано возникновение ВЦ (в волокнах проводящей системы Пуркинье) [48] и ревербераторов, которые хорошо прослеживаются в относительно тонкой ткани предсердий [60, 61].

Заметим, что в здоровом сердце человека волны распространяются с периодом $T \approx 1$ с, что значительно больше рефрактерности сердечных клеток ($R \sim 0,2$ с). Здесь разры-

вов волн и образования ревербераторов не происходит. Разрыв волны и возникновение ревербераторов становятся возможны, если в сердце распространяется волна (так называемая экстрасистолическая волна) с ненормально малым интервалом от предыдущей ($T \sim 0,2c$). Таков механизм возникновения одной из тяжелых сердечных аритмий — пароксизмальной тахикардии. При этой аритмии частота сердечных сокращений скачкообразно увеличивается в несколько раз и так же скачкообразно возвращается в норму. Еще более опасна фибрилляция желудочков, когда нарушается синхронность сокращения отдельных клеток миокарда. В результате ритмичные сокращения сердечной мышцы исчезают и сердце перестает нагнетать кровь. Фибрилляция и пароксизмальная тахикардия являются одной из основных причин смертельных исходов при инфаркте миокарда.

Вышеизложенные представления об автоволновой неустойчивости качественно объяснили существенные особенности этих и ряда других аритмий, наблюдаемых в клинике и в эксперименте. Согласно этим представлениям, фибрилляция и мерцание предсердий — это развитая автоволновая неустойчивость, а пароксизмальная тахикардия является результатом рождения и гибели одиночной спиральной волны.

VI. ABC И МОРФОГЕНЕЗ

Проблема морфогенеза, т.е. формообразования в процессе индивидуального развития живых организмов, является одной из важнейших в современной биологии [5,8]. Основным механизмом морфогенеза является установление пространственно упорядоченного распределения концентраций регулирующих веществ (морфогенов). В свою очередь, локальное значение концентрации морфогена определяет ход развития отдельных клеток и тем самым форму многоклеточного организма.

Во многих случаях основную роль играют стационарные во времени распределения морфогена. В основе квазидномерных периодических форм, часто встречающихся в живой природе, лежат, по-видимому, структуры типа структур Тьюринга.

С другой стороны, ABC типа BC также играют существен-

ную роль в морфогенезе. На ряде объектов было показано, что морфогеном может быть важный промежуточный гормон (медиатор) — цАМФ. При этом морфогенез происходит в результате хемотаксиса клеток, а последний управляется периодическими бегущими волнами концентрации цАМФ.

Этот процесс наблюдается в ходе морфогенеза позвоночных, но наиболее четкие результаты получены сейчас при изучении морфогенеза коллективных амёб *Dictyostelium discoideum* [62, 63, 8].

При наличии достаточного питания эти амёбы живут в виде одноклеточных организмов. При голодании они сползают вместе и образуют многоклеточное плодовое тело, в дальнейшем дающее споры, способные пережить неблагоприятные условия.

Сползание клеток в плотную кучу, дающую начало плодovому телу, — это АВП. При голодании отдельные клетки начинают периодически (с периодом 3–5 мин) вырабатывать цАМФ, который частично выбрасывается в межклеточную среду. Самые голодные клетки имеют самый короткий период автоколебаний. Ждущие клетки способны генерировать одиночные импульсы цАМФ в ответ на внешнее воздействие цАМФ. Таким образом, качественно популяция амёб описывается базовой моделью, где концентрация цАМФ соответствует быстрой переменной. Наиболее голодные клетки образуют пейсмекерные центры, из которых распространяются концентрические периодические бегущие волны цАМФ, которые имеют следующие характеристики: скорость около $40 \text{ мкм} \cdot \text{мин}^{-1}$, период — 5 мин, длина волны — 200 мкм. Эти волны приводят в действие механизм хемотаксиса, который происходит в направлении, противоположном движению волны цАМФ. Таким образом, сначала в системе происходит синхронизация всей популяции самым быстрым ВЦ, а затем сползание всех клеток в окрестность этого ВЦ. В процессе сползания в популяции возникают типичные автоволновые "картины"; в частности, движущиеся амёбы могут сформировать ревербератор [63].

Уравнения, описывающие пространственное распространение сигнального вещества (цАМФ), запускающего автоволновую "самосборку" популяции *Dictyostelium discoideum* имеют вид системы (4), где c — концентрация цАМФ, V — концентрация АТФ [64].

УД. ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

В теоретической области, с нашей точки зрения, наиболее актуальными являются следующие задачи.

1. Сейчас имеется достаточное количество автоволновых решений базовой модели (4). Однако эти решения получены различными методами и связь между ними прослеживается недостаточно четко. Поэтому важной задачей является построение бифуркационной диаграммы базовой системы (4) при различных, не слишком узких ограничениях на вид функций f и Φ . Такая диаграмма даст основу систематизации описанных выше АВП.

2. С прикладной точки зрения, наибольшее значение имеют автоволновые неустойчивости. Поэтому большое значение приобретает разработка общих подходов к анализу устойчивости простых режимов системы типа (1) к локальным возмущениям. В настоящее время широко применяется только исследование устойчивости по отношению к малым возмущениям. Между тем принципиальный интерес имеет задача об эволюции начального возмущения, которое не является малым. В каких случаях такое возмущение рассосется под действием диффузии, не успев "включить" активные процессы, а в каких превратится в распространяющуюся АВ?

3. Следующая проблема — это исследование механизмов хаотизации в активных средах. Для аксиоматических моделей винеровского типа эта задача изучена практически полностью: здесь известны основные характеристики источников АВ, определяющие эти процессы, — геометрический размер источника, частота посылаемых им волн, время жизни, условия возникновения и размножения и их зависимости от параметров среды. Важной задачей является распространение этих результатов на среды, описываемые базовой моделью (4).

В биологических системах наиболее важными являются следующие проблемы.

1. Разработка методов регистрации АВ в возбудимых биологических системах. Сейчас единственная работающая система это многоэлектродное отведение. Она очень неудобна. В принципе существуют оптические методы, но до сих пор

не удается довести их до приемлемого уровня.

2. Изучение АВП в нейронных системах. В этих системах, в отличие от сердца, решающую роль играют два "диффузионных" процесса (взаимодействие нейронов с помощью возбуждающих и тормозных медиаторов), и в норме нейроны возбуждаются асинхронно. Напротив, сильная синхронизация приводит, например, к эпилепсии.

3. Исследование АВП в морфогенетических системах. Помимо *Dictyostelium discoideum*, АВП наблюдались в ходе морфогенеза и в других системах, например в эмбрионах позвоночных. Однако эти случаи практически не исследованы.

В области медицинских и технических приложений на ближайшее будущее можно определить следующие задачи.

1. Изучение синхронизации локальных источников АВ. Известно, что фибрилляцию сердца можно прекратить электрическим импульсом дефибриллятора; параметры этого импульса: напряжение $5 \cdot 10^3$ В, ток 10А, длительность 10мс. Такой большой ток серьезно повреждает сердце. Кардиологи уделяют много внимания усовершенствованию способов дефибрилляции, например, предложен метод вращающегося электрического поля, позволяющий несколько уменьшить величину тока. Однако ясно, что применяемый сегодня принцип дефибрилляции основан на грубой силе, что аналогично попытке изменить скорость хода маятниковых часов, воздействуя на их стрелки. С другой стороны, из теории автоколебаний известно, что для управления генераторами автоколебаний могут использоваться очень слабые сигналы. Амплитуда электрического импульса, генерируемого сердечной тканью, приближенно равна 10^{-1} В. Все это ставит интригующую задачу разработки способов управления источниками спиральных АВ с помощью сигналов, на 3-4 порядка слабее, чем используемые сегодня.

2. Разработка фармакологических способов воздействия на источники АВ в сердечной ткани. Здесь также важные задачи должны быть решены теорией АВП. Необходимо изучить на математических моделях зависимости основных характеристик источников АВ от параметров и выделить управляющие параметры. После этого могут быть сформулированы проблемы разыскания фармакологических воздействий на сердечную ткань.

3. Исследование роли АВП при потере устойчивости распределенных химических и других реакторов, генерации шумов в распределенных лазерных системах и т.д.

4. Изучение бегущих и стоячих волн в гетерогенных каталитических системах. Такие волны наблюдаются при смещении границ активных областей на поверхности металлических катализаторов, используемых при реакциях окисления газов [65]. Разработка методов автоволнового розжига таких катализаторов (в частности, платиновых) может дать значительный экономический эффект.

5. Разработка способов управления АВ перехода от пузырькового к пленочному режиму кипения. Известно, что возникновение пленочного режима кипения приводит к резкому перегреву тепловыделяющих элементов (ТВЭЛ). Опасность возникновения такого режима заставляет сильно снижать мощность, снимаемую с ТВЭЛов. Есть данные, позволяющие считать, что разработка способов управления АВ перехода от пузырькового к пленочному кипению позволит значительно увеличить удельный съем мощности с ТВЭЛов (см. статью В.В.Барелжо с соавт. в настоящем сборнике, с.135).

6. Разработка твердотельных систем кратковременной памяти, использующих АВП на основе уже сделанных теоретических работ (см. статью Ю.И.Балкарея с соавт. в настоящем сборнике, с.117).

7. Изучение АВП, связанных с экологическими нарушениями и нарушениями устойчивости биогеоценозов.

Практическая важность возникающих здесь проблем не требует комментариев.

В ближайшие годы эта область будет представлять увлекательное поле деятельности для математиков – специалистов по уравнениям в частных производных и для физиков – специалистов по нелинейным волнам. Большинство полученных на сегодня утверждений об АВП и свойствах локальных источников АВ – не более чем прототипы будущих интересных теорем.

Л и т е р а т у р а

- 1.* Томов Л., Томов И. Нарушения ритма сердца. - Медицина и физкультура. София, 1979.
- 2.* Физиология кровообращения. Физиология сердца. Под ред. Е.Б.Бабского. Л., Наука, 1980.
- 3.* Katz A.M. Physiology of the heart. N.-Y., Raven Press., 1977.

Институт биологической физики АН СССР, г.Пушкино

О ДИФфуЗИОННОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ И ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУРАХ В ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКЕ

А.И.Вольперт, А.Н.Иванова

В последние годы появилось много работ, посвященных диссипативным структурам (ДС), описываемым уравнениями химической кинетики и диффузии (см. [1, 27, 67] и ссылки там) при различных частных предположениях о диффузионных или кинетических членах, входящих в уравнения.

Представляет интерес изучение более общих систем: систем с многокомпонентной диффузией в областях различной формы и различной размерности со сложной кинетикой. В настоящей работе для таких систем рассмотрен вопрос о возникновении устойчивых пространственно-неоднородных решений (ДС) вследствие диффузионной неустойчивости постоянных решений.

Рассматривается система уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left[a(u, \mu) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right] + f(u, \mu). \quad (1)$$

Здесь $a(u, \mu)$ - квадратная матрица порядка m ; $f(u, \mu)$ - m -мерная вектор-функция; $u = (u_1, \dots, u_m)$; μ - вещественный параметр. Предполагается, что в рассматриваемой области изменения переменных u и μ все собственные значения матрицы $a(u, \mu)$ имеют положительные вещественные части (условие параболичности системы (1)).

Системой (1) охватываются, в частности, системы, описывающие многокомпонентную диффузию с учётом химических

реакций в предположениях, принятых в неравновесной термодинамике (см., например, [1]).

Система (1) рассматривается при $\mathbf{I} = (I_1, \dots, I_n) \in \mathcal{Y}$, где \mathcal{Y} - ограниченная область с границей S . На поверхности S задано граничное условие:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial \nu} \right|_S = 0, \quad (2)$$

где ν - нормаль к поверхности S .

В разд.1 приводятся условия диффузионной неустойчивости пространственно-однородного решения \bar{u} задачи (1), (2). Алгебраические условия диффузионной неустойчивости для некоторых простых классов уравнений известны (см. [1, 27] и ссылки там). Оказывается, что и для столь общего класса уравнений, как система уравнений (1), эти условия также имеют явную алгебраическую форму (см. условия 1 и 2 разд.1), если известны собственные значения ω задачи (6) для оператора Лапласа.

В разд.2 показано, что в задачах химической кинетики с диагональной диффузионной матрицей (и только в этом случае) возникновение диссипативных структур вследствие диффузионной неустойчивости целиком определяется свойством структурной устойчивости кинетической системы.

В разд.3 найдены условия появления пространственно-неоднородных структур для задачи (1), (2) при переходе μ через критическое значение μ_0 . Используется известный метод исследования ветвления решений - метод Ляпунова - Шмидта [1*]. Будем для простоты считать, что $\mu_0 = 0$, $\bar{u} = 0$. Этот метод дает возможность поставить в соответствие стационарной задаче (14) нелинейное уравнение вида

$$\epsilon \Psi(\epsilon, \mu) = 0, \quad (3)$$

где $\Psi(\epsilon, \mu)$ - функция двух вещественных переменных, μ - тот же параметр, что и в (1). Здесь и в дальнейшем (если не оговорено противоположное) имеются в виду локальные вопросы существования, то есть рассматриваются решения u задачи (14) близкие к 0 и μ близкие к 0 .

Уравнение (3) обладает тем свойством, что каждому ре-

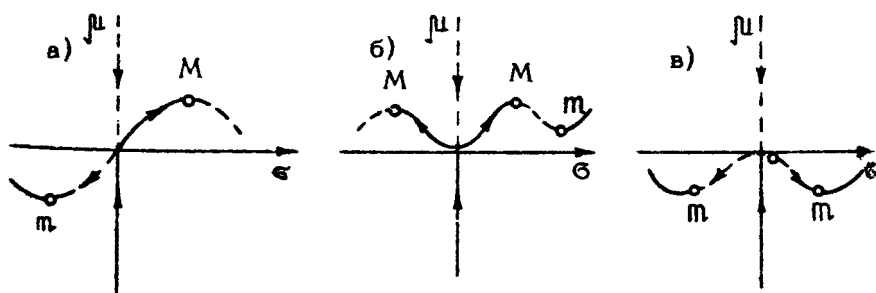
шению μ задачи (14) соответствует решение σ уравнения (3) и наоборот. Тривиальное решение $\sigma = 0$ уравнения (3) соответствует решению $\mu = 0$ задачи (14). Вопрос о существовании и числе пространственно-неоднородных решений задачи (14) сводится к исследованию существования нетривиальных решений уравнения

$$\Psi(\sigma, \mu) = 0 \quad (4)$$

Из построения следует, что $\Psi(0,0) = 0$. Не исключено, что вблизи точки $\sigma = 0$, $\mu = 0$ других решений уравнения (4) нет. Тогда от решения $\mu = 0$ при движении по параметру μ не ответвляется пространственно-неоднородное решение. Это возможно лишь тогда, когда частные производные

$$\Psi'_\sigma(0,0), \quad \Psi'_\mu(0,0) \quad (5)$$

одновременно обрщаются в нуль. Если же хотя бы одна из частных производных (5) отлична от нуля, то в плоскости (σ, μ) через начало координат проходит единственная кривая (4) (по теореме о неявной функции), и, таким образом, существует пространственно-неоднородное решение задачи (14). На рисунке приведены некоторые примеры расположения кривой (4).



В случае а в достаточно малой окрестности нуля имеется одно пространственно-неоднородное решение задачи (14) при $\mu < 0$ и одно при $\mu > 0$, в случае а, б при переходе μ через нуль появляются или исчезают два решения. Случай а имеет место, очевидно, если $\Psi'_\sigma(0,0) \neq 0$,

в случаях б и в $\Psi'_\sigma(0,0) = 0$. Случай б и в различаются по знаку производной $\Psi''_{\sigma\sigma}(0,0)$.

Функция $\Psi(\sigma, \mu)$ в общем случае не может быть явно записана, однако, как следует из предыдущего, нам достаточно знать не функцию Ψ , а значения ее производных в точке $(0,0)$. В разд.2 настоящей работы вычислены первые производные для систем вида (1). Здесь $\Psi'_\mu(0,0)$ задается правой частью равенства (13), а $\Psi'_\sigma(0,0)$ — правой частью равенства (19). Обратим внимание на то, что правая часть равенства (19) есть произведение двух сомножителей, из которых второй есть интеграл от куба собственной функции $\bar{\varphi}$ оператора Лапласа, соответствующей собственному значению $\bar{\omega}$, при котором появляется диффузионная неустойчивость для системы (1) (см. разд.1). Как правило, именно этот интеграл является ответственным за обращение в нуль производной $\Psi'_\sigma(0,0)$. Он может обращаться в нуль в силу симметрии области. Так, например, в одномерном случае он равен нулю, и, следовательно, имеют место случаи б и в^{*}). Однако, как показывает непосредственный подсчет в случае, когда $\bar{\omega}$ есть первое ненулевое собственное значение задачи (6) для шара, интеграл отличен от нуля и, следовательно, имеет место случай а^{*}). Таким образом, выражение (19) дает возможность судить о влиянии геометрии области на характер появления пространственно-неоднородных решений.

Разд.4 посвящен исследованию устойчивости пространственно-неоднородных решений. Идея состоит в том, что когда рассматривается не одно изолированное стационарное состояние, а целая кривая стационарных состояний, зависящих от параметра μ , то можно судить об устойчивости по характеру этой кривой. Введем ориентацию на полукривых, как показано на рисунках (см. с.35), и будем следить, как изменяется μ при движении вдоль кривой.

Основной результат состоит в том, что на тех участках кривой, где параметр μ убывает (пунктирные линии), стационарное решение неустойчиво, а на участках возрастания μ (сплошные линии) имеет место устойчивость. (Ре-

* Имеется в виду случай общего положения ($\Psi''_{\sigma\sigma}$ и фигурные скобки в (19) не равны нулю).

зультат по неустойчивости носит характер нелокальный, по устойчивости более локальный, см. теоремы 3 и 4).

Рассмотрим точку μ локального минимума $J\mu$ на кривой. Пусть в этой точке $J\mu$ имеет значение $\bar{J}\mu$. Тогда при возрастании $J\mu$ и переходе через значение $\bar{J}\mu$ происходит жесткое рождение двух пространственно-неоднородных решений (из "ничего" в отличие от мягкого рождения из пространственно-однородного решения). При этом одно из родившихся решений неустойчиво, а второе при дополнительных условиях (теорема 3) устойчиво. Аналогичные выводы (исчезновение решений) делаются для точек M максимума.

Приведенные результаты по устойчивости относились к кривым, полученным по методу Ляпунова-Шмидта. В действительности могут рассматриваться кривые стационарных решений независимо от этого метода, результаты по устойчивости аналогичные. Эти результаты получены с помощью топологической характеристики стационарной точки - индекса. Заметим, что выбор граничного условия (2) не является необходимым. Результаты легко переносятся на случай граничных условий вида

$$K \frac{du}{dv} + P(u - \bar{u}) = 0.$$

Более полное изложение результатов по рассмотренным в работе вопросам, а также не приведенные здесь доказательства ряда утверждений имеются в [69].

1. ДИФFUЗИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПОСТОЯННЫХ РЕШЕНИЙ

Пусть $u = \bar{u}(\mu)$ - стационарное решение системы

$$\frac{du}{dt} = f(u, \mu), \quad (6)$$

где f - то же, что в (1). Явление диффузионной неустойчивости состоит в том, что $\bar{u}(\mu)$, являясь устойчивым стационарным решением системы (6), оказывается неустойчивым, если его рассматривать как стационарное решение задачи (1), (2). Сделав сдвиг, то есть вычитая из решения системы (1) функцию $\bar{u}(\mu)$, получим новую систему, для

которой стационарной точкой будет $u = 0$. Чтобы не менять обозначений, будем считать, что этот сдвиг уже сделан и что

$$f(0, \mu) = 0. \quad (7)$$

Рассмотрим задачу на собственные значения для системы, полученной линеаризацией системы (1) на решении

$$a(0, \mu) \Delta v + b(0, \mu) v = \lambda v, \quad (x \in G), \quad \frac{\partial v}{\partial \nu} \Big|_S = 0, \quad (8)$$

где Δ — оператор Лапласа, $b(u, \mu)$ — матрица первых частных производных по u вектор-функции $f(u, \mu)$. Будем предполагать, что все собственные значения матрицы $b(0, \mu)$ имеют отрицательные вещественные части, откуда следует асимптотическая устойчивость решения $u = 0$ системы (6).

Эффект диффузионной неустойчивости при переходе параметра μ через некоторое значение μ_0 в терминах задачи (8) может быть описан следующим образом: при $\mu < \mu_0$ все собственные значения задачи (8) имеют отрицательные вещественные части, а при $\mu > \mu_0$ хотя бы одно собственное значение этой задачи имеет положительную вещественную часть. Вычисление собственных значений и собственных функций задачи (8) связано со следующей задачей на собственные значения:

$$\Delta \psi = \omega \psi, \quad (x \in G), \quad \frac{\partial \psi}{\partial \nu} \Big|_S = 0. \quad (9)$$

Утверждение 1. Для того чтобы λ было собственным значением задачи (8), необходимо и достаточно, чтобы для некоторого собственного значения ω задачи (9) λ было собственным значением матрицы

$$a(0, \mu) \omega + b(0, \mu). \quad (10)$$

Каждому собственному значению λ задачи (8) соответствует конечное число собственных значений ω задачи (9), таких, что λ есть собственное значение матрицы (10). Если ψ есть собственная функция задачи (9), соответствующая собственному значению ω , а ρ —

собственный вектор матрицы (10), то

$$v = p\varphi. \quad (11)$$

есть собственная функция задачи (8), соответствующая собственному значению λ , и каждая собственная функция задачи (8), соответствующая собственному значению λ , есть линейная комбинация функций вида (11).

Утверждение доказывается непосредственной подстановкой в (8) разложения v по собственным функциям задачи (9) (см. [1, 27, 67, 70]).

Это утверждение дает возможность формулировать условия диффузионной неустойчивости в алгебраической форме. Будем предполагать выполненными следующие условия, считая для простоты, что $\mu_0 = 0$.

Условие 1. Для любого собственного значения ω задачи (9) каждое ненулевое собственное значение λ матрицы

$$a(0,0)\omega + b(0,0) \quad (12)$$

лежит в левой полуплоскости. Существует одно и только одно простое собственное значение $\omega = \bar{\omega}$ задачи (9), такое, что при $\omega = \bar{\omega}$ матрица (12) имеет нулевое собственное значение и оно является простым.

Условие 2. При $\omega = \bar{\omega}$ непрерывное продолжение $\lambda(\mu)$ нулевого собственного значения матрицы (12) как собственного значения матрицы (10) удовлетворяет условию: $\lambda(\mu) < 0$ при $\mu < 0$, $\lambda(\mu) > 0$ при $\mu > 0$ ($|\mu| < \epsilon$).

При выполнении условий 1 и 2 имеет место диффузионная неустойчивость решения $u = 0$.

Обозначим через $p(q)$ собственный вектор матрицы (12) (сопряженной матрицы) при $\omega = \bar{\omega}$, соответствующий нулевому собственному значению. Будем считать, что $(p, q) = 1$, где (p, q) — скалярное произведение в R^m . Тогда непосредственно вычисляется производная $\lambda'(\mu)$ при $\mu = 0$:

$$\lambda'(0) = ([a'_\mu(0,0)\bar{\omega} + b'_\mu(0,0)])p, q. \quad (13)$$

Таким образом, для выполнения условия 2 достаточно, чтобы правая часть в (13) была положительна.

2. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В СИСТЕМАХ С ДИАГОНАЛЬНОЙ ДИФфуЗИОННОЙ МАТРИЦЕЙ

Если матрица $\Omega(u_0, \mu)$ диагональна, то, как отмечалось в работе [27], диффузионная неустойчивость является "проявлением потенциальной неустойчивости кинетической системы". Этому выводу можно придать точный математический смысл в случае, когда кинетическая система задается по закону действующих масс.

Утверждение 2. Для возможности диффузионной неустойчивости постоянного стационарного решения задачи (1), (2), приводящей к возникновению неоднородных стационарных решений при некоторых значениях коэффициентов диффузии, необходимо и достаточно, чтобы существовали такие значения констант скорости реакций, при которых кинетическая система (6) имела стационарную точку, в которой матрица $\bar{v}(u, \mu)$ имела бы положительное собственное значение.

Используя аппарат, изложенный в [3^{*}, 4^{**}], эти условия можно сформулировать на языке структуры схемы реакций (см. [69]). Многие задачи приводят к системам (1), где учитывается диффузия только одного вещества:

$$\frac{du}{dt} = D\Delta u + f(u, v, \mu), \quad \frac{dv}{dt} = g(u, v), \quad v = (v_1, \dots, v_n).$$

Критическое значение коэффициента диффузии в этом случае есть

$$D = - \frac{1}{\bar{\omega}} \frac{\det \begin{pmatrix} f'_u & f'_v \\ g'_u & g'_v \end{pmatrix}}{\det(g'_v)},$$

поэтому легко сделать заключение, что рождение устойчивых диссипативных структур возможно здесь лишь в случае наличия у системы для v неустойчивой стационарной точки $\bar{v}(u)$. В задачах химической кинетики особую роль играют стационарные состояния, соответствующие термодинамическому равновесию системы — точки детального равновесия.

Утверждение 3. Стационарное решение, соответствующее точке детального равновесия, диффузионно устойчиво.

3. СУЩЕСТВОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНЫХ РЕШЕНИЙ

Рассмотрим стационарную задачу, соответствующую задаче (1), (2) :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left[a(u, \mu) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right] + f(u, \mu) = 0 \quad (B \in \Omega), \quad \frac{\partial u}{\partial \nu} \Big|_S = 0. \quad (14)$$

Для определенности будем считать, что решение этой задачи ищется в пространстве функций $C^{2+\alpha}$ (функции, имеющие вторые производные, удовлетворяющие условию Гельдера с показателем $\alpha < 1$), хотя ясно, что выбор пространства является вопросом чисто техническим и не может влиять по существу на результаты. Норму в этом пространстве будем обозначать $\|\cdot\|$.

Найдем явные условия существования пространственно-неоднородных решений путем исследования бифуркаций по методу Ляпунова-Шмидта (см. [1*]). Введем обозначение

$$\langle u, v \rangle = \int_{\Omega} (u(x), v(x)) \, dx \quad (15)$$

и рассмотрим граничную задачу

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left[a(u, \mu) \frac{\partial u}{\partial x_i} \right] + f(u, \mu) + \langle u, \bar{w} \rangle \bar{v} - \sigma \bar{v} = 0 \quad (16)$$

с граничным условием (2), где

$$\bar{v} = p \bar{\psi}, \quad \bar{w} = q \bar{\psi}, \quad (17)$$

$\bar{\psi}$ — собственная функция задачи (9), соответствующая собственному значению $\bar{\omega}$, нормированная равенством $\int_{\Omega} \bar{\psi}^2 \, dx = 1$.

Применение теоремы о неявной функции приводит к следующему результату: для достаточно малых чисел δ и τ при $|\sigma| < \delta$, $|\mu| < \delta$ существует решение $u(x; \sigma, \mu)$ задачи (16) такое, что $u(x; 0, 0) = 0$, $\|u(x; \sigma, \mu)\| < \tau$.

Это решение единственно в шаре $\|u\| \leq \tau$ и непрерывно по σ и μ по норме $C^{2+\alpha}$.

Уравнение разветвления имеет вид

$$\sigma - \langle u(\cdot, \sigma, \mu), \bar{w} \rangle = 0. \quad (18)$$

Между решениями задачи (14) и уравнения (18) имеет место взаимно-однозначное соответствие, точный смысл которого состоит в следующем. Пусть при $|\mu| < \delta$ $u(\tau)$ есть решение задачи (14) такое, что $\|u(\tau)\| \leq \tau, |\langle u, \bar{w} \rangle| < \delta$. Тогда $\sigma = \langle u, \bar{w} \rangle$ есть решение уравнения (18). Обратное, пусть при $|\mu| < \delta$ число $\sigma : |\sigma| < \delta$ есть решение уравнения (18). Тогда $u = u(\tau; \sigma, \mu)$ есть решение задачи (14).

Легко доказывается, что $u(\tau; \sigma, \mu) = \sigma Y(\tau; \sigma, \mu)$, где $Y \in C^{2+\alpha}$ и является гладкой функцией σ и μ , причём $Y(\tau; 0, 0) = \bar{w}(\tau)$. Таким образом, уравнение разветвления приобретает вид $\sigma \Psi(\sigma, \mu) = 0$, где $\Psi(\sigma, \mu) = 1 - \langle Y(\cdot; \sigma, \mu), \bar{w} \rangle$.

Существование пространственно-неоднородных решений задачи (14) связано с поведением функции $\Psi(\sigma, \mu)$ в окрестности нуля. Непосредственные вычисления дают $\Psi'_\mu(0,0) = \gamma_{01}, \Psi'_\sigma(0,0) = \gamma_{10}$, где γ_{01} равно правой части равенства (13), а

$$\gamma_{10} = \frac{1}{2} \left[- \sum_k (a'_{u_k}(0,0) p_k q) p_k \bar{\omega} + \sum_{k,l} (f''_{u_k u_l}(0,0) \lambda q) p_k p_l \right] \int_{\Omega} \bar{\psi}^3 dx, \quad (19)$$

где $p = (p_1, \dots, p_m)$. Из предыдущего следует

Теорема 1. Пусть выполняется условие $\gamma_{10}^2 + \gamma_{01}^2 > 0$. Тогда уравнением $\Psi(\sigma, \mu) = 0$ в окрестности начала координат плоскости (σ, μ) определяется простая гладкая кривая Γ , и, следовательно, существует однопараметрическое семейство решений задачи (14). В достаточно малой окрестности $(\sigma = 0, \mu = 0)$ каждой точке кривой Γ , в которой $\sigma \neq 0$, соответствует пространственно-неоднородное решение задачи (14). Заметим, что в случае $\gamma_{10} \neq 0$ или при $\gamma_{10}^2 + \gamma_{01}^2 > 0$ в аналитическом случае (что, как правило, имеет место в химической кинетике) можно утверждать, что

пространственно-неоднородные решения существуют при всех достаточно малых μ .

4. УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОСТРАНСТВЕННО-НЕОДНОРОДНЫХ РЕШЕНИЙ

Из результатов предыдущего раздела следует, что в окрестности нуля пространства (ζ, μ) множество решений задачи (14) состоит из двух ветвей: тривиальное решение $\zeta = 0$ и кривая, соответствующая кривой Γ , указанной в разд.2. При исследовании устойчивости не будем ограничиваться локальным рассмотрением. Обозначим через L кривую, состоящую из решений (ζ, μ) задачи (14), проходящую через точку $(0,0)$ и содержащую пространственно-неоднородные решения. В достаточно малой окрестности нуля кривая L , очевидно, соответствует кривой Γ . Предположим, что кривая L гомеоморфна интервалу вещественной оси (фактически это значит, что она рассматривается между соседними, кроме нуля, точками ветвления). Точка $(0,0)$ разбивает L на две части, которые обозначим L_+ и L_- .

На каждой из них введем параметр τ так, что L_+ (или L_-) имеет вид: $(\zeta(\tau), \mu(\tau))$, $0 \leq \tau \leq 1$, причём $\zeta(0) = 0$, $\mu(0) = 0$. Для дальнейшего не важен конкретный выбор параметра, важен только указанный выбор ориентации на L : отсчёт от точки $(0,0)$ на L_+ и L_- . Сделаем дополнительное предположение, что μ , как функция точек кривой L , имеет конечное число экстремумов. Ясно, что точки экстремума разбивают L на участки возрастания и убывания функции μ . Оказывается, что устойчивость решения ζ задачи (14) связана с тем, на каком из этих участков находится точка. Для того чтобы проследить за этой связью, необходимо рассмотреть топологическую характеристику стационарной точки - ее индекс ($\text{ind } \zeta$) (подробнее см. [68, 69]).

Т е о р е м а 2. Для всех точек $(\zeta, \mu) \neq (0,0)$, лежащих на L , $\text{ind } \zeta$ равен 1, -1 или 0, если (ζ, μ) есть точка роста, убывания или экстремума соответственно функции μ на L .

Линеаризуем задачу (14):

$$\sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left[a(u, \mu) \frac{\partial v}{\partial x_i} \right] + \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sum_{k=1}^m \frac{\partial a(u, \mu)}{\partial u_k} v_k \right] \frac{\partial u}{\partial x_i} +$$

$$+ \sum_{k=1}^m \frac{\partial f(u, \mu)}{\partial u_k} v_k - \lambda v \quad (x \in \mathcal{D}), \quad \left. \frac{\partial v}{\partial \nu} \right|_S = 0. \quad (20)$$

Т е о р е м а 3. Пусть (u, μ) — точка кривой L , которая является точкой убывания функции μ и для которой задача (20) не имеет нулевых собственных значений. Тогда задача (20) имеет положительное собственное значение, и поэтому при рассматриваемом значении μ решение u задачи (14) является неустойчивой стационарной точкой задачи (1), (2).

Доказательство непосредственно следует из теоремы 2, так как $\text{ind } \mu = -1$ и, следовательно, на основании свойств индекса задача (20) имеет положительное собственное значение.

Заметим, что если существует нулевое собственное значение задачи (20) и при малых изменениях коэффициентов системы (1) происходит сдвиг с нулевого собственного значения при сохранении изолированности стационарной точки, то в силу свойств индекса у линеаризованной задачи появляются положительные собственные значения. В этом смысле имеет место неустойчивость и при наличии нулевого собственного значения задачи (20).

Для участков возрастания функции μ на L уже не может быть высказано столь общее утверждение, и результаты здесь носят более локальный характер. Согласно условиям 1 и 2 в точке $u=0, \mu=0$ задача (20) имеет все собственные значения, кроме одного, в левой полуплоскости и одно нулевое собственное значение, которое является простым. Отсюда и из теоремы 2 следует

Т е о р е м а 4. Существует такая окрестность L' нуля на кривой L , что для точек $(u, \mu) \in L'$ задача (20) имеет одно простое собственное значение, а остальное — в левой полуплоскости. Пусть в точке $(u, \mu) \in L'$ μ возрастает, а задача (20) не имеет нулевого собственного значения. Тогда при рассматриваемом значении μ решение u задачи (14) является асимптотически устойчивой точкой задачи (1), (2).

Л и т е р а т у р а

- 1.* Вайнберг М.М., Треногин В.А. Теория ветвления решений нелинейных уравнений. М., Наука, 1969.
- 2.* Красносельский М.А., Забрейко П.П. Геометрические методы нелинейного анализа. М., Наука, 1975.
- 3.* Иванова А.Н. Условия единственности стационарного состояния кинетических систем, связанные со структурой схемы реакций. – Кинетика и катализ, 1979, 20, вып.4, с.1019–1027.
- 4.* Иванова А.Н., Тарнопольский Б.Л. Об одном подходе к выяснению ряда качественных особенностей кинетических систем и его реализация на ЭВМ (критические условия, автоколебания). – Кинетика и катализ, 1970, 20, вып.6, с.1541–1548.

Отделение института химической физики АН СССР,
г.Черноголовка

АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ОДНОМЕРНЫХ РЕЛАКСАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

В.Г.Яхно

ВВЕДЕНИЕ

Среди разнообразных волновых процессов в распределенных системах [52] в последние годы стали выделять специальный класс систем, проявляющих особые свойства. Появился и новый термин – автоволны (АВ) [7,10,27]. К ним относят такие волновые движения в неравновесных средах, характеристики установившихся режимов которых зависят только от свойств среды и не зависят от конечного изменения начальных и граничных условий (см. введение к настоящему сборнику и [10]). Отметим, что частным случаем АВ являются диссипативные структуры (ДС) – стационарные неоднородные распределения компонент (волны с нулевой скоростью). Существуют характерные признаки, по которым обычно отличают АВ от других волновых движений. Например, АВ могут распространяться только в средах с активными свойствами, при столкновении АВ уничтожают друг друга и т.п. Представление о разнообразии сред, в которых наблюдались или могут наблюдаться автоволновые процессы (АВП), дает табл.1. Конечно, нельзя считать этот перечень полным. Даже простое сопоставление примеров, приведенных в работах [7,9,10,13,27,188] и в статьях настоящего сборника, показывает, насколько быстро растет количество данных о средах, для описания которых используются понятия об АВ.

Т а б л и ц а 1

Экспериментально наблюдаемые типы АВП

Объекты	Скорость, тип АВП
<u>Физические</u>	
Полимерная пленка [71,72] Бареттер *)	0,02 + 8 см/мин, Ф 0 + 2 см/с, Ф, ДС
Тепловыделяющие элементы [73,74]	0 + 1 см/с, Ф, ДС
Полупроводник [75,76]	0 ДС
Космический газ [77]	40 см/с, Ф
Лабораторная плазма [78]	0 ДС
Ионосфера F-слоя [79]	0 + 3 км/с, Ф, ДС
Адсорбция взаимодействующих частиц [80]	- , Ф
<u>Химические</u>	
Окисление железной проволоки в азотной кислоте [81]**)	2 м/с, Ф, БИ
Реакции Белоусова-Жаботинского [7,38]**)	10^{-2} + 10 см/с, Ф, БИ, ВЦ, ДС
Окисление аммиака на платине [65,66]**)	0,5 см/с, Ф
Окисление окиси углерода на платине [66]**)	5 м/с, Ф

*) См. настоящий сборник, с.135.

***) В этих системах возможны процессы, при которых изменение переменных происходит с сильно различающимися характерными временами.

Объекты	Скорость, тип АВП
<u>Биологические</u>	
Аксон кальмара [82,89]	21 м/с, Ф,БИ
Ламелла нормальных мышинных фибробластов [84]	0,2 мкм/с, БИ
Неоднородная активность белков в цитоплазме [86, 2*,6*]	0 ДС
Яйцо пресноводной рыбы (волна освобождающегося иона $[Ca^{2+}]$ [86])	8 мкм/с, БИ
Культура ткани из миофибрилл [87]	50 + 200 мкм/с,БИ
Плазмодий миксомицета [88] *)	30 мкм/с,БИ
Проводящая система сердца [89 + 91,1*] *)	25-300см/с,БИ,ВЦ
Мышца миокарда [92,1*] *)	30 см/с,БИ
Гладкие мышцы [3*, 7*] *)	5 + 10см/с,БИ
Нейронная сеть *)	
а) быстрые волны [5*,4*]	10-50 см/с,БИ
б) медленные волны [94]	2-5 мм/мин, БИ
Популяция амебоподобных клеток [62,63] *)	1 + 5 мкм/с,БИ,ВЦ
Коралловые полипы [95]	50 см/с, БИ
Популяция прыткой ящерицы [97]	0 ДС

*) В этих системах возможны процессы, при которых изменение переменных происходит с сильно различающимися характерными временами.

Отметим возможные типы АВП. В физических системах АВ обычно представляют собой движение границы фазового перехода. По-видимому, простейшим примером такого рода является процесс падения (волна переключения) в цепочке из костяшек домино (в табл.1 движение границы фазового перехода или волны переключения – фронта обозначено Φ). В биологических и химических системах ситуация более разнообразна. Кроме процессов, связанных с бегущим импульсом (БИ) возбуждения, наблюдаются процессы, связанные с работой локальных источников импульсов (ведущий центр (ВЦ), ревербератор), а также с синхронизацией и фазировкой колебаний в пространстве [7,9,10,13,27,188]. Теория АВП в настоящее время используется для объяснения весьма разнообразных динамических режимов в неравновесных средах.

К числу первых теоретических работ, связанных с изучением АВП, следует, по-видимому, отнести исследование процессов распространения фронта горения [98,99], описание волн захвата территории новой популяцией [100], проведенные еще в тридцатые годы. Затем появились работы по аксиоматическому описанию волн в сердечной мышце [20, 102], по распространению волн переключения в активных радиотехнических устройствах [4,52,101]. Эти работы представляют собой основу теории АВП. Но долгое время они оставались известными лишь узкому кругу специалистов. Можно предположить, что одной из причин такого положения являлось некоторое однообразие известных в то время волновых движений: волна переключения, импульс возбуждения. Но когда в шестидесятых годах были предсказаны и открыты локальные источники волн в активных биологических и химических системах [12,49,38] и когда было продемонстрировано существование различных нестационарных процессов, связанных с возникновением источников волн, а также взаимодействием волн, интерес к изучению таких процессов появился у исследователей самых разных специальностей. Кроме того, были получены новые данные об АВП при функционировании многих биологических объектов. Все это вызвало естественное увеличение числа работ по различным методам описания таких движений. Интенсивно развивалось аксиоматическое описание возбудимых сред [12,21,103,104]

Эта теория оказалась очень плодотворной. Многие процессы до сих пор могут быть описаны лишь в рамках ее представлений [9,105]. Тем не менее многие режимы в настоящее время изучены гораздо подробнее, чем это делается с помощью аксиоматического подхода. Для этого были разработаны некоторые аналитические методы [18,106,107,110]. Однако до сих пор все эти результаты еще слабо связаны между собой, в основном, по-видимому, из-за отсутствия единообразия используемых методов. В результате затрудняется сопоставление различных решений. Известные методы условно можно разделить на две основные группы: а) для описания некоторых процессов используются такие привычные для теории колебаний методы, как разложение по гармоникам (пространственным или временным) вблизи стационарного состояния. При этом применяются такие характеристики, как дисперсия, нелинейность, частотный спектр неустойчивости и поглощения, и другие связанные с ними понятия; б) однако для большого класса активных систем с сильными релаксационными свойствами (см., например, системы, отмеченные звездочкой в табл.1) использование метода разложения по гармоникам не дает достаточно адекватного описания. Поэтому для рассмотрения процессов в релаксационных системах используются в первую очередь методы, основанные на изучении стационарных волн. Такой подход в исследовании АВП представляется достаточно перспективным. Во всяком случае, для релаксационных систем он позволяет проводить описание широкого класса нестационарных АВП на основе знания лишь о стационарных решениях для этого необходимо иметь представление о возможных стационарных решениях и об их устойчивости относительно различных мод пространственных возмущений. Обсуждение основных положений такого подхода является целью данной работы. Будет показано, что с помощью трех основных качественных характеристик изучаемой системы могут быть предсказаны и описаны следующие типы АВП: распространение возмущений в виде импульсов, генерация волн автономными источниками импульсной активности, синфазные и несинфазные автоколебания в пространстве и диссипативные структуры (ДС).

БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ

Несмотря на то что активные системы, в которых возможны АВП, чрезвычайно разнообразны по своей физической природе, в рамках общей теории многие из них в конечном итоге описываются несколькими простыми "базовыми" математическими моделями. Заметим, что первоочередной целью математического моделирования кинетики активных систем как раз и является создание простейших "базовых" математических моделей исходных, весьма сложных объектов — таких, например, которые упоминаются в табл.1. Следующий этап состоит в согласовании результатов, полученных с помощью "базовой" модели, с экспериментальными данными.

Одна из широко используемых "базовых" моделей описывается следующими уравнениями:

$$\epsilon \frac{\partial u}{\partial t} = F(u, V) + D_u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \psi(u, V). \quad (2)$$

В моделях химических реакций u и V имеют смысл концентраций реагентов, F и ψ — скоростей соответствующих реакций [3,7,9]. В моделях активных биологических мембран u — напряжение на мембране, а V — медленно меняющаяся проводимость одного из ионных каналов (например, калиевого [4,7,9,107]). В моделях нейронной сети u и V — число клеток или волокон в активном состоянии, приходящихся на единицу объема нейронной сети [7^{*},111]. Модель (1) — (2) применяется для описания работы тепловыделяющих элементов [73,74], различных полупроводниковых структур [75], реакции окисления на катализаторе [65,66] и некоторых других системах. Для большего числа физических, химических и биологических систем весьма естественным представляется условие отсутствия потока компонент на границах (непроницаемые границы). Поэтому обычно уравнения (1) рассматривают при следующих условиях на границах ($x = \pm L$) системы:

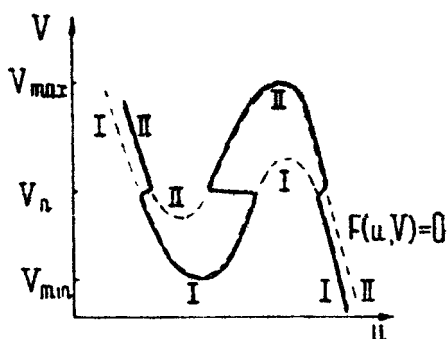
$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm L.$$

Функции F и ψ в (1) и (2) имеют одинаковые по порядку величин максимумы своих значений в области изменения переменных; ϵ - параметр, характеризующий соотношение в скоростях временного изменения переменных. Для многих систем $\epsilon \ll 1$ (см. табл.1). Активные свойства в модели (1) и (2) определяются только видом нелинейной функции

$F(u, V)$. Функцию F обычно записывают в виде кубического полинома $\gamma(V)[u - m_1(V)][u - m_2(V)][u - m_3(V)]$. При этом модель (1) и (2) для некоторых частных случаев кубических функций получила даже специальные названия: при $F = -V + u - u^3$ и $\psi = \beta - V + \gamma u$ - модель Нагумо [4, 101]; при $F = A - u(\beta + 1) + u^2(V - u)$, $\psi = A - u$ - модель Брюссельской группы - "брюсселятор" [3] (β, γ, A, β - заданные по - стоянные величины). Часто используются кусочно-линейные аппроксимации $F(u, V)$. Важно отметить, что при любой аппроксимации $F(u)$ при $V = \text{const}$ имеет N -образный вид, т.е. имеются 3 корня уравнения $F(m_i) \Big|_{V=\text{const}}$. При этом два корня, $m_1(V)$ и $m_3(V)$ соответствуют устойчивым, а один, $m_2(V)$ - неустойчивому, состояниям системы. При некотором максимальном и минимальном значениях один из устойчивых и неустойчивый корни сливаются и остаются только два решения уравнения. Качественный характер нелинейных функций обычно определяется видом нуль-изоклин. Возможны модификации вида F , связанные с характером активных механизмов в системе. Например, в некоторых системах функция $F(u) \Big|_{V=\text{const}} = 0$ может иметь пять и более нулей [112]. Другой случай связан с немонотонными изменениями порогов для устойчивых стационарных состояний при монотонном изменении переменной V (рис.1). Динамические режимы модели (1) - (2) при $\epsilon \ll 1$ рассматриваются в следующих разделах.

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Все известные методы описания релаксационных АВП основываются на некоторых общих предположениях, которые сводятся к следующему: сначала выделяются некоторые характерные стадии процесса (чаще всего это стационарные волны); рассматривается устойчивость движений на каждой



Р и с. 1. Возможная модификация нуль-изоклины $F(u, V) = 0$, соответствующая не-монотонному изменению величины порогового возмущения. Формирование такой характеристики может быть связано, например, с переключением при $V = V_n$ от одного активного механизма (пунктирная нуль-изоклина I) к другому активному механизму (пунктирная нуль-изоклина II) в системе

стадии; вводятся упрощенные характеристики движений на каждой стадии. Рассмотрим с этой точки зрения некоторые известные методы расчета релаксационных АВП.

1. Аксиоматическое описание возбудимых сред представляет собой наиболее сильную идеализацию методов теории нелинейных волн. В качестве характерной стадии выбирается уединенный импульс возбуждения. Импульс считается устойчивым. Характеристиками такого элементарного процесса являются аксиоматически введенные величины: Ω - скорость импульса; τ - длительность импульса; R - длительность рефрактерного периода [9,12]. При одной из модификаций такого представления используется предположение о зависимости Ω, R, τ от периода следования импульса [9,120].

2. Метод последовательных аппроксимаций. В качестве характерного элементарного процесса тоже выбран уединенный импульс возбуждения. Однако здесь сначала, на основании решений точечной модели, задают вид нелинейной функции F (см. уравнение (1)) в зависимости от длительности

импульса τ и рефрактерного периода R . После этого в системе координат $\eta = \tau - \alpha t$ ищется стационарное решение уравнения (1). При этом показано существование устойчивого и неустойчивого импульсов. Для каждого из импульсов вычисляется характеристика $\alpha = \alpha(\tau, R)$ [106, 107]. Таким методом рассматриваются процессы изменения скорости импульсов в неоднородном волокне [121], взаимодействие импульсов [122].

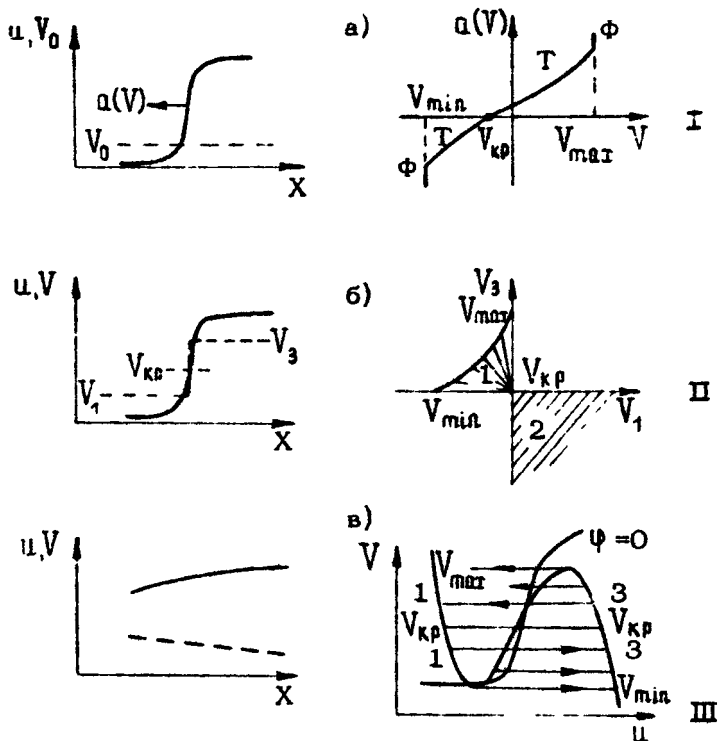
3. Многие общие свойства активных систем могут быть выяснены с помощью дискретных аналогов модели (1)-(2). Чаще всего рассматривают две точечные системы, связанные друг с другом посредством диффузии [14, 27, 124].

4. Рассмотрим теперь описание решений "базовой" модели (1)-(2), основываясь на разделении пространственно-временных процессов на быстрые и медленные. Здесь используется свойство сильной релаксационности модели (1)-(2) во времени ($\varepsilon < 1$). Выделим характерные стадии движений в системе: стадия быстрых движений во времени и резких в пространстве (движущийся фронт возбуждения, величина скорости пропорциональна $1/\varepsilon$); стадия медленных движений во времени, но резких изменений в пространстве (неподвижный фронт возбуждения); участки медленных движений во времени и плавных в пространстве (плато импульсов). Каждая такая стадия описывается своей характеристикой, как показано на рис.2. Возможность разделения следует из наиболее простых решений системы (1)-(2), известных, например, из работ [7, 9, 18, 27, 108]. Обозначим зависимость скорости фронта от величины медленной переменной I , область параметров для неподвижного фронта в координатах V_1, V_3 , характеризующих скачок медленной переменной Π ; нуль-изоклины системы (1)-(2) при $\partial^2 u / \partial \tau^2 = 0$ обозначим цифрой III . Дадим теперь краткий анализ характеристик, используемых для описания каждого участка в отдельности.

ЗАВИСИМОСТЬ СКОРОСТИ ФРОНТА ОТ ВЕЛИЧИНЫ ПОРОГА ВОЗБУЖДЕНИЯ

Характеристика I получена при условии, что "быстрое" движение происходит в области плавного изменения медлен-

ной переменной (характерный размер неоднородности немно- го больше диффузионной длины $\sim l_{\text{фр}}$), т.е. она применяется в отсутствие резких изменений медленной переменной в пространстве. В этом случае уравнение быстрых движений (1), описывающее движение выделенного фронта возбуждения,



Р и с. 2. Характерные стадии пространственно-временных движений в релаксационной системе (при $\varepsilon \ll 1$) и соответствующие им характеристики, используемые для описания динамики этих движений

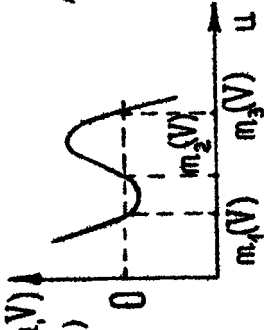
может быть заменено алгебраической зависимостью $\dot{u} = \dot{u}(V)$ - скорости фронта от величины V - медленной переменной в месте нахождения фронта [18]. Возможность та-

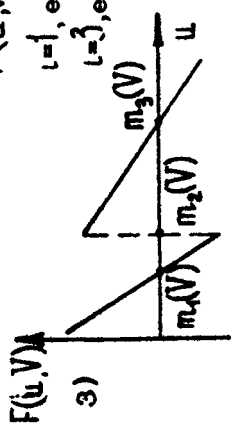
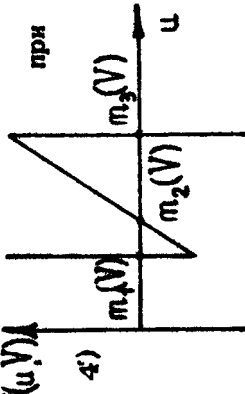
кого перехода связана со следующими свойствами уравнения (1). Произвольное начальное решение по ζ и при $V = \text{const}$ в виде перепада асимптотически (с характерным временем $t \approx \varepsilon$) стремится к стационарной волне с определенной скоростью движения [126]. Метод нахождения стационарной волны, представляющей собой решение задачи на собственное значение, хорошо известен [4, 7, 9, 27, 98, 99, 101]. Отметим только, что при $V_{\text{min}} < V < V_{\text{max}}$, когда имеются три корня уравнения $F(m_i)|_{V=\text{const}} = 0$, скорость фронта имеет единственное значение; такую волну иногда называют "триггерной" [125]. При $V = V_{\text{max}}$ или $V = V_{\text{min}}$ скорость фронта имеет континуум значений, больших некоторой минимальной величины [100]. Это так называемые "фазовые" волны [125]. Пример зависимости $\Omega = \Omega(V)$ показан на рис. 2, а. Участки, соответствующие "триггерным" и "фазовым" волнам, обозначены буквами Γ и Φ . Для некоторых функций $F(\zeta, V)$ скорость "триггерных" волн может быть вычислена в аналитической форме, (см. табл. 2). В левом столбце табл. 2 приводится вид нелинейных функций, справа — аналитические формулы. Из этих формул следует, что скорость фронта определяется разностью между величинами порогов для состояний, между которыми происходит переход. При этом волна движется в таком направлении, в каком обеспечивается переход системы из состояния с меньшим порогом в состояние с большим порогом. Таким образом, физический смысл характеристики Γ ($\Omega = \Omega(V)$) состоит в том, чтобы показать зависимость скорости фронта от величины порога возбуждения.

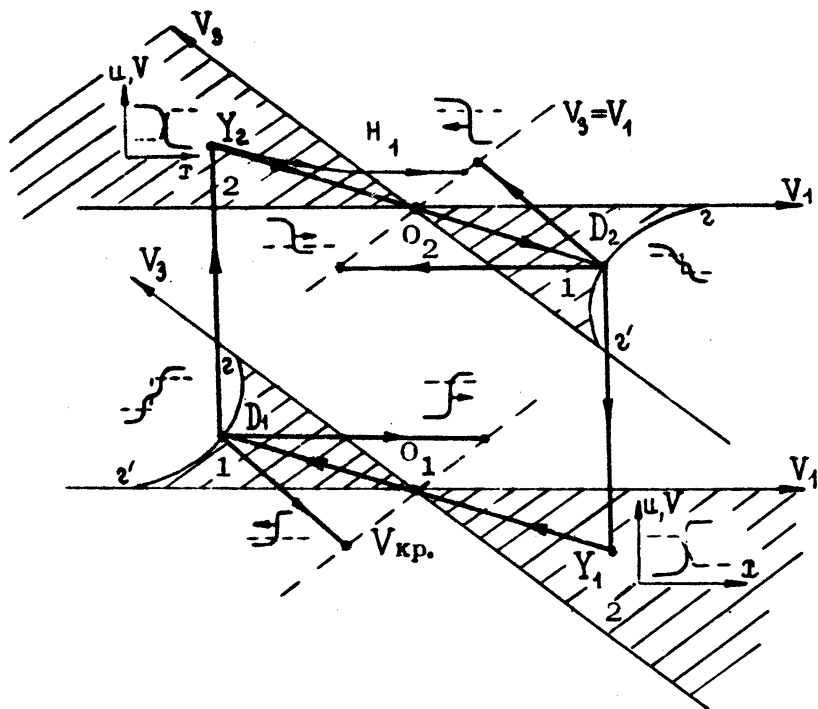
ОБЛАСТЬ ПАРАМЕТРОВ, СООТВЕТСТВУЮЩАЯ НЕПОДВИЖНОМУ ФРОНТУ

На заданном скачке медленной переменной $V(\tau)$ фронт возбуждения может быть неподвижным, если с одной стороны скачка значение V больше $V_{\text{кр}}$, а с другой стороны меньше $V_{\text{кр}}$. Обозначим значения медленной переменной в невозбужденной и возбужденной областях соответственно V_1 и V_3 (см. рис. 2, б). Характеристика Π представляет собой область на плоскости V_1, V_3 , соответствующую таким значениям параметров скачка V_1 и V_3 , при

АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ СКОРОСТИ ФРОНТА

Вид нелинейной функции	Формула для скорости фронта
<p>1)</p>  $F(u, V) = -z(V) \times \left[\frac{u - m_1(V)}{u - m_3(V)} \right] \left[\frac{u - m_2(V)}{u - m_3(V)} \right]$	$a(V) = \pm \sqrt{z(V)/2} \left[m_1(V) + m_3(V) - 2m_2(V) \right]$
<p>2)</p> $F(u, V) = -\beta(u - m_1) \times (u - m_2) (u - m_3) \times \alpha(1 + \beta u + \alpha u^2)$	$a(V) = \sigma \left[m_1(V) + m_3(V) + \beta m_1 m_3 - \frac{z(V)}{\sigma \alpha} m_2(V) \right],$ <p>где</p> $\sigma = \pm \sqrt{\frac{z(V)}{2 + \beta(2m_1 + 2m_3 - 3m_2)}}$

<p>3)</p>  <p> $F(u, V) = -\lambda_1 [u - m_1(V)]$ $i=1$, если $u < m_2(V)$ $i=3$, если $u > m_2(V)$ </p>	$a(V) = \pm \frac{\lambda_1 (m_1 - m_2)^2 - \lambda_3 (m_3 - m_2)^2}{K}$ <p>где</p> $K = \left\{ (m_3 - m_2)(m_2 - m_1)(m_3 - m_1) [\lambda_3 (m_3 - m_2) + \lambda_1 (m_2 - m_1)] \right\}^{1/2}$
<p>4)</p>  <p> $F(u, V) = \rho(V) [u - m_2(V)]$ при $m_1(V) \leq u \leq m_3(V)$ </p>	$a(V) = 2 \left\{ \rho(V) \rho n^2 \frac{m_2 - m_1}{m_3 - m_2} / \left[\sigma^2 + \rho n^2 \frac{m_2 - m_1}{m_3 - m_2} \right] \right\}^{1/2}$



Р и с.3. Схема работы периодического источника импульсов—"деление фронта" (траектория Y_1, D_1, Y_2, D_2). В областях 2 фронт устойчив. В областях 1 фронт неустойчив к пространственным возмущениям типа сдвига. На тех границах областей 1, где расположены точки D_1 и D_2 , фронт становится неустойчивым к первой изгибной моде пространственного возмущения. Развитие этого возмущения представляет собой процесс "деления". Пространственные распределения переменных u (сплошная линия) и V (пунктирная линия) показаны в точках перед "делением" и после "деления"

которых может существовать неподвижный фронт возбуждения. Определение границ такой области проведено в работе Л.А.Ро-

зенблома, И.М.Старобинца, В.Г.Яхно (в настоящем сборнике, с. 107). Примеры таких областей для стационарных волн показаны на рис.2,б и рис.3. Обратим внимание на то, что на рис.2,б имеются две области, соответствующие неподвижному фронту. Область, обозначенная цифрой 2, соответствует устойчивому, а область 1 – неустойчивому, неподвижному фронту возбуждения. В работе Л.А.Розенблома, И.М.Старобинца, В.Г.Яхно (в настоящем сборнике, с.107) показано, что стационарный фронт неустойчив по отношению к бесконечно малым возмущениям типа сдвига всего фронта. Эти возмущения нарастают с характерным временем $t \approx \varepsilon$ и уводят фронт от точки остановки. При этом, однако, должны существовать и такие медленные движения, которые не создают сдвиговых возмущений. Знание таких траекторий (назовем их "невозмущающими") может быть использовано для предсказания эволюции остановившегося фронта возбуждения. Известные в настоящее время численные расчёты^{*)} [127] показывают, что медленные изменения V_1 и V_3 могут приводить к отклонению от начальной "невозмущающей" траектории. Тогда возникают сдвиговые возмущения, вызывающие уход фронта от точки остановки. На рис.3 стрелки, идущие до линии $V_3 = V_1$, схематически обозначают процесс формирования распространяющегося фронта.

Более разнообразным оказывается процесс разрушения неподвижного фронта, если в результате медленных, "невозмущающих" движений значения системы достигнут точек на границе $z - z'$ "области остановки" (см, рис.3). Вдоль всей этой границы форма стационарного фронта имеет особенность: на фронте имеется точка с нулевой первой производной. Исследование процессов распада такого стационарного фронта было проведено в основном с помощью численных расчётов [29, 127]. Было показано, что происходит процесс деления фронта^{**)}. В результате быстрых движений неподвижный фронт делится на три новых фронта (см, рис.3 на с.59). Один из новых фронтов остается неподвижным на исходном

*) См. статью Л.А.Розенблома, И.М.Старобинца, В.Г.Яхно на с. 107.

**) Впервые процесс деления фронта был получен в численных расчётах А.Н.Заикина и А.М.Жаботинского [33].

скачке медленной переменной, а два других фронта разбегаются в разные стороны со скоростями $\rho(V_3)$ в области, где $V=V_3$ и $\rho(V_1)$ в области, где $V=V_1$. Более подробно этот процесс рассмотрен в работах [29, 127]. Схема деления фронта на характеристике Π изображается в виде трех стрелок (см. рис.3). Боковые стрелки, обозначающие образование двух разбегающихся фронтов, идут до линии $V_3=V_1$. Скорости фронтов на этой линии определяются с помощью характеристики I . Центральная стрелка показывает, что образующийся новый неподвижный фронт попадает в область 2, соответствующую устойчивому фронту. Еще раз отметим, что результаты по распаду неподвижного фронта основаны на выборочных численных расчетах, поэтому утверждения о делении фронта на всей границе $2-2'$ и о характере ухода фронта от точки остановки нельзя еще считать строго доказанными.

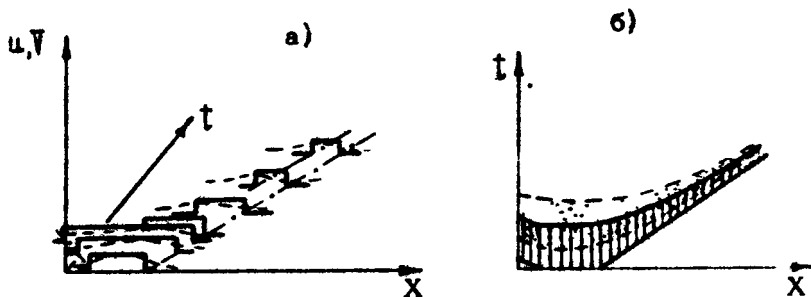
НУЛЬ-ИЗОКЛИНЫ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЫ

Характеристика Π — это нуль-изоклины для точечной системы (уравнения (1) — (2) при $\partial^2 u / \partial x^2 = 0$). Однако имеются и некоторые отличия. В сосредоточенной системе переходы с одной устойчивой ветви на другую происходят лишь при значениях V_{\max} или V_{\min} . В распределенной системе такие переходы вызваны прохождением фронта возбуждения. Поэтому они могут существовать и при других значениях медленной переменной: при $V_{\min} < V < V_{кр}$ возможен переход с ветви 1 на ветвь 3, при $V_{кр} < V < V_{\max}$ возможен переход с ветви 3 на ветвь 1 (см. рис.2, в; переходы показаны стрелками). Более сложная картина получается при немонотонной зависимости $\rho = \rho(V)$, например, когда скорость обращается в нуль в трех точках — $V_{кр1}$, $V_{кр2}$ и $V_{кр3}$. Возможные переходы с одной устойчивой ветви нуль-изоклины на другую для этого случая показаны в табл.3 (П.2) на с.68.

БЕГУЩИЕ ИМПУЛЬСЫ

В следующих трех разделах рассмотрим наиболее харак-

терные процессы, описываемые релаксационной моделью (1) - (2). Каждому такому процессу соответствует некоторый математический образ, изображаемый на характеристиках I, II, III. На рис.4 представлен наиболее простой из нестационарных



Р и с.4. Процесс формирования бегущего импульса при $V_0 < V_{кр}$ [18]: а-пространственные распределения u (сплошная линия) и V (пунктирная линия); б-процесс формирования импульса на плоскости (t, x): заштрихованная область соответствует возбужденному состоянию; в области, выделенной точками, медленная переменная принимает значения больше $V_{кр}$

процессов - формирование импульса. Этот процесс изображен в виде серии пространственных распределений $u(x, t)$ и $V(x, t)$ в различные моменты времени. Это наиболее полное представление решений. Однако его можно несколько упростить, если отказаться от тонкостей изображения небольших изменений переменных в области возбуждения и в области покоя. Для переменной u область возбужденного состояния заштрихована. Для переменной V область, где $V > V_{кр}$, выделена точками, а область с $V < V_{кр}$ оставлена свободной. Смысл последнего разделения заключается в качественном различии поведения фронта возбуждения в заштрихованной и незаштрихованной областях: направления скорости распространения фронта в этих областях будут противоположными. Тогда решение "формирование импульса" в упрощенном виде будет изображаться так, как показано на рис.4,б. При описании

этого решения можно пользоваться только двумя характеристиками — I и III. Фронт импульса распространяется по области постоянных значений V_p , поэтому скорость его постоянна. Однако спад импульса формируется при таких значениях медленной переменной, когда скорость его больше, чем скорость фронта. Но затем он переходит в область пространства с такими значениями V , которым соответствует все уменьшающаяся скорость. Так продолжается до тех пор, пока скорости фронта и спада импульса не станут одинаковыми.

"Образом" фронта на характеристике III является линия, соответствующая переходу между устойчивыми ветвями нуль-изоклины. На характеристике I "образ" фронта — точка, соответствующая значению V_p (см., например, табл.3 (П.2)). "Образ" импульса представляет собой замкнутую траекторию на характеристике III и состоит из двух фронтов-переходов и двух участков медленных движений.

Отметим одно из ограничений метода. С его помощью нельзя описать процесс выпадения очень короткого импульса. Из теории, описывающей стационарный импульс в автоволновой среде, известно, что при малых скоростях распространения ($\rho \lesssim \sqrt{\epsilon}$) существование стационарного импульса невозможно. Однако при рассмотрении с помощью характеристик I и III такого ограничения не возникает. Связано это с тем, что характеристика I была получена для изолированного фронта возбуждения. Если же в процессе распространения фронты сближаются на расстояние, приблизительно равное $3l_{\text{фр}}$ (а это происходит именно при малых скоростях распространения), то взаимодействие между фронтами становится сильным и исходные предположения уже не могут быть справедливыми. Для качественного описания этой ситуации необходимо ввести дополнительное условие: если в процессе распространения длина импульса станет меньше $l_{\text{пред}} = 3l_{\text{фр}}$ то такой импульс следует считать исчезнувшим, причем в момент исчезновения величину медленной переменной приближенно можно считать равной $V_{\text{кр}}$ (истинное значение V отличается от $V_{\text{кр}}$ лишь на величину ϵ). Такое дополнительное условие позволяет описывать режимы декрементного проведения (см. в табл.3 (П.1)), а также описывать режимы трансформации ритма.

Таким образом, описание процессов распространения импуль-

сов с помощью характеристик I, III позволяет рассмотреть более широкий класс процессов, чем это удается сделать с помощью других методов.

Во-первых, этот метод позволяет исследовать нестационарные процессы формирования импульсов [18, 132], в том числе в плавно неоднородных по пространству и в медленно меняющихся во времени средах [131]. Удастся также исследовать ряд новых динамических процессов, связанных с немонотонностями в зависимости $\alpha = \alpha(V)$ (см. в табл. 3 рис. П. 2).

Во-вторых, он помогает качественно объяснить причины и описать динамику декрементного проведения импульсов (см. табл. 3 (П. 1)).

ГЕНЕРАЦИЯ ИМПУЛЬСОВ

Рассмотрим теперь второй пример: решение системы (1)–(2), описывающее работу периодического источника импульсов. Интерес к такому решению был связан со следующим вопросом. Возможно ли в системе, в которой каждый активный элемент находится в ждущем или триггерном режиме, существование периодических решений из-за взаимодействия соседних активных элементов? Покажем, пользуясь характеристиками I, II, III, что такой процесс возможен. Математический образ такого периодического процесса приведен на рис. 3. Видно, что в основе источника импульсов лежит превращение одной стационарной волны в другие. Неподвижный фронт с отрицательным наклоном (линия $Y_2 D_2$ на верхней плоскости V_1, V_3), превращается "делением" в неподвижный фронт с положительным наклоном (линия $Y_1 D_1$ на нижней плоскости V_1, V_3), затем новое "деление" к исходному состоянию и т. д. Каждое "деление" сопровождается формированием двух убегающих фронтов возбуждения. Переходные процессы, приводящие к формированию новых стационарных волн, показаны на рис. 3 стрелками. Рассмотрим условия реализации таких движений. Во-первых, медленные изменения переменных по обе стороны неподвижного перепада должны быть согласованы таким образом, чтобы траектория проходила через точки Q_1 и Q_2 (где

$V_1 = V_3 = V_{\kappa p}$). Иначе фронт уйдет от точки остановки (см., например, линию $Y_2 H_1$). Кроме того, в неустойчивой области 1 необходимо двигаться вдоль "невозмущающих" траекторий. Для этого необходима определенная симметрия в скоростях медленных движений по обе стороны медленной переменной скачка. Простейшим примером является случай равных скоростей медленных движений.

Если симметрия в медленных движениях в отмеченном выше смысле нарушена, то строго периодического процесса получить уже нельзя. Точка, соответствующая состоянию системы, сходит с "невозмущающей" траектории в области 1, и нарастающие сдвиговые возмущения приводят к убеганию фронта от неустойчивой точки остановки.

Таким образом, с помощью характеристики II и описания медленных движений возможно предсказание динамики процесса в случае остановки фронтов возбуждения. При специально подобранных параметрах распределенной системы (с элементами в триггерном, ждущем и автоколебательном режимах) может существовать локальный периодический источник импульсов. В других случаях можно указать моменты ухода фронта от точки остановки. Заметим, что в рамках других качественных методов исследования особенности таких процессов вообще не могут даже рассматриваться.

Однако на многие вопросы для такого типа движений пока еще не получено определенных ответов. Например, возможно ли стабилизировать процесс периодического деления? Можно ли осуществить такую стабилизацию добавлением в систему новой, третьей, переменной?

С помощью характеристик II и III можно описать также и работу источника типа "эхо". В табл.3 (П.3) приведена схема решения для такого источника.

В связи с тем что в обоих источниках ("эхо" и "делящийся фронт") основным элементом является фронт возбуждения, характерный их размер определяется длиной $\lambda_{\Phi\Phi}$ [133].

ФАЗИРОВКА КОЛЕБАНИЙ И ДИССИПАТИВНЫЕ СТРУКТУРЫ

К третьей группе следует отнести процессы, связанные с образованием неоднородных пространственных структур ("ячейчатые структуры"). Примеры таких процессов приведены в табл.3 (П.4). Начальные этапы расфазировки колебаний рассматриваются с помощью одной только характеристики III [124]. Анализ переходных процессов исследуется с помощью численных расчетов [195], а стационарная форма образующихся ячеек, или несинфазных режимов, может быть найдена с помощью характеристики II. Из рис.П.3 в табл.3 видно, что диссипативные структуры в модели (1)-(2) могут быть лишь в тех триггерных системах, в которых равновесные значения медленных переменных находятся внутри устойчивой области 2 для неподвижного фронта.

ТАБЛИЦА РЕШЕНИЙ

Результаты анализа некоторых характерных решений системы (1)-(2) представлены в схематической форме в табл.3.

В столбце слева приведены математические образы АВП, а также характеристики возбудимой среды, используемые для их описания.

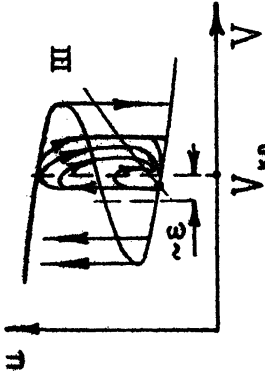
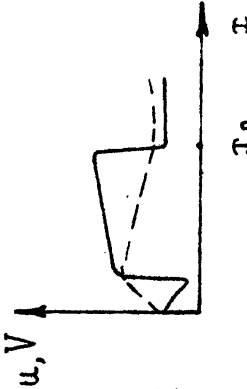
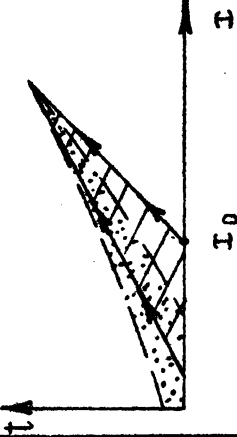
В среднем столбце показан вид начального условия. Если необходимо, в этом же столбце даны словесные пояснения. Изменения $u(\tau, t)$ показаны сплошной линией, $V(\tau, t)$ - пунктиром.

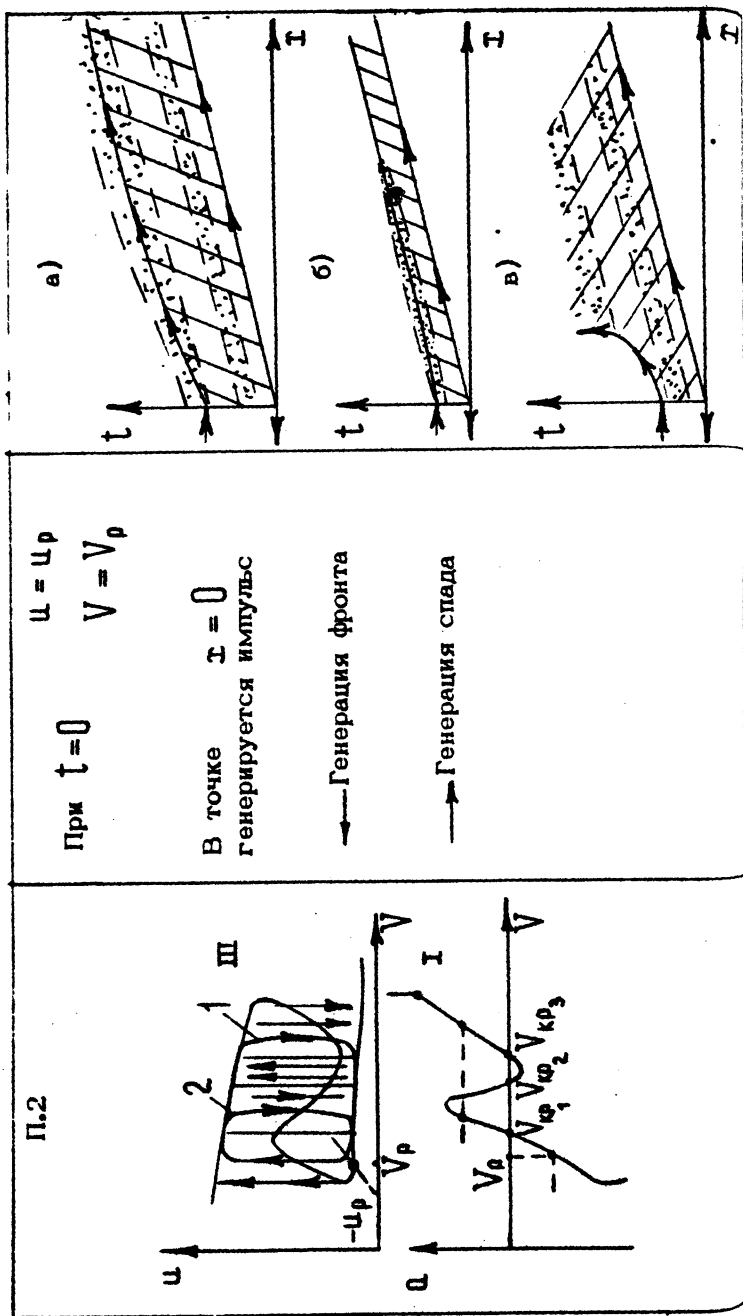
В столбце справа приведен характерный вид нестационарного процесса на плоскости "пространство-время". Место - положение фронтов возбуждения показано жирной линией. Возбужденные участки $u > \bar{u}$ заштрихованы. Значение $V = V_{кр}$ показано пунктирной линией. Области, в которых медленная переменная принимает значения больше $V_{кр}$, выделены точками. Область, где происходит деление фронта, схематически обозначена кружком.

Дадим краткие пояснения решениям, приведенным в табл.3.

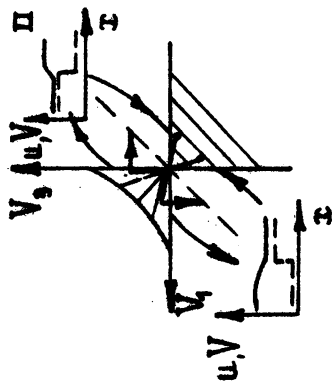
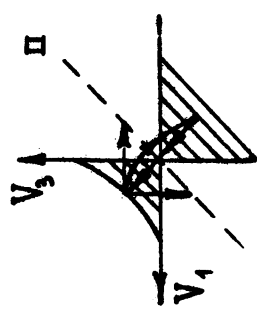
П.1. Показан процесс исчезновения начального возмущения при декрементном проведени.

ТАБЛИЦА РЕШЕНИЙ

Характеристики системы	Начальные условия	Схема АВП
<p>П.1</p> 	<p>$t = 0$</p> 	

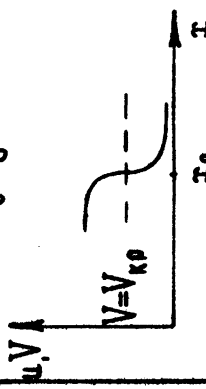


П.3

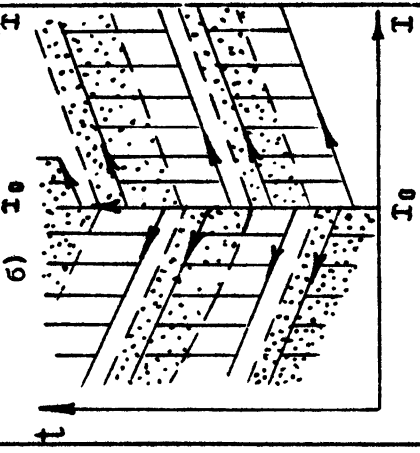
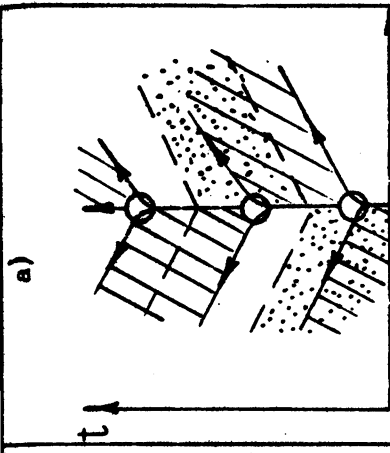


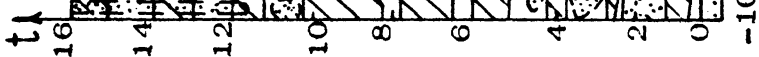
"Делящийся фронт"

$t = 0$

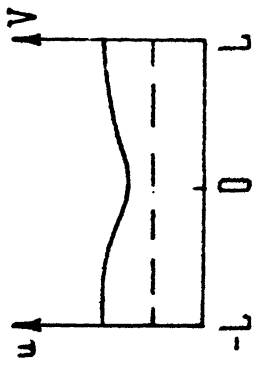


"Эхо"

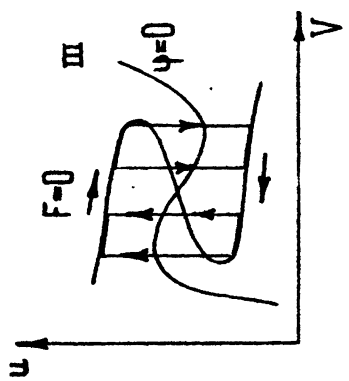




a)

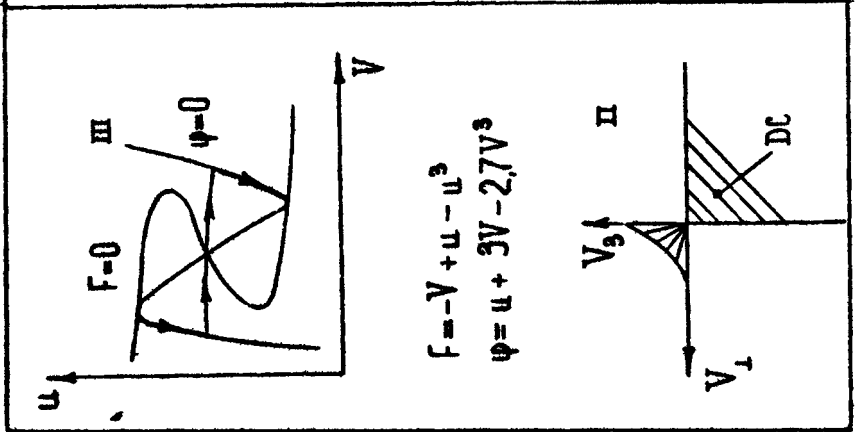


П.4



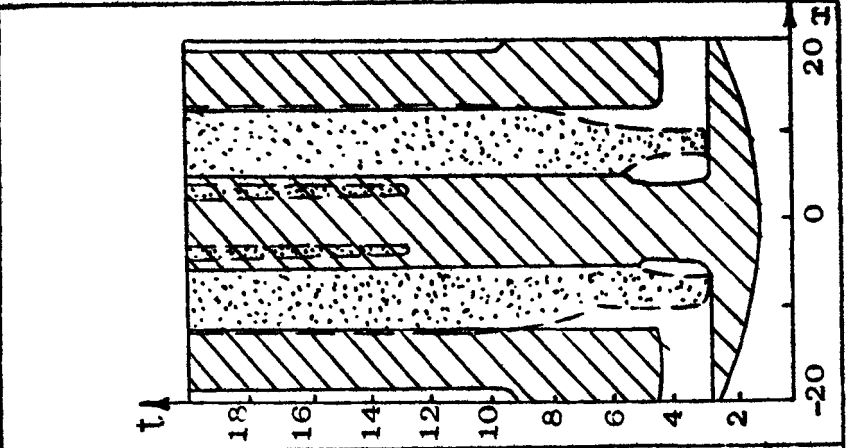
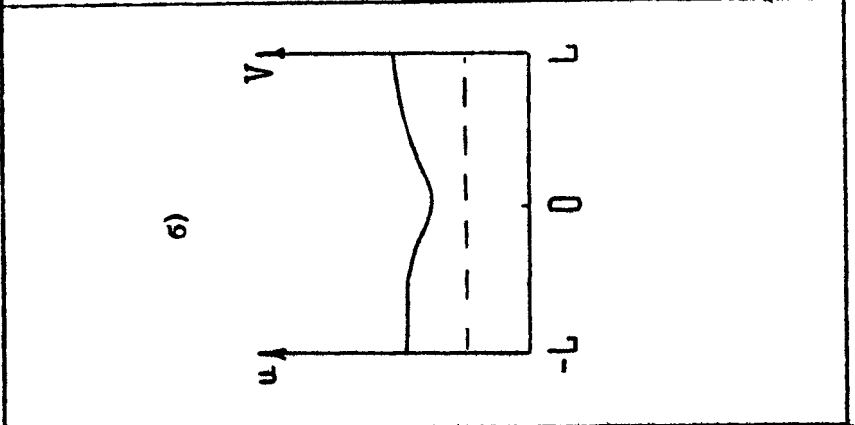
$$F = -V + u - u^3$$

$$\psi = u + 15V - 2.7V^3$$



$$F = -V + u - u^3$$

$$\varphi = u + 3V - 2,7V^3$$



П.2. Эффекты, появляющиеся при распространении импульсных возмущений в среде с немонотонной характеристикой Π а) + б) формирование импульсов различной длительности в зависимости от продолжительности начального возмущения; в) процесс остановки спада импульса.

П.3. Решения "делящийся фронт" (а) и "эхо" (б), описывающие работу одномерного источника импульсов в однородной среде.

П.4. Два типа процессов расфазировки:

а) образуется неоднородное "ячеистое" распределение $V(\tau)$, которое все как целое совершает небольшие колебания. Переменная ω совершает синхронные автоколебания и представляет собой слегка волнистую линию, в соответствии с организацией ячеек по $V(\tau)$;

б) синхронные автоколебания нарушаются, и система переходит к неоднородному стационарному распределению с "ячеистой" структурой по обоим переменным.

СООТНОШЕНИЕ ТЕОРИИ И ЭКСПЕРИМЕНТА

1. Больше всего данных получено о распространении фронтов и импульсов возбуждения. Для этих режимов из математических моделей получаются весьма удовлетворительные численные оценки скорости и характерных размеров волн.

В химических реакциях к примерам таких волн относятся обычные волны горения [98,99], волны растворения и волны в обширном классе окислительных реакций [7,38,65,66,81]. Расчеты волновых процессов в химических реакциях уже сейчас используются для модификации некоторых технологических процессов.

Имеются работы, в которых предлагается использовать автоволновые режимы в устройствах вычислительной техники [75]. В астрофизике, как предполагают, с бегущими волнами связан механизм образования спиральных рукавов плотности межзвездного газа [77]. Отметим, что в химических реакциях Белоусова - Жаботинского известны также реализации пространственных распределений окисленных участков, которые внешне напоминают фотографии облаков космической пыли. Данные работы [77] дают основание предполагать суще-

ствование не только внешнего сходства, но и возможное существование аналогичных механизмов, формирующих неоднородные структуры в этих системах.

Решения модели (1)-(2), используемые для описания коллективной активности нейронного ансамбля, позволяют показать, что скорость распространения волны коллективной активности нейронов в ансамбле зависит от уровня возбуждения тормозных нейронов [111]. При этом оценки для скорости и размеров областей повышенной импульсации нейронов весьма удовлетворительно согласуются с известными экспериментальными данными [4,5^а].

Основные волновые эффекты в сердечной мышце описаны в настоящем сборнике в работе А.К.Гренадера (см.с.220). Качественный характер изменения параметров волн возбуждения из модели (1)-(2) в основном соответствует данным экспериментов на сердечных волокнах. Известно, что более сложная динамика импульсов регистрируется в сердечном волокне в случае появления действия токов ионов $[Ca^{2+}]$. В частности, возможны две устойчивые формы импульсов. В терминах модели (1)-(2), как уже упоминалось, этой случай соответствует немонотонной зависимости скорости волны от величины порога возбуждения. Такая характеристика может реализоваться с помощью одновременного процесса входа в клетку ионов $[Ca^{2+}]$ и выхода из клетки ионов K^+ (см. рис.1,а и рис.3,г в упомянутой работе А.К.Гренадера). Другая возможность изменения связана с зависимостью величины коэффициента диффузии $D_u(V)$ от величины медленной переменной V . В мышечных клетках сердца этот механизм может быть связан, например, с ухудшением электрической связи между клетками через специализированные контакты при повышении концентрации ионов $[Ca^{2+}]$ внутри клетки. Кроме того, повышение $[Ca^{2+}]$ внутри клетки вызывает сокращение, что приводит к разъединению клеток и, следовательно, ухудшает их связь по электрическому сигналу. В настоящее время имеются как прямые, так и косвенные данные о существовании таких немонотонностей в сердечных волокнах [61,92,113].

2. Обсудим некоторые данные о локальных источниках импульсов. Наиболее наглядное представление о таких источниках было дано в реакции Белоусова-Жаботинского [7,

38]. В недавнем исследовании модели такой реакции [125], которая в общем-то была сведена к виду (1)-(2), было показано, что наиболее вероятно механизм автономного источника связан с неоднородностью среды, которая переводит точки области локального источника в автоколебательный режим. При этом не существует особого различия между вариантами такой неоднородности: связана ли она с внешними воздействиями, например, изменением условий реакции (пузырек, пылинки, неоднородная концентрация исходных веществ и другие причины); или соответствующая неоднородность создается дополнительной, в простейшем случае третьей, компонентой реакции, причем после прекращения работы локального источника происходит выравнивание всех компонент и распределение их становится однородным [27, 37]. Такой механизм источника кажется наиболее естественным и простым, и, по-видимому, он чаще всего реализуется в экспериментальных условиях.

Однако не следует отбрасывать возможность реализации источников с механизмом перезапуска активных состояний ("эхо", "деление" остановившегося фронта). Дело в том, что учет третьей компоненты в модели типа (1)-(2) в некоторых случаях, по-видимому, может привести к стабилизации такого режима. Справедливо ли такое предположение, покажут будущие исследования.

В приложении к динамике сердечных волокон практическую важность представляют результаты расчетов, в которых была установлена связь между размером источника волн и длиной фронта возбуждения $l_{фр}$ [133]. Величина параметра $l_{фр}$, по-видимому, может быть использована в качестве теста при отборе новых сердечных антиаритмических препаратов. Вещества, обладающие свойством увеличивать $l_{фр}$, следует отнести к группе антиаритмических лекарств. Вещества, уменьшающие $l_{фр}$, обладают аритмическим действием. Предполагаемое тестирование веществ по $l_{фр}$ дополняет известный в настоящее время критерий для отбора антиаритмиков ($\tau/R < 1/2$). Если $\tau/R \geq 1/2$ представляет собой динамическое условие при формировании импульсов, то $l_{фр} < l_{среды}$ - это пространственное условие, обеспечивающее работу источника. Особо следует отметить возможность контроля $l_{фр}$ по данным электрокардиограммы. Длина перед-

него фронта в импульсе может быть определена по величине QRS интервала (см. рис. 1,6 на с. 220). Следовательно, по изменению величины QRS интервала можно в соответствии с предлагаемой гипотезой судить о направленности действия лекарств на больного. Кроме того, оценку для размера источника можно получить из экспериментов на изолированных возбудимых волокнах. Для этого требуется изменить длину фронта импульса в режиме нормального проведения. Следует учитывать только, что измерения должны проводиться при малых, насколько это возможно, скоростях распространения импульсов.

Сейчас, правда, уже проводятся более точные расчеты зависимостей размера источника от физиологических параметров сердечного волокна (см. статьи Р.Н. Храмова и В.С. Зыкова в настоящем сборнике на с. 99 и с. 85). Но они не противоречат простой оценке $V_{цст} \approx V_{фр}$, а дают лишь более точные и конкретные зависимости.

3. Известно, что важную роль в жизнедеятельности отдельных клеток органов, да и целых организмов, играют процессы синхронизации изменений различных кинетических переменных. Полученные условия в рамках модели (1)–(2) для несинфазных режимов могут быть использованы в качестве одного из объяснений сбоя нормального режима работы в автоколебательных областях сердечной мышцы. Заманчивым кажется использовать процесс десинхронизации для объяснения сложной картины движения возбужденных участков, которая наблюдается в коре головного мозга [8]. Возможно, что неоднородное в пространстве распределение кровотока в сетях мелких сосудов также связано с процессами десинхронизации (см., например, П.4 в табл. 3), приводящей к образованию диссипативных структур в такой активной системе [196]. Однако отсутствие в настоящее время пространственной модели для сети активных мелких сосудов затрудняет получение ответа на этот вопрос.

Л и т е р а т у р а

* Г. Гофман Б., Крейвфилд П., Электрофизиология сердца. М., ИД, 1962. 390с.

- 2* Бейнер В.А. Краткое пособие по гематологии. Л., Медицина, 1973. 232с.
- 3* Физиология пищеварения./Под ред. А.В.Соловьева. Л., Наука, 1974, с.11-120.
- 4* Шабан В.М. Электрофизиология гиппокампа. - Успехи физиолог. наук, 1976, 7, №2, с.57.
- 5* Бернс Б. Неопределенность в нервной системе. М., Мир, 1969. 252с.
- 6* Perutz M.F. Hemoglobin structure and Respiratory Transport. - Scientific American, 1978, v.239, N6, p.68.
- 7* Сбитнев В.И. Перенос спайков в статистических нейронных ансамблях. Препринт №176. Л., ЛИЯФ АН СССР, 1975.
- 8* Шагас Ч. Вызванные потенциалы мозга в норме и патологии. М., Мир, 1975, с.31.

Институт прикладной физики
АН СССР

СПИРАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В АКТИВНЫХ СРЕДАХ. РЕВЕРБЕРАТОР В МОДЕЛИ ФИТЦ ХЬЮ-НАГУМО

А.М.Перцов, А.В.Панфилов

В двумерных активных средах возможны стационарные режимы в виде вращающихся спиральных волн возбуждения — ревербераторов (рис.1 на с.254; см. также статьи В.И.Кринского и А.М.Жаботинского в наст. сборнике, с.6).

Задача данной работы — изучить в численном эксперименте свойства ревербератора и определить зависимость его критического размера от параметров среды *.

МОДЕЛЬ

Для описания активной среды использовалась система уравнений Фитц Хью в модификации [50, 135]

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial t} &= \Delta E - f(E) - I, \\ \frac{\partial I}{\partial t} &= \epsilon (g_s E - I),\end{aligned}\tag{1}$$

где $f(E)$ — кусочно-линейная N — образная функция, ϵ и g_s — параметры, причем $\epsilon < 1$.

*) Задачи такого рода пока недоступны для аналитического исследования, хотя в последнее время появились аналитические подходы к исследованию ревербератора [136-138].

Первое уравнение системы (1) описывает быстрые процессы - возникновение и распространение фронтов импульса, второе уравнение отвечает за восстановление свойств среды после распространения волны.

При моделировании биологических активных сред (нервного волокна, сердечной ткани и т.д.) переменная E интерпретируется как мембранный потенциал, I - медленный ионный ток, $f(E)$ - вольт-амперная характеристика быстрого тока, параметры g_f и g_s - проводимости быстрого и медленного токов соответственно, ϵ^{-1} - постоянная времени медленного тока.

Анализ проводился для $f(E)$:

$$f(E) = \begin{cases} g_v E, & E \leq E_1 \\ -g_f E + A, & E_1 \leq E \leq E_2 \\ g_v (E - 1), & E \geq E_2 \end{cases}, \quad (2)$$

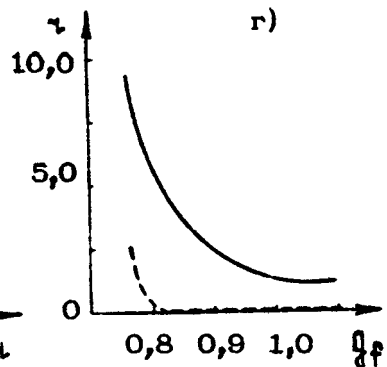
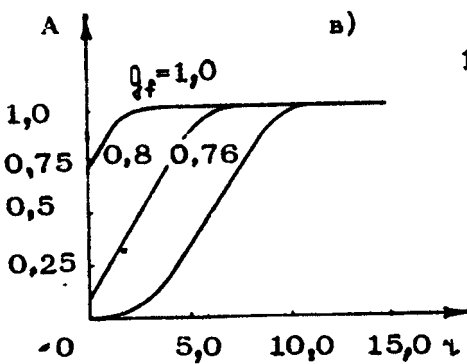
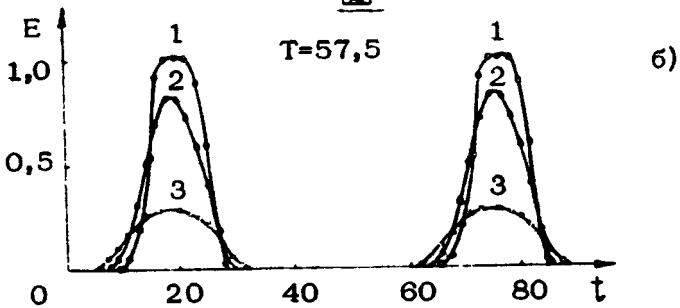
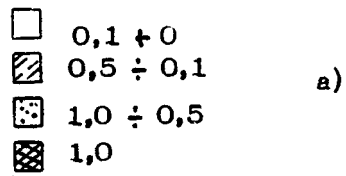
где g_v , g_f - наклоны $f(E)$ на линейных участках, E_1 , E_2 - границы линейных участков. Параметры системы (1) имели следующие значения: $A = 0,12$; $g_s = 1,0$; $g_v = 30,0$; $\epsilon = 0,06$ при $E \geq 0,01$ и $\epsilon = 0,5$ при $E \leq 0,01$. Использовались граничные условия Неймана: $\partial E / \partial n = 0$.

Задача решалась на ЭВМ в декартовой системе координат, в среде размером 60x60 элементов. Интегрирование систем (1) проводилось по явной схеме Эйлера с шагами по пространству $\delta I = 0,6$ и по времени $\delta t = 0,03$. Критический размер ревербератора определялся последовательным уменьшением размера среды до тех пор, пока ревербератор не исчезал.

РЕВЕРБЕРАТОР

На рис.2,а показан ревербератор на модели Фитц Хью - Нагумо в численном эксперименте. Различными оттенками показаны области, где мгновенное значение потенциала находится в интервалах $0,0 \leftarrow 0,1$; $0,1 \leftarrow 0,5$; $0,5 \leftarrow 1,0$;

Р и с. 2. Ревербератор в системе (1) (расчет на ЭВМ):
 а - форма волны вблизи центра вращения при $Q_f = 0,78$; б - зависимость потенциала E от времени t на различных расстояниях до центра ревербератора; в - зависимость амплитуды импульса A от расстояния до центра ревербератора r . Размер среды 18×18 ; г - зависимость размера ядра ревербератора (на уровне $0,9$) от Q_f - сплошная линия. Пунктир - размер покоящейся области ($E \leq 0,1$)



более 1,0 (см. столбик справа). С течением времени происходит вращение этой волны с постоянной устойчивой скоростью, что приводит к периодическому возбуждению всех точек среды. Вращение происходит по часовой стрелке. Окружности — огибающие линии уровня. Вид импульса $\{ (t) \}$ на разных расстояниях от центра вращения ревербератора показан на рис.2,б. Кривые 1,2,3 соответствуют точкам 1, 2,3 на рис.1,а. Интервал между импульсами — период ревербератора (T).

ЯДРО РЕВЕРБЕРАТОРА

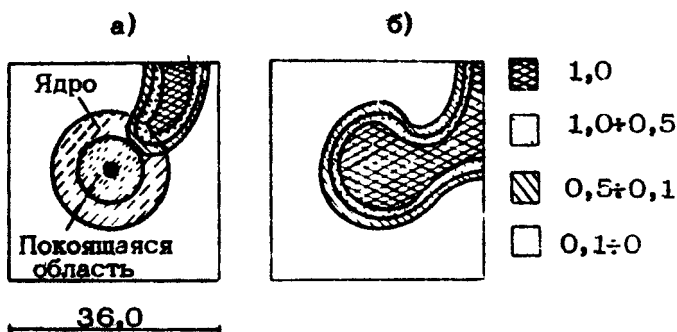
Из рис.2,б видно, что по мере приближения к центру вращения ревербератора амплитуда импульса возбуждения уменьшается. Эту область пониженной амплитуды в центре ревербератора обычно называют ядром ревербератора. Исследовалась зависимость его свойств от параметров модели. В результате численного счета было обнаружено, что при уменьшении Q_f (крутизна падающего участка вольт-амперной характеристики $f (E)$) размер ядра ревербератора возрастает (рис. 2, в, г). Аналогичный эффект описан в работе [140] при изменении ϵ — релаксационности системы. Из рис. 2,г видно, что рост размера наблюдается при $Q_f < 0,95$, в то время как при больших значениях Q_f размер ядра ревербератора не меняется.

На рис.2,в показано изменение структуры ядра ревербератора при уменьшении Q_f . Видно, что рост размера ядра происходит в основном за счет сдвига кривой $A (\gamma)$ вправо при уменьшении Q_f .

ПОКОЯЩАЯСЯ ОБЛАСТЬ В ЦЕНТРЕ ЯДРА РЕВЕРБЕРАТОРА

В результате изучения ядра ревербератора обнаружено, что при малых значениях Q_f в центре ревербератора возникает область конечных размеров, где амплитуда импульса возбуждения равна нулю (рис. 2, в, г). При вращении ревербератора волна возбуждения не проникает в нее. Наличие такой области в центре ревербератора на первый взгляд

кажется совершенно непонятным, так как она все время граничит с возбужденными участками среды (рис. 3,а) и должна возбуждаться от них. В работе [54] предполагается, что все ядро ревербератора теряет свойство возбудимости за счет локальных токов. Однако проведенный анализ показал, что покоящаяся область возбудима. Это было сделано следующим образом. Во время вращения ревербератора подавались импульсы тока в центр покоящейся области (рис. 3,а). В ответ на это возникала волна возбуждения нормальной амплитуды, которая пробежала по всей покоящейся области и распространялась за ее пределы (рис. 3,б).



Р и с. 3. Возбуждение центральной области ревербератора: а - покоящаяся область в центре ревербератора ($\beta_f = 0,75$); б - возбуждение покоящейся области

Наличие покоящейся области в центре ревербератора связано с явлением критической кривизны. Как известно [26], скорость распространения волны возбуждения уменьшается с увеличением кривизны фронта, и существует критическое значение кривизны, при котором распространение фронта становится невозможным. Кривизна участков фронта, соприкасающихся с покоящейся областью, превышает критическую, и в результате волна не распространяется к центру ревербератора.

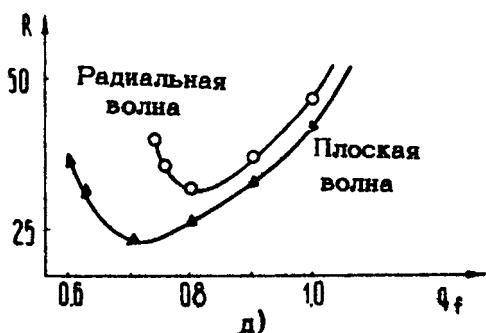
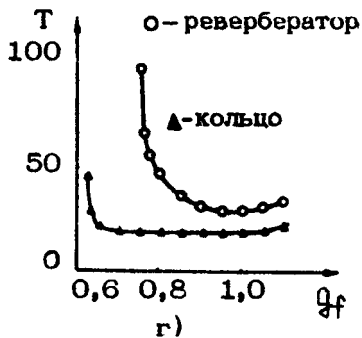
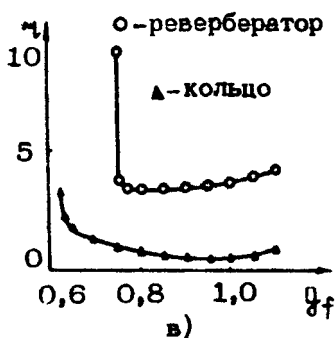
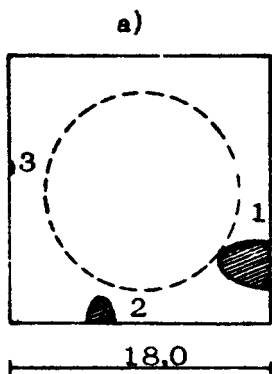
КРИТИЧЕСКИЙ РАЗМЕР РЕВЕРБЕРАТОРА

Как упоминалось выше, при уменьшении размера среды меньше некоторого критического ревербератор гибнет. При этом, как показано на рис.4,а, волна возбуждения сначала отклоняется от своей круговой траектории (пунктир), а затем она исчезает. Зависимость минимального размера среды, при котором еще возможна стационарная циркуляция волны от Q_f , показана на рис.4,б. Для сравнения показан размер ядра ревербератора при тех же значениях параметров.

Видно, что зависимость критического размера от Q_f имеет U-образную форму. При малых значениях Q_f ($Q_f < 0,8$) наблюдается резкий рост критического размера ревербератора. Этот эффект впервые описан в работе [140] и имеет важное значение для биологических приложений, касающихся сердечных аритмий. Механизм его связан с резким ростом рефрактерного периода (времени восстановления возбудимости в среде) при уменьшении Q_f [135]. Эффект имеет место также для размера и периода одномерной циркуляции и для периода ревербератора (рис.4,в,г).

ОДНОМЕРНЫЙ И ДВУМЕРНЫЙ РЕЖИМЫ ЦИРКУЛЯЦИИ

Хотя качественные зависимости характеристик ревербератора и режима одномерной циркуляции импульса совпадают (см. рис. 4,в,г), однако наблюдаются значительные количественные расхождения. В частности, рост этих величин начинается при различных значениях Q_f . Предполагается, что более ранний рост периода и критического размера ревербератора при уменьшении Q_f обусловлен кривизной фронта волны ревербератора. Как видно из рис. 4,д, рефрактерный период для волн с ненулевой кривизной (ревербератор) больше и начинает возрастать раньше, чем рефрактерный период для плоских волн в кольце.



Р и с.4. Критический размер ревербератора: а-гибель ревербератора при уменьшении размера среды меньше критического. 1, 2, 3, -последовательные положения волны возбуждения ($Q_f = 0,75$); б-соотношение между критическим раз-

мером и размером ядра; в-зависимость критического размера ревербератора и кольца от Q_f ; г-зависимость периода ревербератора и кольца от Q_f ; д-зависимость рефрактерности среды (R) от Q_f для плоской и радиальной волн (кривизна $\kappa=0,83$)

СВЯЗЬ КРИТИЧЕСКОГО РАЗМЕРА С ДРУГИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ РЕВЕРБЕРАТОРА

В литературе для оценки критического размера ревербератора часто используется размер его ядра [91]. Однако, как показал проведенный нами анализ, критический размер и размер ядра ревербератора – разные характеристики. Полученные результаты приведены на рис. 4,б, где показаны зависимости критического размера и размера ядра ревербератора от Q_f . Видно, что эти характеристики сильно различаются. Они близки только в очень узком диапазоне изменения параметров при $Q_f < 0,8$.

Расчет показал также, что качественно об изменении критического размера ревербератора можно судить по изменению его периода (сравните рис.4,в и 4,г). Поскольку определение критического размера довольно трудоемкая процедура, возможность его оценки по периоду ревербератора может быть полезна для эксперимента.

Авторы благодарны В.И.Кринскому за помощь в постановке задачи и обсуждение результатов работы.

Институт биологической
физики АН СССР, г.Пушкино

СТАЦИОНАРНАЯ И НЕСТАЦИОНАРНАЯ ЦИРКУЛЯЦИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ

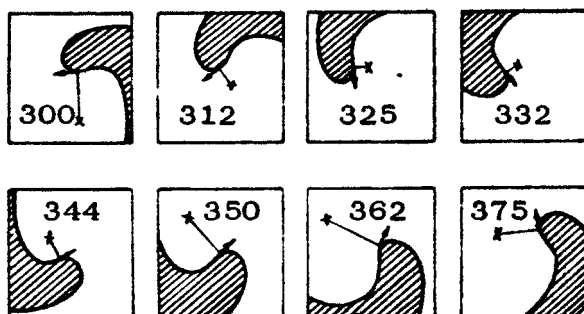
В.С.Зыков

Одним из характерных примеров автоволновых процессов является циркуляция спиральной волны возбуждения в двумерной возбудимой среде. Изучение этого процесса аналитическими и численными методами, как правило, ориентировано на исследование режима стационарной циркуляции. В этом режиме спиральная волна, сохраняя свою форму, вращается с постоянной угловой скоростью вокруг неподвижного центра. Однако вычислительные эксперименты показывают [140], что в возбудимой среде возможен и другой режим циркуляции – нестационарный. Пример движения волны возбуждения при нестационарной циркуляции приведен на рис.1, который отражает результаты вычислительных экспериментов с использованием модификации модели Фитц Хью:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \frac{\partial V}{\partial t} - f(V) + g, \\ \frac{\partial g}{\partial t} &= \epsilon (\kappa_g V - g), \end{aligned} \tag{1}$$

где $f(V)$ – образная кусочно-линейная функция (подробнее см. [50]). При нестационарной циркуляции (рис.1) спиральная волна не имеет постоянного центра вращения. Мгновенный центр поворота волны возбуждения мигрирует в процессе циркуляции по сложной траектории. Величины угловой скорости вращения и радиуса поворота волны изменяются в

процессе циркуляции. Не сохраняется и форма возбужденной области. Причём для перехода от стационарного режима к нестационарному достаточно, например, лишь уменьшить в системе (1) значение малого параметра ϵ .



Р и с. 1. Волна возбуждения в последовательные моменты времени при нестационарной циркуляции. Показано положение мгновенного центра (+) и направление вращения. $\epsilon = 0,04$

Надо отметить, что колебания величин радиуса и угловой скорости спиральной волны и изменения формы возбужденной области наблюдаются и в процессе установления стационарного режима циркуляции. Но в ходе нестационарной циркуляции не наблюдается стремления системы к какому-либо стационарному режиму.

Для выяснения условий, определяющих переход от стационарного режима циркуляции к нестационарному, обратимся к исследованию процесса установления стационарного режима. Идею этого исследования поясним на примере циркуляции в одномерном кольце возбудимой ткани.

ЦИРКУЛЯЦИЯ В ОДНОМЕРНОМ КОНТУРЕ

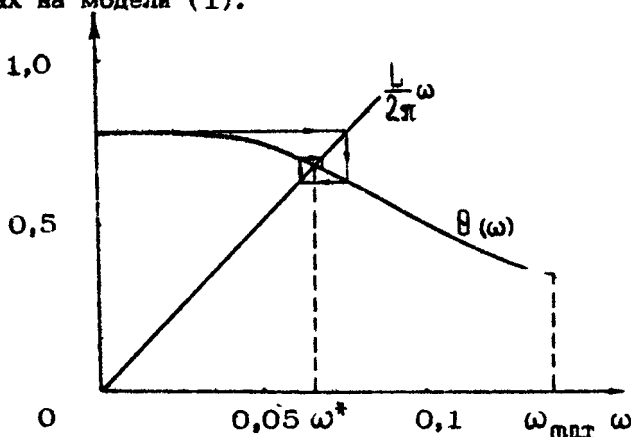
Угловая скорость движения импульса по кольцу длины L определяется простым соотношением

$$\omega = 2\pi L^{-1} \theta,$$

где θ – скорость движения импульса. Скорость движения импульсов в кольце зависит от периода их следования (или частоты ω). В силу этого определение частоты циркуляции в контуре сводится к поиску корня уравнения

$$\omega = \Phi_1(\omega) \equiv 2\pi L^{-1} \theta(\omega). \quad (2)$$

Графическое решение этого уравнения приведено на рис.2, зависимость $\theta(\omega)$ здесь определена в численных расчётах на модели (1).



Р и с. 2. Графическое определение частоты циркуляции в замкнутом контуре длины L .
 $\xi = 0,04$

Зависимость $\theta(\omega)$ отражает влияние рефрактерного следа предыдущего импульса на скорость последующего, поэтому процесс установления стационарного режима следует описывать итерационным уравнением типа

$$\omega_{n+1} = \Phi_1(\omega_n), \quad (3)$$

где n – номер оборота импульса.

Уравнение (2) определяет предельную точку этого итерационного процесса, изображенного в виде диаграммы на рис.2. Для сходимости (3) требуется (см., например, [1*]) выполнение условия

$$\left| \frac{d \Phi_1(\omega^*)}{d\omega} \right| < 1. \quad (4)$$

В случае нарушения условия (4) (например, при уменьшении L) процесс циркуляции становится неустойчивым. Небольшие отклонения от параметров стационарного режима будут нарастать от оборота к обороту, приводя к срыву циркуляции. Благодаря этому существование стационарного режима циркуляции в кольце возможно лишь при выполнении (4).

ЦИРКУЛЯЦИЯ В ДВУМЕРНОЙ ВОЗБУДИМОЙ СРЕДЕ

В двумерной среде с диффузией зависимость частоты циркуляции от параметров распространяющегося импульса определяется кинематикой движения спиральной волны

$$\omega = \theta^2 \alpha^{-1} \Omega(\rho), \quad (5)$$

где $\Omega(\rho)$ — монотонно возрастающая функция от безразмерного параметра ρ , определяющего степень релаксационности импульса [144, 145].

Физический смысл оценки (5) заключается в следующем. При описании распространения импульса в модели (1) есть две характерные постоянные времени, соответствующие медленным и быстрым движениям. Для плоской волны, распространяющейся со скоростью θ , замена переменных $\tau = t - (x/\theta)$ сводит (1) к системе

$$\alpha \frac{d^2 V}{d\tau^2} = \frac{dV}{d\tau} - f(V) + g, \quad \frac{dg}{d\tau} = \varepsilon (\kappa_g V - g).$$

Характерное время быстрых движений в этой системе $T_g = \alpha/\theta^2$, а медленных $T_M = 1/\varepsilon$. В силу соображений размерности зависимость частоты циркуляции от этих величин можно представить в виде безразмерной функции от их отношения, умноженной на коэффициент, имеющий размерность c^{-1} ,

$$\omega = \frac{1}{T_B} F(T_H/T_B).$$

Поскольку отношение T_H/T_B отражает релаксационность ρ импульса, эта оценка эквивалентна (5).

Вычисления, выполненные в [145], показали, что если форма распространяющегося импульса близка к прямоугольной, то функция $\Omega(\rho)$ остается неизменной при разнообразных изменениях системы (1).

Действуя по аналогии с одномерным случаем, введем в рассмотрение зависимости скорости распространения θ и релаксационности ρ от частоты импульсов ω . Используя эти зависимости, получим из (5) уравнение для определения частоты циркуляции в двумерной возбудимой среде, аналогичное уравнению (2) для кольца,

$$\omega = \Phi_2(\omega) = \frac{\theta^2(\omega)}{\omega} \Omega[\rho,(\omega)]. \quad (6)$$

Рис.3 иллюстрирует графический способ определения корня ω^* этого уравнения при различных значениях малого параметра ε . Простая аналитическая оценка корня уравнения (6) имеет вид

$$\frac{1}{\omega^{*2}} = \frac{1}{\omega_{\max}^2} + \frac{1}{\Phi_2^2(0)}, \quad (7)$$

если приближенно представить зависимость $\Phi_2(\omega)$ в (6) в виде эллипса

$$\frac{\Phi_2^2(\omega)}{\Phi_2^2(0)} + \frac{\omega^2}{\omega_{\max}^2} = 1.$$

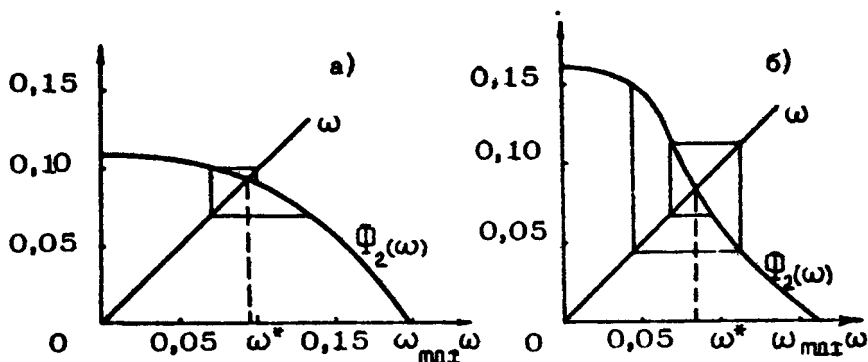
Оценке (7) показывает, что частота циркуляции спиральной волны всегда меньше, чем максимально возможная частота следования импульсов в возбудимой среде ω_{\max} . Кроме того, из (7) видно, что в формировании частоты циркуляции принимают участие как факторы, непосредственно связанные с рефрактерными свойствами среды (ω_{\max}), так и не связанные с этими свойствами параметры.

Процесс установления стационарного режима при случайных отклонениях от предельной точки по аналогии с одномерным кольцом описывается итерационным уравнением:

$$\omega_{n+1} = \Phi_2(\omega_n).$$

Сходимость этого итерационного процесса, как и в одномерном кольце, возможна лишь при выполнении условия

$$|d\Phi_2(\omega^*)/d\omega| < 1.$$



Р и с. 3. Графическое определение частоты циркуляции в двумерной возбудимой среде :
 а - стационарный режим устойчив ($\epsilon = 0,08$),
 б - стационарный режим неустойчив ($\epsilon = 0,04$)

Из рис.3 видно, что это условие нарушается при уменьшении значения малого параметра ϵ . Напомним, что в вычислительных экспериментах на модели двумерной среды (рис.1) уменьшение значения ϵ приводило к переходу от стационарного режима к нестационарному. Вычислительные эксперименты показывают, что граница между стационарным и нестационарным режимом достаточно точно совпадает с условием сходимости итерационного процесса.

Таким образом, проведенное исследование показывает, что нестационарная циркуляция является следствием нарушения сходимости процесса установления стационарного режима.

Заметим, что условие сходимости приобретает ясный физический смысл, если воспользоваться введенным приближением (7)

$$\Phi(0) < \omega_{max}.$$

Это неравенство показывает, что если оценка частоты циркуляции (5) меньше максимально возможной частоты ω_{max} , то стационарный режим устойчив. Если частота циркуляции, определенная из (5) (отметим, что (5) получено из рассмотрения кинематики движения фронта волны [144, 145]), больше ω_{max} , то вдали от центра циркуляции витки спирали будут наталкиваться друг на друга, препятствуя установлению стационарного режима.

Л и т е р а т у р а

- 1* Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1976.

Институт проблем
управления АН СССР

ОБ УСЛОВИЯХ ВОЗБУЖДЕНИЯ ОДНОМЕРНЫХ АВТОВОЛНОВЫХ СРЕД

О.А.Морнев

Распределенные активные среды и протекающие в них нелинейные волновые процессы играют ключевую роль в разнообразных физических, химических и биологических системах [1, 7, 12, 20, 27, 98].

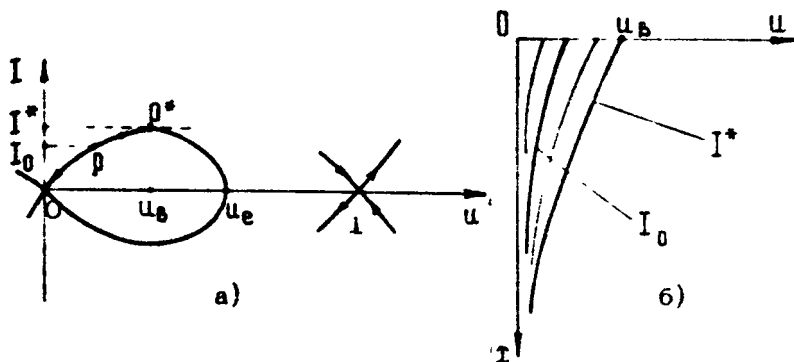
Важным примером активных сред являются нелинейные одномерные среды с диффузией, описываемые уравнением

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(u), \quad (1)$$

где u — переменная, пропорциональная концентрации активных частиц в среде, x — координата вдоль среды, D — коэффициент диффузии, $f(u)$ — нелинейная функция источника, имеющая N -образную форму (рис.1). В технике подобные среды реализуются в виде электронных линий передачи сигналов [24]; в химии и биологии они изучаются в связи с проблемой возникновения диссипативных структур [5,146], анализом распространения нервного импульса [4]. (Более подробный перечень приведен в статьях на с. 6 и с.46).

Характерным свойством рассматриваемых сред является их способность проявлять автоволновую активность: под влиянием надкритических внешних воздействий они могут "переключаться" из устойчивого состояния покоя $u(x) \equiv 0$ в устойчивое возбужденное состояние $u(x) \equiv 1$ с образованием бегущей нелинейной автоволны "перепадного" типа [27]. Цель настоящей работы — определить условия возникновения

волны переключения в полубесконечной ($0 \leq x < \infty$) среде, которая выводится из состояния покоя внешним воздействием, приложенным в точке $x = 0$.



Р и с.1: а - фазовая плоскость уравнения (2) в координатах $(u, I = -D u'_x)$, б - стационарные профили концентрации $u(x, I_0)$ при $0 < I_0 \leq I^*$

Ниже будут рассмотрены два случая: а) среда возбуждается медленно нарастающим диффузионным потоком активных частиц $I_0 = -D \partial u / \partial x|_{x=0}$; б) среда возбуждается медленным увеличением концентрации этих частиц u_0 в точке $x = 0$. Определение порогов возбуждения (т.е. критических значений потока в концентрации на левой границе среды в момент запуска переключения) в обоих случаях будет сведено к анализу фазовых траекторий обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка; исследование устойчивости найденных решений сведется к анализу "дрейфа" собственных значений уравнения типа уравнения Шредингера, содержащего потенциал с меняющимся профилем.

Вычислим порог возбуждения среды в случае (а), предполагая, что на бесконечности среда "закрыта" ($\partial u / \partial x|_{x \rightarrow \infty} = 0$). Способ вычислений подсказывается следующими соображениями. Пусть в покоящуюся среду начинает втекать медленно нарастающий поток I_0 . Физически очевидно, что при малых I_0 никакого переключения не произойдет: среда будет

медленно проходить через серию устойчивых стационарных состояний $u(x, I_0)$, спадающих к нулю при $x \rightarrow \infty$. Последние можно вычислить, решая уравнение (1) при $\partial/\partial t \equiv 0$. Соответствующая краевая задача имеет вид

$$D \frac{d^2 u}{dx^2} + f(u) = 0, \quad (2)$$

$$D \frac{du}{dx}(0, I_0) = I_0, \quad (3)$$

$$\frac{du}{dx}(+\infty, I_0) = 0. \quad (4)$$

Устойчивые решения этой задачи, как сейчас будет показано, существуют лишь в конечном интервале изменения I_0 . Когда параметр I_0 , медленно возрастая, пройдет через некоторое критическое значение I^* , профиль $u(x, I^*)$ потеряет устойчивость и начнет "разваливаться", что и соответствует запуску процесса переключения. Величины I^* и $u_0^{кр} = u(0, I^*)$, определяющие пороги возбуждения среды, нетрудно найти, исследуя фазовую плоскость уравнения (2), показанную на рис.1. В частности, видно, что при каждом значении I_0 из интервала $0 < I_0 < I^*$ задача (2)-(4) имеет единственное решение, определяемое фазовой траекторией $\rho 0$. Последняя отсекается от сепаратрисы прямой $I = I_0$ (см. рис.1,а) и при $x \rightarrow \infty$ входит в особую точку $u = 0$. Соответствующие решения $u(x, I_0)$ при $x \rightarrow \infty$ и $0 < I_0 < I^*$ экспоненциально спадают к нулю (рис.1,б).

$$u(x, I_0) \sim \exp(-kx), \quad k = D^{-1/2} |f'(0)|, \quad x \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Выражение (5) следует из уравнения (2), линеаризованного в окрестности $u = 0$. Заметим теперь, что при изменении I_0 от нуля до I^* траектория $\rho 0$ на рис.1,а доходит до точки ρ^* . Дальнейшее увеличение I_0 приводит, как видно из рис.1, к "катастрофе". Стационарные решения уравнения (2), удовлетворяющие условиям (3) и (4), при $I_0 > I^*$ перестают существовать, и в среде происходит нестационарное формирование волны переключения. Пороги возбуждения I^* и $u_0^{кр}$ определяются координатами критической точки ρ^* .

$$u_0^{кр} = u_B, \quad I^* = 2D \int_0^{u_B} f(u) du.$$

Здесь U_0 — промежуточный нуль функции $f(u)$ (см. рис. 1)

Покажем теперь, что стационарные решения $u(x, I_0)$, определяемые фазовой траекторией $\rho 0$ на рис. 1, асимптотически устойчивы в интервале $0 < I_0 < I^*$. С этой целью рассмотрим эволюцию малого отклонения w от этих решений. Из формул (1), (3) для w получим

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + f'_u [u_0(x, I_0)] w, \quad (6)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial x}(t, I_0) = \frac{\partial w}{\partial x}(\infty, t, I_0) = 0.$$

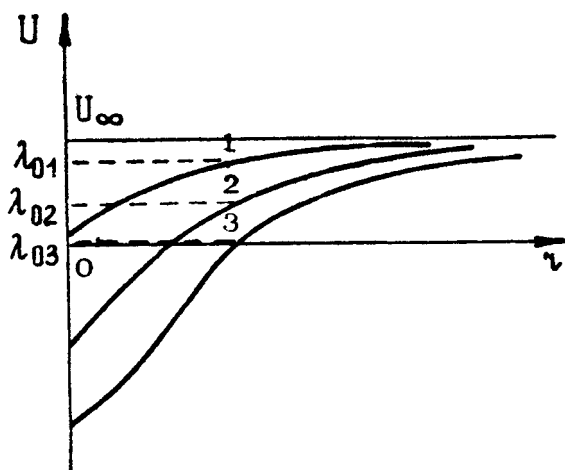
Отыскивая решения (6) в виде $w(x, t, I_0) = X(x, I_0) \exp[-D\lambda(I_0)t]$ получим следующую задачу на собственные значения:

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + [\lambda(I_0) - U(x, I_0)] X = 0, \quad U(x, I_0) = -f'_u [u(x, I_0)]/D, \quad (7)$$

$$X'_x(0, I_0) = 0, \quad X'_x(\infty, I_0) = 0. \quad (8, a, б)$$

Уравнение (7) имеет вид радиального уравнения Шредингера [2], в котором λ играет роль "энергии", а U — роль "потенциала". Исследуя поведение производной $f'_u(u)$ на решениях $u(x, I_0)$, соответствующих фазовой траектории $\rho 0$ (см. рис. 1), можно показать, что потенциал U , определенный согласно (7), при всех $0 < I < I^*$ имеет форму "ямы" конечной глубины, которая при $I \rightarrow +\infty$ экспоненциально выходит на постоянный уровень $U_\infty = f'_u(0)/D$ (рис. 2). Условия (8, a, б) выделяют в этой яме дискретный набор невырожденных "энергетических" уровней $\lambda_\kappa = \lambda_\kappa(I_0)$, $\kappa = 0, 1, \dots$, таких, что $\min U < \lambda < \lambda_1 < U_\infty$. Общее решение задачи (6) получается суперпозицией по всем κ : $w(x, t, I_0) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} X_\kappa(x, I_0) \exp[-D\lambda_\kappa(I_0)t]$ (здесь X_κ — собственные функции задачи (7), (8, a, б)). Для доказательства асимптотической устойчивости решений $u(x, I_0)$ в интервале $0 < I_0 < I^*$ теперь достаточно показать, что $\lambda_0(I_0) > 0$ всюду в этом интервале. Последнее можно установить, изучая

дрейф" уровня λ_0 , вызванный деформацией профиля ямы при изменении I_0 .



Р и с.2. Форма потенциала $U(z, I_0)$ (толстые линии) и положение нижнего "энергетического уровня" $\lambda_0(I_0)$ (пунктир) при различных значениях параметра I_0

При малых I_0 яма расположена целиком в верхней полуплоскости (рис.2, кривая 1), и поэтому $\lambda_0(I_0) > 0$ автоматически. При увеличении I_0 яма расширяется и углубляется (рис.2, кривая 2), заставляя уровень λ_0 изменять свое положение. Этот уровень остается в верхней полуплоскости при всех $I_0 \in (0, I^*)$, достигая нуля лишь при $I_0 = I^*$ (рис.2, кривая 3). Для доказательства последнего утверждения рассмотрим нетривиальное решение уравнения (7), удовлетворяющее обоим условиям (8, а, б) и не имеющее на полуоси $z > 0$ ни одного нуля. Для этого воспользуемся техникой, близкой к [3*, 148]. Вначале заметим, что уравнение (7) при $\lambda = 0$ имеет частное решение $X_{0z} = u'_z(z, I_0)$ (в этом можно убедиться, дифференцируя обе части уравнения (2) по z и сравнивая полученное тождество с (7) при $\lambda = 0$). Такое решение удовлетворяет условию (8, б) при всех $I_0 \in (0, I^*)$. Второе решение уравнения (7) с $\lambda = 0$, линейно-независимое от X_{0z} , определяется стандартным выражением $X_{1z} = X_{0z} \int_0^z X_{0z}^{-2} dz$

Используя (5), нетрудно показать, что оно не может удовлетворить условию (8,б) ни при каких $I_0 \in (0, I^*)$. Отсюда следует, что роль собственной функции, соответствующей $\lambda = 0$, может играть лишь решение X_0 . Для этого оно должно удовлетворять условию (8,а). А это возможно только для тех значений I_0 , для которых выполнено $\psi''_{TT}(0, I_0) = 0$. Следовательно, в силу (2), $\psi(0, I_0) = 0; \psi_0; 1$ (здесь $0, \psi_0, 1$ - координаты нулей $f(\psi)$). Для профилей $\psi(x, I_0)$, определяемых фазовой траекторией $\rho\rho$ на рис.1,а, нетривиальное выполнение последнего условия возможно лишь при $I_0 = I^*$. При этом в задаче (7), (8,а,б) появляется собственная функция $X = \psi'_x(x, I^*)$, которая, как следует из рис.1,б, не имеет на полуоси $x > 0$ ни одного нуля и соответствует собственному значению $\lambda = 0$. Таким образом, "нижнее" собственное число задачи (7), (8,а,б) проходит через нуль только при $I_0 = I^*$; а поскольку оно положительно при малых I_0 , то оно остается положительным во всем интервале $0 < I_0 < I^*$, и поэтому решения $\psi(x, I_0)$ исходной задачи (2) - (4) являются в этом интервале асимптотически устойчивыми.

Выше были найдены пороги возбуждения в случае, когда среда возбуждалась потоком I_0 (случай а). Примененный подход позволяет вычислить величины порогов и тогда, когда среда возбуждается сдвигом концентрации ψ_0 в точке $x = 0$ (случай б). Первое из условий (3) в этом случае следует заменить условием $\psi(0, \psi_0) = \psi_0$, а горизонтальные прямые $I = I_0$ на рис.1 - вертикальными прямыми $\psi = \psi_0$. Пороги возбуждения теперь будут определяться выражениями $\psi_0^{KP} = \psi_e$, $I^{KP} = 0$, где величина ψ_e (рис.1,а) находится по виду функции $f(\psi)$ из условия равенства площадей [4].

Л и т е р а т у р а

1. Сагдеев Р.З. О нелинейных движениях разреженной плазмы в магнитном поле; О поглощении электромагнитной волны, распространяющейся вдоль постоянного магнитного поля в плазме. - В кн.: Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. Т.4. М., изд-во АН СССР, 1958, с.384, 422.

- 2* Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М., Наука, 1974.
- 3* Lindgren A.G., Buratti R.J. IEEE Trans.circuit theory, 1969, CT-16, p.274.
- 4* Noble D. - J.Physiol., 1972, 226, p.573.

ХАРАКТЕРИСТИКИ АВТОВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ОДНОМЕРНОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

Р.Н.Храмов

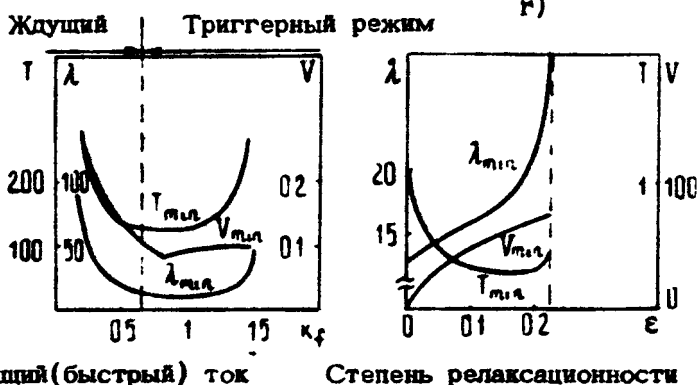
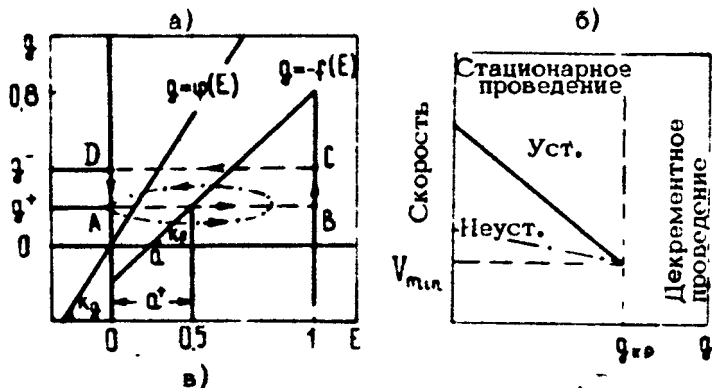
Для описания автоволновых процессов (АВП) в возбудимых тканях (сердце, нерв и т.д.) в электрофизиологии имеется набор определенных характеристик: скорость распространения импульса, длина волны (λ_{min}), минимально возможный интервал между импульсами - рефрактерность (R), характерное время установления стационарного распространения импульсов - латентность (θ), длительность импульса - потенциала действия (ДПД) и т.д. [1,9]. Например, λ_{min} используется для оценки критической массы фибрилляции или размера патологического источника импульсов, обусловленного циркуляцией возбуждения, латентность и рефрактерность определяют некоторый безразмерный автоволновой параметр (θ/R) для направленного поиска новых антиаритмических веществ [9]. Поэтому получить эти характеристики в рамках единой довольно простой (и в то же время физиологичной) модели полезно для понимания общих механизмов АВП, а также способов их регуляции.

1. Модель. Возбудимую одномерную среду опишем системой уравнений Фитц Хью [15]:

$$E''_{xx} = E'_t + f(E) + g; \quad g'_f = [\psi(E) - g]/\tau, \quad (1)$$

где E - мембранный потенциал; g - медленный ток с постоянной времени $\tau \gg 1$. Нелинейные функции f и ψ , со-

гласно работе [9], имеют смысл вольт-амперных характеристик (например, быстрого натриевого и медленного калиевого токов в случае аксона кальмара). Для получения явных формул введем кусочно-линейную аппроксимацию f и ψ (рис.1,а); параметры K_f и K_g имеют смысл проводимостей быстрого и медленного токов, Q - пороговый потенциал.



Р и с.1. Нахождение минимальной длины волны λ_{min} и ее зависимости от ионных токов. а - проекция на плоскость (E, q) фазовой траектории периодического решения системы (1) для устойчивого импульса (---) и для неустойчивого импульса (- · - · -); б - зависимость скорости импульсов от q ; в, г - зависимости λ_{min} , V_{min} , T_{min} от параметров мембраны K_f и ϵ ($Q=0,2; K_g=0,5; \epsilon=0,01$ для рис.в; $Q=0,2, K_f=K_g=1$ для рис.г)

2. Периодические решения. Минимальный размер кольца.

Наиболее часто встречающиеся режимы в электрофизиологии возбудимых сред являются периодическими [1^в]. Нахождение зависимостей от ионных токов минимального размера кольца (λ_{\min}) представляет особый интерес. Во-первых, измерить его экспериментально пока сложно. Во-вторых, это является, в какой-то степени, аналитической оценкой размера ревербератора снизу, что показывают численные эксперименты Перцова и Панфилова (см. в наст. сборнике, с. 77). Используя метод возмущений по малому параметру $\varepsilon = 1/\tau$ для нахождения устойчивых и неустойчивых (пороговых) решений, развитый в работе [19], можно получить связь скорости V с периодом T стационарно бегущих импульсов (подробнее см. [50, 51]). В приближении $\varepsilon \rightarrow 0$ зависимости λ_{\min} и V_{\min} имеют весьма простой вид ($\varepsilon = k_g/k_f$)

$$\lambda_{\min} = \frac{\pi}{4k_f^{1/2}} \frac{V_{\min}^2 \varepsilon}{\varepsilon(0,5-\alpha)[\varepsilon - (0,5-\alpha)]} + \frac{2\pi}{k_f^{1/2}}, \quad (2)$$

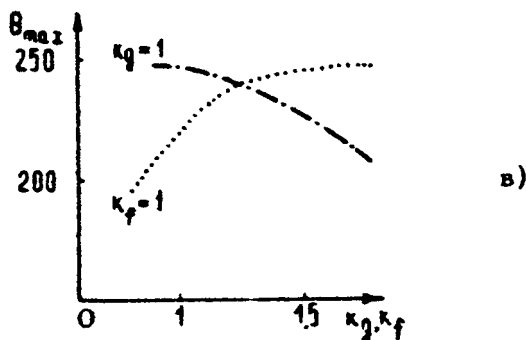
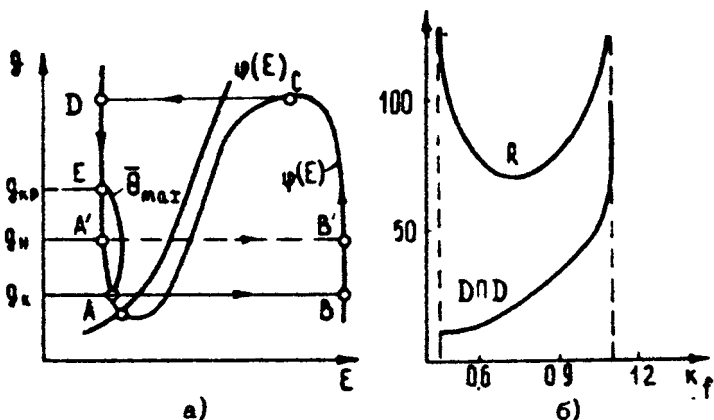
$$\frac{V_{\min}^2}{\varepsilon} = \begin{cases} [3\varepsilon - 4(0,5-\alpha)], & \text{при } k_g > k_f(1-2\alpha) \\ [4(0,5-\alpha) - \varepsilon], & \text{при } k_g < k_f(1-2\alpha) \end{cases} \quad (3)$$

Минимальная скорость V_{\min} определяется точкой бифуркации устойчивого и неустойчивого решений (рис.1,б). Зависимости λ_{\min} и T_{\min} от проводимостей токов k_f и k_g имеют U-образную форму (рис.1,в). Однако зависимости λ_{\min} и T_{\min} от малого параметра (ε) качественно различны (рис.1,г). Подобный U-образный характер зависимости был получен для размера и периода ревербератора [51], что говорит о качественном сходстве режимов циркуляции в двумерных и одномерных средах.

3. Нестационарный режим распространения импульсов.

Рефрактерность и латентность. Рассмотрим ситуацию, типичную при экспериментальном исследовании сердечной мышцы. Пусть на фоне периодического возбуждения (подобно синусному ритму) с периодом T_k , вызывающего кондиционирующие импульсы (КИ), возникает внеочередной, или так называемый экстрасистолический импульс (ЭИ) с периодом T . Наименьшее значение межимпульсного интервала T для возникновения незатухающего ЭИ называется абсолютной рефрактерностью (R), поэтому $R \leq T \leq T_k$. Очевидно (см.рис.1,б), что ЭИ

будет распространяться без затухания при $q \leq q_{кр}^+$. Поэтому, как следует из рис.2,а, рефрактерность представляет собой время движения по траектории АВСДЕ, а период T_k есть время движения вдоль АВСДА. На рис.2,а q_k и q_H соответствуют значениям медленной переменной на фронтах КИ и ЭИ.



Р и с.2. Характеристики одномерных автоколебательных процессов: а - проекции фазовых траекторий системы (1) в точке стимуляции ($\tau = 0$); б - соотношения между R и ДПД в зависимости от k_f при $k_g = 1$, $\epsilon = 0,04$, $\rho = -0,096/k_f$; в - зависимость максимальной установившейся латентности от проводимостей k_f и k_g , полученных по формуле (9) при $T_k = 400$, $\epsilon = 0,01$

ЭИ будет распространяться со скоростью (V) меньшей скорости КИ (V_k), поскольку он возникает в среде, не восстановленной от предыдущего возбуждения. Это замедление характеризуют интегральной латентностью $\bar{\theta}$ равной разности времен распространения ЭИ и КИ вдоль оси x . На основе метода разделения движений [18] можно получить систему уравнений, описывающую динамику изменения θ от x :

$$d\theta/dx = 1/V(q) - 1/V_k, \quad dq/d\theta = \epsilon[\psi(E) - q], \quad (4)$$

где q есть значение медленной переменной на фронте ЭИ вдоль оси x . Проинтегрировав (4), легко получить зависимость θ от x в параметрическом виде $x = x(q_n, q)$,

$$\theta = \theta(q_n, q);$$

$$x = (1/\epsilon) \int_{q_n}^q dq / \left\{ (1/V - 1/V_k) / [\psi(E) - q] \right\}; \quad (5a)$$

$$\theta = (1/\epsilon) \int_{q_n}^q dq / [\psi(E) - q], \quad (5b)$$

где q_n соответствует значению медленной переменной на фронте ЭИ при $x = 0$ в момент времени T . Экстрасистолический импульс, пройдя некоторое расстояние $\bar{x} = x(q_n, q_k)$, будет распространяться со скоростью V_k , и поэтому при

$x > \bar{x}$ латентность всегда будет равна ее установившемуся значению $\bar{\theta} = \theta(q_n, q_k)$. При неизменном x латентность достигает максимума при $q_n = q_{кр}$ (т.е. при $T = R$), таким образом $\bar{\theta}_{max} = \theta(q_{кр}, q)$. Очевидно, что максимальная установившаяся латентность $\bar{\theta}_{max} = \theta(q_{кр}, q_k)$. Из рис.2,а и формулы (5,б) следует зависимость установившейся латентности от интервала тестирования T

$$\bar{\theta} = T_k - T = \bar{\theta}_{max} - (T - R). \quad (6)$$

Опуская вычисления, приведем лишь конечные замкнутые соотношения между T_k , V_k , R , $\bar{\theta}$, ДПД и параметрами мембраны

$$T_k = \epsilon^{-1} \ln \left\{ \frac{[k_f(1-a) - q_k^+] k_f(1-a)}{[k_g - k_f(1-a)] q_{кр}^+} + 2 \left(\frac{\pi^2 + \gamma}{V_k^2 k_f} \right)^{1/2} \right\}, \quad (7)$$

$$V_k^2 = \frac{4\gamma}{\alpha^2 + \gamma} K_f, \quad \bar{B}_{max} = \varepsilon^{-1} \ln(g_{kr}^+ / g_k), \quad (8,9)$$

$$R = T_k - \bar{B}_{max}, \quad \text{ДПД} = \varepsilon^{-1} \ln \left[\frac{K_g - g_k^+}{g_{kr} - K_f(1-\alpha)} \right], \quad (10,11)$$

$$\text{где } g_{kr}^+ = K_f(0,5-\alpha) - \varepsilon^{1/2} \frac{\pi}{8} \alpha K_f^{1/2} (1 + \varepsilon^{1/2} \frac{\pi \alpha}{2 K_f^{1/2} \alpha}),$$

$$\alpha = [3K_g / K_f - 4(0,5-\alpha)]^{1/2}, \quad \gamma = \ln^2 [(a + g_{kr}^+ / K_f)^{-1} - 1].$$

На основе этих формул построены рис.2,б,в.

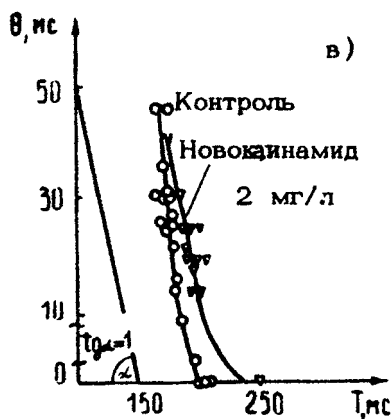
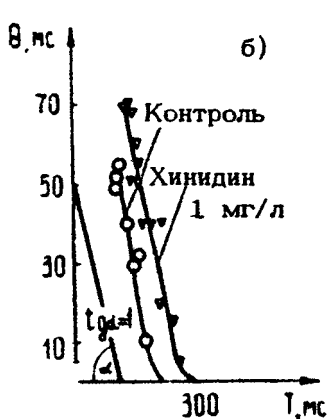
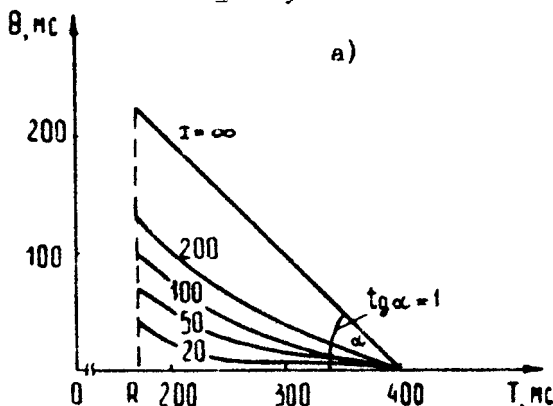
4. Обсуждение. Приведем примеры применения полученных результатов для анализа фармакологической регуляции сердечных аритмий.

Циркуляция возбуждения либо в кольце, либо в двумерной среде [91] является источником аритмий по типу возвратного возбуждения (черептчу). Чтобы предотвратить циркуляцию, необходимо увеличить λ_{min} или, на языке кардиологов, критическую массу фибрилляции. Действительно, аритмические вещества 1-го класса [2*], уменьшающие быстрый входящий ток, должны увеличивать λ_{min} , как следует из рис.1,в. Такой эффект роста λ_{min} не является специфическим - его можно получить и за счёт роста выходящего тока, как следует из уравнения (3), или релаксационности (рис.1,г), что указывает на существование нового класса антиаритмических веществ.

Прямое определение размера источника в эксперименте в настоящее время является трудновыполнимой процедурой. Поэтому качественное сходство зависимостей λ_{min} и T_{min} от ионных токов, показанное на рис.1,в, позволяет производить поиск антиаритмиков в ряде случаев по периоду источника.

Построенные по формулам (10,11) зависимости R и ДПД качественно различны (рис.2,в,б). Видно, что при значительном уменьшении входящего тока (K_f) рефрактерность резко растет, в то время как ДПД падает. Такие же эффекты наблюдаются в эксперименте на целом сердце [3*], когда в результате ишемии ухудшается возбудимость, что приводит к трансформации ритма и уменьшению ДПД.

U-образный тип зависимостей T_{min} и R от K_f - проводимости быстрого натриевого тока - (рис.1,в и рис.2,б) позволяет объяснить рост периода источника спиральных волн и рефрактерности на высоких частотах [149] за счёт заметного накопления внеклеточного калия, который в свою очередь вызывает деполяризацию и частичную инактивацию натриевого тока (здесь K_f) [150], а уменьшение K_f , как видно из рис.1,в, и 2,б, может привести к росту T_{min} и R .



Р и с.3. Зависимости латентности от интервала тестирования: а - теоретические, полученные по формулам (5); б и в - экспериментальные, полученные воздействием хинидина и новокаинамида в миокарде кошки [15], что приводит к уменьшению $|\theta'_T|$ до 1

На рис.3,а показана зависимость латентности от интервала тестирования. Её можно количественно характеризовать параметром $|\theta'_T|$, однако зависимости θ от T , измеряемые экспериментально в сердечной ткани, бывают качественно различного типа: первый тип с $|\theta'_T| \approx 1$, совпадающий с теоретическими (рис.3,а), второй - $|\theta'_T| > 1$ [150]. Второй тип зависимостей, исходя из полученных результатов, можно объяснить эффектами, свойственными двумерной среде. Качественный механизм такого роста латентности можно проанализировать из прямых экспериментов по картированию волн возбуждения [89,91]. В них показано, что в сердечной ткани из-за дисперсии по рефрактерности при некоторых интервалах T наблюдаются блоки проведения по определенным направлениям. Поэтому в точку регистрации, лежащую вдоль этих направлений, импульс возбуждения попадает не по кратчайшему пути, как обычно, а в результате задерживания фронта волны возбуждения, вышедшей по направлению, по которому нет блока. Это и приводит к резкому росту θ . Поэтому антиаритмическое воздействие сердечных лекарств в конечном счёте и состоит в том, что они препятствуют образованию вихрей волны возбуждения, т.е. переводят в контроль исходно уязвимую сердечную ткань (способную к аритмиям) с $|\theta'_T| > 1$ в неуязвимую с $|\theta'_T| \approx 1$ (рис.3,б,в).

Л и т е р а т у р а

- 1* Гoffman Б., Крейнфилд П. Электрофизиология сердца. М., Мир, 1962, 390 с.
- 2* Vaughan Williams E.M. Classification of anti-disrhythmic drugs. - Pharmac. and Therap., 1975, 1, p.1-24.
- 3* Downar E., Janse M.J., Durrer D. The effect of acute coronary artery occlusion on sub-epicardial transmembrane potentials in the intact porcine heart. Circulation, 1977, 56, p.217-225.

О ПОВЕДЕНИИ НЕПОДВИЖНОГО ВОЛНОВОГО ФРОНТА

Л.А.Розенблюм, И.М.Старобинец, В.Г.Яхно

В предыдущей статье (см.с.46) отмечалась общность известных в настоящее время методов описания АВП. Дело в том, что весьма широкий класс нестационарных АВП можно рассмотреть на основе представлений только о возможных стационарных волнах и об их устойчивости к различным модам пространственных возмущений. Если проводить аналогию с сосредоточенными системами, то точкам равновесия соответствуют стационарные решения (волны)^{*}, а изучению малых возмущений около них соответствует анализ изменений амплитуды каждой пространственной моды возмущения. Достаточно ли этих сведений для полного предсказания возможных движений? Здесь будет показано, что автоволновые решения в релаксационной системе, связанные с остановившимся фронтом возбуждения, могут быть объяснены в рамках такого подхода.

Неподвижный волновой фронт представляет собой один из этапов в решениях для одномерных локальных источников импульсов: "эхо" и "делящийся фронт" [12,29,127]. Такие решения были построены для объяснения возможного механизма генерации импульсов в сердечной ткани (см., например, [9,12,14,108]) и в автоколебательных химических реакци-

^{*}) Особая роль стационарных волн неоднократно отмечалась в исследованиях по нелинейным волновым процессам (см., например, [1^{*}, 4, 52, 53]).

ях [7,33]. Однако эти решения оказались "не грубыми" (в рамках модели 2-го порядка) к изменению параметров системы и начальных данных [29,127].

Для выяснения причин, приводящих к процессу "деления" фронта, а также лежащих в основе "негрубости" этого процесса, представляется важным рассмотреть поведение неподвижного волнового фронта более подробно.

Математическая модель имеет следующий вид:

$$\epsilon \frac{\partial U}{\partial t} = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f(U, V); \quad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \varphi(U, V), \quad (2)$$

где $\epsilon \ll 1$, а $f(U, V)$ представляет собой N -образную функцию (подробнее о такой модели рассказано в работах [7, 9, 27]), U и V называют соответственно быстрой и медленной переменной.

Рассмотрим стационарные решения, соответствующие неподвижному волновому фронту. Быстрых движений нет, следовательно, производной по времени в уравнении (1) можно пренебречь.

Приближенное рассмотрение решений проведем в предположении заданного скачкообразного распределения $V(x)$, для которого в возбужденной области $V(x) = V_3$, а в невозбужденной $V(x) = V_1$.

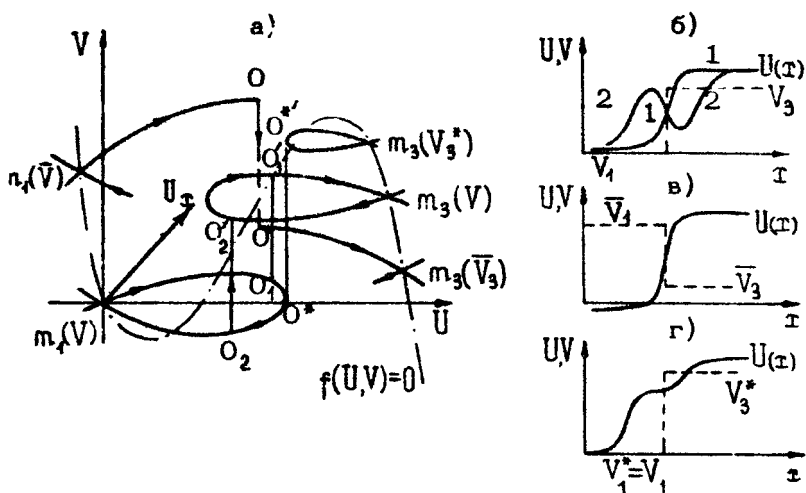
Тогда решения для фронта находятся из уравнения

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f[U_0(x); V(x)] = 0. \quad (3)$$

со следующими граничными условиями

$$\left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x \rightarrow \pm \infty} = 0; \quad U_0 \Big|_{x \rightarrow +\infty} = m_3; \quad U_0 \Big|_{x \rightarrow -\infty} = m_1.$$

Условия существования стационарных решений нагляднее всего могут быть продемонстрированы в фазовом пространстве $V, U_0, \partial U_0 / \partial x$. На рис.1 показано, как составляется искомое решение из решений уравнения (3) при однородных значениях медленной переменной $V = V_1$ и $V = V_3$. Так как рассматривается волна возбуждения между состояниями m_1 и m_3 , то искомому решению соответствуют сепаратрисные траектории.



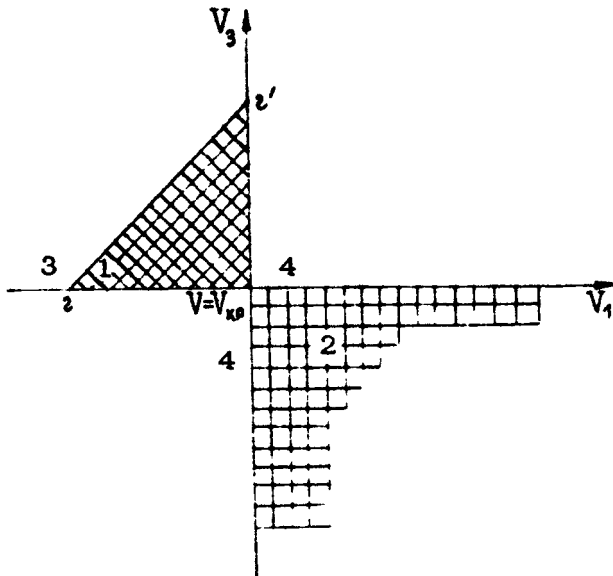
Р и с. 1. Решения уравнения (3) для скачкообразного распределения V_{Γ} : а - сшивка решений в фазовом пространстве (V, U, U_{Γ}) ; б - вид решения, соответствующего траекториям $m_1(V_1) \cup \cup' m_3(V_3)$ (под цифрой 1) и $m_1(V_1) \cup \cup_1 \cup_2 \cup_2' \cup_1' m_3(V_3)$ (под цифрой 2); в, г - вид решений, изображенных в фазовом пространстве траекториями $m_1(\bar{V}_3) \cup \cup' m_3(\bar{V}_3)$ и $m_1(V_1) \cup \cup_1 \cup_1^* \cup_1' m_3(V_3^*)$ соответственно

Начнём движение от точки m_1 по сепаратрисной кривой, соответствующей решению при $V=V_1$. Мысленно проведем вертикальную линию от изображающей точки на сепаратрисе. Будем двигать точку O_1 до тех пор, пока вертикальная линия не пересечёт в точке O_1' сепаратрисную траекторию, соответствующую решению уравнения (3) при $V=V_3$. Значения U_0^1 и $\partial U_0^1 / \partial \Gamma$, соответствующие месту соединения сепаратрис через вертикальную линию $O_1 O_1'$, являются значениями сшивки решений в точке скачка медленной переменной от величины V_1 к V_2 . Получаем решение, соответствующее фазовой траектории $m_1(V_1) \cup \cup_1 \cup_1' m_3(V_3)$.

Пространственный вид решения $U_0(x)$ приведен на рис.1,б. Если же продолжить движение точки 0_1 по сепаратрисе в плоскости $V=V_1$ (фазовая траектория $m_1(V_1) 0_1 0^* 0_2 0_2' 0^* 0_1' m_3(V_3)$), то удастся получить второе решение, приведенное на рис.1,б. Значения сшивки $U_0^2 = U_0^1$ и $\partial U_0^2 / \partial x = -\partial U_0^1 / \partial x$ соответствуют точкам $0_2 0_2'$ на рис.1,а. Таким образом, при заданных V_1 и V_3 имеется только два решения уравнения (3), соответствующих переходу из m_1 в m_3 . Эти решения получены для случая, когда значение $V(x)$ в возбужденной области больше $V_{кр}$ ($V_3 > V_{кр}$), а в невозбужденной - меньше $V_{кр}$ ($V_1 < V_{кр}$). Если же $V_3 > V_{кр}$ (обозначим его \bar{V}_3), а $\bar{V}_1 > V_{кр}$, существует единственное решение $U_0(x)$, связывающее $m_1(\bar{V}_1)$ и $m_3(\bar{V}_3)$ (траектория $m_1(\bar{V}_1) 0 0' m_3(\bar{V}_3)$) на рис.1,а). Его качественный вид приведен на рис.1,в. Изменение величин V_1 и V_3 на скачке медленной переменной приводит, для всех решений $U_0(x)$, к изменению положения точек равновесия и точек сшивки. Однако видно, что существует интервал значений V_1 и V_3 , когда точка сшивки не исчезает и решения существуют, хотя при этом может происходить некоторый сдвиг решения $U_0(x)$ по отношению к скачку $V(x)$. Таким образом, на плоскости V_1, V_3 можно выделить области, соответствующие существованию стационарных решений уравнения (3) на скачке медленной переменной (рис.2). В упоминавшейся работе В.Г.Яхно (в настоящем сборнике, с. 46) эта область называется "характеристика П" и используется для качественного описания решений исходной системы (1)-(2). Область 1 на рис.2 соответствует решению, показанному на рис.1,б. Здесь следует отметить критическое решение, соответствующее границе $2-2'$, когда два решения типа 1 и 2, изображенные на рис.1,б сливаются в одно. Это решение получается при касании сепаратрисных петель (траектория $m_1(V_1) 0_1 0^* 0^* m_3(V_3^*)$). Такое решение в точке сшивки имеет плато с нулевой пространственной производной (рис.1,г) ($U_0 = U^*$, $\partial U_0 / \partial x = 0$).

Область 2 на рис.2 соответствует решениям, вид которых показан на рис.1,в.

Следующим этапом исследования является выяснение устойчивости решений. При однородном распределении $V(x) = \text{const}$ устойчивость решения в виде волнового фронта доказана в работе [148].



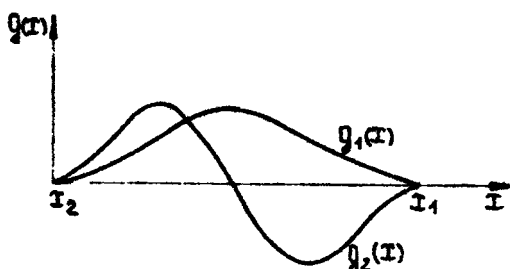
Р и с. 2. Область существования неподвижного стационарного решения на плоскости параметров V_1, V_3

В случае разрывного распределения интуитивно ясно, что в области 2 неподвижное положение фронта устойчиво, а в области 1 неустойчиво к сдвиговым возмущениям. При отклонении фронта от точки остановки на расстояние, превышающее его длину, в первом случае, стационарная скорость фронта направлена к точке остановки и он возвращается в исходное положение, а во втором — движение приводит к уходу фронта от начального положения.

Для кусочно-линейной функции

$$f(U, V) = \begin{cases} U - \alpha V & \text{при } U < U^0 \\ -\delta U - \alpha U + (1 + \delta)U^0 & \text{при } U > U^0, \delta \rightarrow \infty \\ -\delta U - \alpha U - (1 + \delta)U^0 & \text{при } U < -U^0, \delta \rightarrow \infty \end{cases}$$

устойчивость стационарных решений можно рассмотреть аналитическими методами. Представим возмущения в виде $\sum_n l^{-\lambda_n z} q_n(x)$ (первые две собственные функции приведены на рис.3).



Р и с. 3. Качественный вид первых двух мод пространственных возмущений: $q_1(x)$ - сдвиговое возмущение; $q_2(x)$ - первая изгибная мода

Для собственных чисел λ_n получается следующее выражение:

$$\lambda_n = \frac{\pi^2 n^2}{(I_1 - I_2)^2} - 1, \quad (4)$$

где n - числа натурального ряда; I_1, I_2 - координаты точек, в которых $f(U, V)$ терпит излом. Значения I_1 и I_2 определяются из следующих соотношений

$$e^{i\lambda I_1} = \frac{-(\alpha V_1 - U^0 \frac{V_1 + V_3}{V_1 - V_3}) - \frac{2i}{|V_1 - V_3|} \sqrt{U^0 V_1 V_3 [\alpha(V_1 - V_3) - U^0]}}{U^0 - \alpha V_1}; \quad (5)$$

$$e^{i\lambda I_2} = \frac{-(\alpha V_3 - U^0 \frac{V_1 + V_3}{V_1 - V_3}) - \frac{2i}{|V_1 - V_3|} \sqrt{U^0 V_1 V_3 [\alpha(V_1 - V_3) - U^0]}}{-U^0 - \alpha V_3}$$

Рассмотрим первое стационарное решение (решение 1 на рис.1,б). Из формул (4) и (5) следует, что в области 1 при движении от начала координат $V_1 = V_3 = V_{кр}$ к границе $z - z'$ значение λ_1 меняется от 0 до $3/4$; λ_2 меняется от $\lambda_2 > 0$ до $\lambda_2 = 0$; а все остальные λ_n

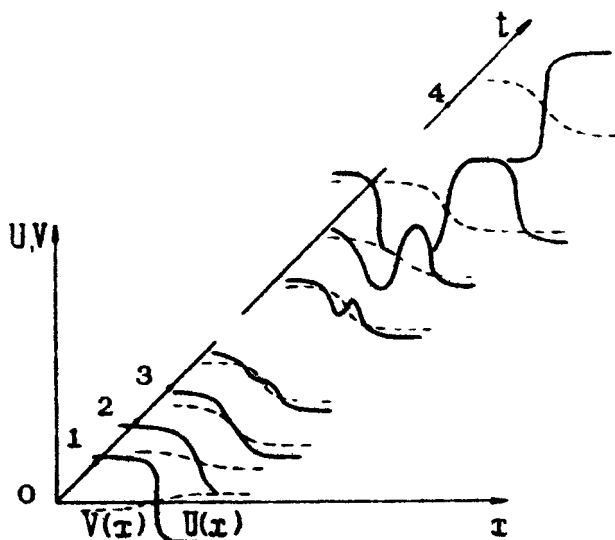
всегда больше нуля^{*)}. Таким образом, в области 1 первое стационарное решение неустойчиво к сдвиговому возмущению $\psi_1(\tau)$ (см. рис.3) и устойчиво ко всем бесконечно малым изгибным модам возмущений. Из формул (4) и (5) следует также, что второе стационарное решение в области 1 неустойчиво как к сдвиговым возмущениям, так и к первой моде изгибного возмущения (рис.3). Ко всем другим модам изгибного возмущения это решение устойчиво ($\lambda_0 > 0, \rho = 2, 3, \dots$). В области 1 стационарные решения всегда устойчивы ($\lambda_0 > 0, \rho = 1, 2, 3, \dots$).

Что будет, если возмущения на стационарном решении, соответствующем области 2 на рис.2, нарастают? Оказалось, что в результате нестационарного процесса формируются новые стационарные решения системы (1)–(2), устойчивые к любым малым возмущениям. Нарастающая сдвиговая мода возмущения формирует устойчивый, бегущий со скоростью $\rho(V)$ фронт возбуждения. Формулы для расчёта таких скоростей приведены, например, в работах [24, 25, 99]. Нарастающая первая изгибная мода возмущения приводит к процессу "деления" волнового фронта (рис.4).

В результате "деления" образуются новый неподвижный фронт (ему соответствует точка в области 2 на рис.2) и два устойчивых разбегающихся стационарных фронта. Обычно деление фронта происходит, если в результате медленных изменений скачка $V(\tau, t)$, определяемых уравнением (2), не возникает сдвиговых возмущений и изображающая точка пересекает границу $z - z'$ и попадает в область 3. Назовём такие движения изображающей точки "невозмущающими траекториями". В области 3 стационарных решений уравнения (3) не существует. Если изображающая точка двигается не по "невозмущающей траектории", то она может не достигнуть границы $z - z'$. Нестационарные процессы, вызванные

^{*)} На прямых $V_1 = -\delta V_3$ ($\delta > 0$) значение $d(\tau_1 - \tau_2)/dV_3 < 0$. Если учесть, что при $V_3 = V_{кр}$ на этих прямых $\tau_1 - \tau_2 = \pi$, то из уравнения (4) следует, что в области 1 $\lambda_1 < 0$, а $\tau_0 > 0$ для всех $\rho > 1$. Поскольку эти прямые сплошь заполняют область 1, то утверждение справедливо для всей области в целом. На границе $z - z'$, $\tau_1 - \tau_2 = 2\pi$, откуда $\lambda_1 = -3/4$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_0 > 0$ для всех $\rho > 2$.

ростом сдвиговых возмущений, приводят к уходу фронта от точки остановки. Если же изображающая точка все же достигает границы $2-2'$, то в зависимости от соотношения величин сдвигового и первого изгибного возмущения либо "деление" фронта реализуется (преобладает изгибное возмущение), либо волновой фронт уходит без "деления" (преобладает сдвиговое возмущение).



Р и с. 4. Процесс "деления" волнового фронта

Численный счет показывает, что, если на границе $2-2'$ относительная амплитуда сдвиговых возмущений примерно 10^{-3} и выше, режим "деления" не реализуется. Именно в этом проявляется "негрубость" процесса "деления".

Деление фронта может происходить и внутри области 1. Для этого необходимо задать достаточную амплитуду первой моды изгибного возмущения. При этом профиль второго стационарного решения представляет собой некоторый порог для изгибных возмущений, наложенных на первое стационарное решение (см.рис.1,6). В отсутствии сдвиговых возмущений

изгибные возмущения с меньшей, чем "порог", амплитудой будут уменьшаться. Возмущения, выходящие за профиль второго стационарного решения, будут нарастать и приведут к процессу "деления".

Проведенное рассмотрение показывает, что деление волнового фронта возможно лишь в случае, если уровень сдвиговых возмущений мал или вообще отсутствует, и представляет из себя рост первой моды изгибных возмущений.

Предположение о скачкообразном распределении $V(x)$ представляет, как правило, идеализацию истинного решения системы (1)-(2). Обычно медленная переменная изменяется на тех же масштабах, что и длина неподвижного фронта. В этом случае аналитических решений найти не удастся, поэтому для гладких распределений исследования проводятся численными методами. При этом считается, что $f(U, V)$ описывается уравнением кубической параболы вида $f = U - \beta U^3 - \gamma V$, где $\beta, \gamma > 0$. При аппроксимации $V(x)$ гиперболической тангенсойдой $V(x) = V_{кр} + c \operatorname{th} \beta x^{-1}$, где c - амплитуда, а β - характерный размер распределения, получаем, что если в возбужденной области $(U(x) > (U_{-\infty} + U_{\infty})/2$, где $U_{-\infty}$ и U_{∞} - значения $U(x)$ при $x \rightarrow \pm\infty$ соответственно), $V(x) < V_{кр}$, то положение фронта устойчиво, а при $V(x) > V_{кр}$ - неустойчиво относительно сдвиговых возмущений. Амплитуда $c_{пр}$ предельного распределения $V_{пр}$, при переходе через которое наблюдается деление волнового фронта (на рис.2 для разрывного распределения это соответствует точке пересечения границы $2-2'$ с биссектрисой угла 2-го квадранта.), зависит от вида $f(U, V)$ и крутизны распределения $\beta_{пр}^{-1}$. Удалось показать, что с увеличением характерного размера $\beta_{пр}$ величина $c_{пр}$ растёт. При этом в случае достаточно гладких распределений $V(x)$ процесс деления произойти не сможет. Просто первое стационарное решение не может достигнуть формы с горизонтальным плато на фронте, и поэтому оно всегда будет оставаться устойчивым к бесконечно малым изгибным возмущениям.

При стремлении $\beta_{пр} \rightarrow 0$ амплитуда продольного распределения $c_{пр}$ стремится к своему минимальному значению. Следовательно, если режим деления наблюдается для гладкого распределения $V(x)$, то в случае скачкообразного распределения $V(x)$ той же амплитуды - он обязательно реали-

зуется. Если же для разрывного распределения $V(x)$ деления не наблюдается, то гладкое распределение той же амплитуды не может вызвать деления. Поэтому значение границы области 1 на рис.2 позволяет указать нижний предел амплитуд гладких распределений $V(x)$, при которых возможно деление.

Подход, основанный на изучении стационарных решений и выяснении их устойчивости, оказался полезным для понимания процессов, возникающих после остановки волнового фронта. Он позволил выяснить условия возникновения режима деления и понять природу этого нестационарного процесса.

Для численного счёта уравнений (1)-(2) использовался метод прогонки, реализованный на неявной точечной схеме ($\epsilon=0,5$), устойчивость которой доказана в работе [2*, с.40]. Для счёта задавалась равномерная сетка ($h=2L/100$) и временной шаг $\tau=10^{-3}$. На i -м временном слое значения $U(x, t_i)$ уточнялись итерациями. За начальные приближения брались $U(x, t_{i-1})$ и $V(x, t_{i-1})$. Интегрирование завершалось при достижении точности $\Delta=10^{-6}$.

Л и т е р а т у р а

- 1*. Островский Л.А. Приближенные методы в теории нелинейных волн. - Радиофизика, Изв.вузов, 1974, т.17, с.454-476.
- 2*. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М., Наука, 1971, 656с.

Институт прикладной физики
АН СССР

АВТОВОЛНЫ В ФИЗИЧЕСКИХ И ХИМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

ТВЕРДОТЕЛЬНЫЕ АВТОВОЛНОВЫЕ СРЕДЫ

Ю.И.Балкарей, М.Г.Никулин, М.И.Елинсон

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы растет интерес к изучению автоволновых сред в различных областях науки, в частности в физике твердого тела и в твердотельной электронике. Говоря об автоволновой среде, мы имеем в виду совокупность связанных между собой автогенераторов, триггеров или других подобных активных элементов, не охваченных, однако, единым контуром, навязывающим всем элементам общий режим работы. Это определение объединяет такие разнородные системы, как матрица лазеров, матрица джозефсоновских контактов, активная радиотехническая линия передачи и т.д. Известные химические и биологические автоволновые системы [7, 13] тоже являются средами такого типа. Связи между элементами среды могут быть самыми разнообразными: электрическими, с помощью световых, акустических потоков, диффузии частиц, тепла и т.д. В данной статье рассматриваются только системы с диффузионным типом связей, чтобы показать максимальную близость обсуждаемых твердотельных моделей к моделям, используемым в химии и биологии, где диффузионный тип связей является наиболее распространенным. Основное внимание уделяется двух- и трехмерным системам с распределенными параметрами, поскольку одномерные системы в природе и технике играют, как правило, ограниченную роль активных линий передачи, тогда как возможности двух- и трехмерных сред оказываются значительно шире.

ре. Упор на распределенные системы связан с простотой реализации и описания. что весьма существенно, когда речь идет о больших системах.

Приведем соображения, которые делают автоволновые среды интересным объектом для твердотельной физики и электроники.

Во-первых, недавние успехи в экспериментальном изучении некоторых химических систем такого типа [7, 27] привели к обнаружению ряда нетривиальных автоволновых явлений. Исследованы разнообразные нелинейные концентрационные волны, в том числе уединенные, волны переключений, спиральные волны (ревербераторы), особые динамические образования, получившие название ведущих центров, статические расслоения — пространственные диссипативные структуры, расслоения на фоне автоколебаний и т.д. Перенос этих явлений в физику твердого тела, а также обнаружение новых явлений, предсказанных теоретически и в машинных экспериментах (см., например, [27, 151 — 157]) могли бы существенно расширить элементную базу современной вычислительной техники, которая уже не раз проявляла большой интерес к различного рода нелинейным объектам, таким, как домены Ганна, цилиндрические и полосовые магнитные домены, вихри в джозефсоновских контактах и т.д.

Во-вторых, большой интерес представляет возможность аналогового моделирования с помощью твердотельных систем процессов в таких биологических объектах, как нейроны, нейронные сети, сердечные мышцы и т.д.

В-третьих, важное значение может иметь создание новых типов памяти с использованием автоволновых сред. В автоколебательном режиме, как известно [102], такая среда обладает свойствами динамической памяти — она способна запоминать локальное возмущение фазы колебаний. В этом режиме память является кратковременной, так как в течение нескольких периодов автоколебаний исходное возмущение расплывается [158]. Изучение свойств квазипостоянной памяти на основе автоволновой среды проводилось в работах [155 — 157], где предложено использовать для записи информации контрастные диссипативные структуры. Эта память может иметь активный характер. Она способна усиливать пространственный сигнал, отфильтровывать низкие пространственные

гармоники, выделять контуры фигур, углы и другие информативные признаки, регенерировать утраченные элементы записи.

Интересными возможностями при записи информации облагают системы с большим числом устойчивых состояний каждого элемента среды (полистабильные среды) [159-160]. Использование автоволновых систем для голографической записи информации обсуждалось в работах [13-16]. Далее, в режиме бегущих импульсов возбуждения автоволновая среда может быть применена для "ощупывания" изображений [17], преобразования подобия, подчеркивания характерных признаков изображения, перекодирования контуров фигур во временную последовательность импульсов, усиления и визуализации изображения, создания управляемых дифракционных решеток.

В-четвертых, в настоящее время развивается теория однородных вычислительных структур, которые по существу являются автоволновыми средами с встроенной распределенной памятью, регистрирующей предысторию функционирования каждого элемента среды и влияющей на текущий отклик элемента на внешнее воздействие (см. например, [1*]). Трехмерные системы такого типа близки к обобщенным перцептронам - нелинейным многорядным устройствам с перекрестными связями между элементами и памятью. Машинные эксперименты с дискретными моделями этого класса из малого числа элементов (порядка 10^2) указывают на их высокую пластичность и способность к обучению. Экспериментальное развитие этого направления, т.е. физическая реализация больших трехмерных автоволновых систем с распределенной памятью, представляется исключительно важной и перспективной задачей.

Современная физика твердого тела, оптика, электроника, оптоэлектроника предоставляют широкие возможности для создания больших распределенных автоволновых систем, которые аналогичны системам, изучаемым в биологии и химии.

В данной работе приводится краткий обзор ряда моделей твердотельных автоволновых сред. Основное внимание сосредоточено на доказательстве существования в любом физически малом объеме каждой из рассмотренных систем автоколебательного, ждущего или триггерного режимов. Отсутствие внешнего контура, навязывающего всем элементам

единые условия работы, а также наличие связей между элементами позволяет говорить при этом об автоволновой среде. Во всех рассмотренных ниже случаях связи являются диффузионными.

КОНЦЕНТРАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

1. Модель с использованием примесного моттовского фазового перехода [163]. В модели используется пленка полупроводника с одним типом доноров, энергия связи которых ΔE линейно зависит от концентрации электронов n в зоне проводимости

$$\Delta E = \Delta E_0 \left(1 - \frac{n}{n_0}\right), \quad (1)$$

где ΔE_0 — исходная энергия связи электрона на доноре, n_0 — критическая концентрация зонных электронов, соответствующая исчезновению примесного уровня. Такая зависимость $\Delta E(n)$ возникает, например, при учете дебаевского экранирования примесного потенциала свободными носителями за ряда [2*, 164]. Вся система однородно освещается интенсивным светом, вызывающим переходы из валентной зоны в зону проводимости. Предполагается, что обеспечен надлежащий теплоотвод и существенного разогрева пленки не происходит.

Увеличение концентрации n за счет фотовозбуждения ведет к уменьшению энергии ΔE и росту теплового выброса электронов с примесного уровня. Это приводит к дальнейшему уменьшению ΔE , росту n и т.п. При подходящем выборе параметров полупроводника и интенсивности освещения может возникнуть лавинообразное нарастание концентрации электронов в зоне и исчезновение примесного уровня. Процесс межзонной рекомбинации возвращает систему в исходное состояние, после чего возбуждение может повторяться. Система описывается уравнениями кинетики электронов в зоне проводимости и на уровнях и кинетики дырок в валентной зоне с учетом зависимости $\Delta E(n)$

$$\frac{dn}{dt} = \beta \alpha I - \gamma_n n (M - m) + \gamma_n m N_{cn} - \gamma_0 n p, \quad (2)$$

$$\frac{dm}{dt} = \gamma_n n(M-m) - \gamma_n m N_{cM} - \gamma_p m p + \gamma_p P_{vM}(M-m), \quad (3)$$

$$\frac{dp}{dt} = \beta \mathcal{E} I + \gamma_p P_{vM}(M-m) - \gamma_p m p - \gamma_0 n p, \quad (4)$$

$$m + n = M + p, \quad (5)$$

где I - интенсивность света, \mathcal{E} - коэффициент поглощения света, β - квантовый выход, $\gamma_n, \gamma_p, \gamma_0$ - коэффициенты рекомбинации, $N_{cM} = N_c \exp(-\Delta E/T)$, $P_{vM} \exp[-(E_g - \Delta E)/T]$ - эффективные плотности состояний в зонах, приведенные к уровню центров, M - концентрация донорных центров, m - концентрация электронов на донорах, n, p - концентрации электронов и дырок в зонах, E_g - ширина запрещенной зоны полупроводника.

Одно из уравнений (2)-(4) в силу условия электронейтральности (5) является следствием двух других. Исключая переменную m , получаем систему двух уравнений:

$$\frac{dn}{dt} = \beta \mathcal{E} I + \gamma_n [n p - n^2 + (M + p - n) N_{cM}] - \gamma_0 n p, \quad (6)$$

$$\frac{dp}{dt} = \beta \mathcal{E} I + \gamma_p [n p - p^2 - (P_{vM} + M) p + P_{vM} n] - \gamma_0 n p. \quad (7)$$

Уравнения (6), (7) в сочетании с (1) можно отнести к любому физически малому элементу среды. При наличии неоднородностей n и p уравнения должны быть дополнены членами, учитывающими диффузию частиц, если не нарушается локальная электронейтральность.

После введения безразмерных переменных

$$x = n/M, \quad x_0 = n_0/M, \quad y = p/M, \quad \tau = \beta \mathcal{E} I t/M,$$

$$\varepsilon = \beta \mathcal{E} I / \gamma_0 M^2, \quad \xi = N_c/M, \quad \eta = P_v \exp(-E_g/T)/M,$$

$$\theta = \gamma_0 / \gamma_n, \quad \alpha = \Delta E_0 / T_0 T, \quad \chi = \gamma_0 / \gamma_n$$

при выполнении реализуемых неравенств

$$\chi \ll \varepsilon - \theta \ll 1; \quad x, y \sim 1; \quad \eta \exp[\alpha(1 - T_0)]; \quad \xi \exp[\alpha(1 - T_0)] \lesssim 1 \quad (8)$$

уравнения (6), (7) принимают вид

$$\varepsilon \frac{dx}{d\tau} = \xi \exp[\alpha(x - T_0)](1 + y - x) + x(y - x), \quad (9)$$

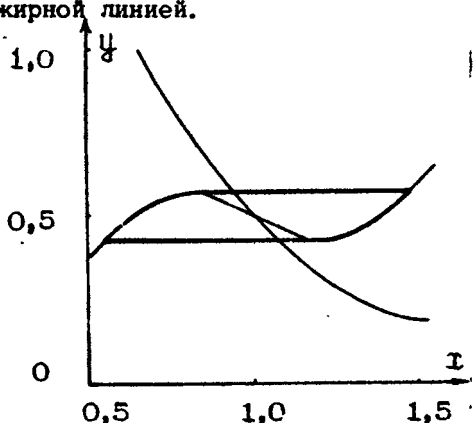
$$\frac{dy}{d\tau} = 1 - \frac{\theta}{\varepsilon} xy, \quad (10)$$

где в соответствии с требованиями метода квазистационарных концентраций все члены в правых частях — порядка единицы и перед одной из производных стоит малый параметр.

На рис.1 приведены нуль-изоклины уравнений (9), (10) в частном случае, когда $\xi \exp[\alpha(1 - T_0)] = 1, \varepsilon = 2^{-1} \theta$.

Стационарная точка при этом имеет координаты $x_* = 1, y_* = 1$.

При выполнении неравенства $5 < \alpha < 7$ точка (x_*, y_*) лежит на падающем участке немонотонной нуль-изоклины и является неустойчивой. В таком случае система уравнений (9), (10) имеет предельный цикл, отмеченный на рис.1 жирной линией.



Р и с. 1. Нуль - изоклины модели с использованием примесного моттовского фазового перехода в полупроводнике

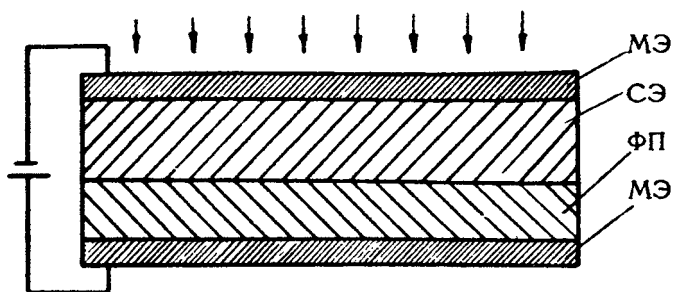
Если выбрать $\lambda = 6$, $I_0 = 1,45$, $\Delta E_0 \approx 9T$, $N_c \approx e^3 M$, то при $T \approx 30K$, $E_0 \approx 1$ эВ, $N_c \approx 10^{18} \text{ см}^{-3}$, $\beta \approx 1$, $\varphi \approx 10^4 \text{ см}^{-1}$, $\gamma_0 \approx 10^{11} \text{ см}^3 \text{ с}^{-1}$, получаем $\Delta E_p \approx 0,27$ эВ, $M \approx 10^{17} \text{ см}^{-3}$, $I \approx 10^{19} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$. Требуемая мощность излучения $W \approx 1 \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$. Характерные частоты автоколебаний определяются рекомбинационными временами, которые в различных полупроводниках могут быть $10^{-4} - 10^{-8} \text{ с}$. Очевидно, что в рассмотренной системе может существовать и ждущий режим, когда точка (I_*, φ_*) находится вблизи области неустойчивости. Характерные пространственные масштабы в такой системе определяются диффузионными длинами и могут быть $10^{-4} - 10^{-2} \text{ см}$ в различных полупроводниках.

2. Модель полистабильной среды с использованием интерферометра Фабри-Перо [160]. Среда имеет вид четырех - слойного сэндвича (рис.2) и состоит из плоских металлических электродов (МЭ), между которыми находятся слой сегнетоэлектрика (СЭ) и слой фотопроводника (ФП). Вся система однородно освещается через прозрачный электрод со стороны сегнетоэлектрика и включена в цепь, создающую напряжение между электродами. Свет должен по частоте соответствовать области фоточувствительности полупроводника и быть монохроматическим. Световой поток, прошедший через интерферометр в фотопроводник, определяется выражением

$$I = \frac{I_0}{\frac{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2}{(1 - R_1)(1 - R_2)} + \frac{4 \sqrt{R_1 R_2}}{(1 - R_1)(1 - R_2)} \sin^2 \left(\frac{2\pi \sqrt{\epsilon} l}{\lambda} \right)}, \quad (11)$$

где I_0 - поток на входе интерферометра, $R_{1,2}$ - коэффициенты отражения на границах интерферометра, l - толщина пластины сегнетоэлектрика, ϵ - его диэлектрическая проницаемость, λ - длина волны света. Поглощение в интерферометре не учитывается.

При освещении системы в полупроводнике возрастает концентрация свободных носителей и происходит перераспределение напряжения на структуре, поле в сегнетоэлектрике возрастает. Вследствие электрооптического эффекта меняется величина $\sqrt{\epsilon} |E|$, что ведет к изменению светового потока,



Р и с. 2. Схематическое устройство полистабильной системы с интерферометром Фабри-Перо из сегнетоэлектрика

прошедшего через интерферометр. При не слишком малых по сравнению с единицей коэффициентах $R_{1,2}$ колебания светового потока могут быть значительными. Изменение светового потока влияет на фотопроводник, напряжение на системе снова перераспределяется и т.д. Если пренебречь инерционностью отклика сегнетоэлектрика, что практически всегда оправдано, то точечную модель системы можно записать в виде

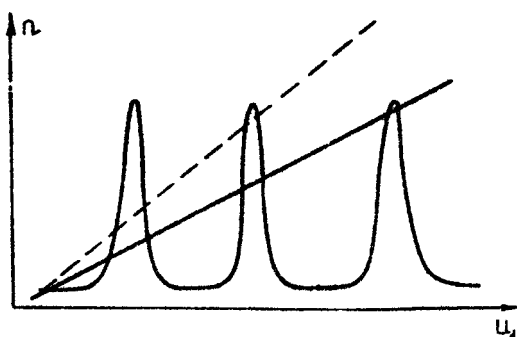
$$\frac{dn}{dt} = \beta \mathcal{E} I(u_1) - \frac{n}{\tau}, \quad (12)$$

$$(c_1 + c_2) \frac{du_1}{dt} = - \left[u_1 - \frac{u_0 \gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2(n)} \right] \left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2(n)} \right), \quad (13)$$

где n - концентрация фотоэлектронов, u_0 - падение напряжения на всей толще системы; u_1 - падение напряжения на сегнетоэлектрике; β - квантовый выход фотопроводника; \mathcal{E} - его коэффициент поглощения света; I - световой поток, прошедший в фотопроводник, определяется формулой (11); $c_{1,2}$ - емкости единицы площади сегнетоэлектрика и полупроводника, $\gamma_{1,2}$ - соответствующие поперечные сопротивления единицы площади. Сопротивление фотопроводника $\gamma_2 \sim n^{-1}$.

Примерный вид нуль-изоклины уравнений (12), (13) показан на рис.3 при $R_{1,2} \ll 1$ и $\gamma_2(n) \gg \gamma_1$. В обратном

Р и с. 3. Нуль - изоклины полистабильной системы с сегнето - электрическим интерферометром



пределе $\tau_2 \ll \tau_1$ вторая нуль-изоклина превращается в вертикальную прямую. В такой системе в зависимости от хода второй нуль-изоклины, регулируемого напряжением U_0 , число стационарных точек может меняться от одной до многих, причем устойчивые фокусы или узлы чередуются с седлами. Расстояние между пиками по оси U_1 (рис.3) определяется полуволновым напряжением сегнетоэлектрика. Высота пиков регулируется интенсивностью света. Характерные времена системы определяются процессами рекомбинации и установления в электрической цепи, следовательно, система может быть быстрой. Пространственные масштабы определяются длинами диффузии частиц и поля вдоль системы. Стационарные волны и их взаимодействие в таких полистабильных системах должны отличаться большим разнообразием.

ТЕРМОКОНЦЕНТРАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ [163, 165-167]

В одном из вариантов термоконцентрационной системы в пленке полупроводника с толщиной d при однородном освещении рождаются электронно-дырочные пары и электроны быстро захватываются на ловушки. Рекомбинация идет только между зонными состояниями. Предполагается также, что имеется резервуар равновесных дырок с концентрацией, большей, чем концентрация неравновесных носителей. Выделяющееся при рекомбинации тепло греет пленку, обменивающуюся теплом с подложкой.

Кинетика электронов в такой пространственно-однородной системе описывается уравнениями

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{n}{\tau_0} - \frac{n}{\tau_t} + \frac{n_t}{\tau_B} + \beta \mathcal{E} I, \quad (14)$$

$$\frac{dn_t}{dt} = -\frac{n_t}{\tau_B} + \frac{n}{\tau_t}, \quad (15)$$

где n - концентрация неравновесных носителей в зоне проводимости, причем $n \gg n_0(T)$ - концентрации равновесных зонных электронов, n_t - концентрация электронов на ловушках (концентрация ловушек $N_t \gg n_t$), обозначения β, \mathcal{E}, I - как в предыдущем разделе, τ_0 - время межзонной рекомбинации, τ_t и τ_B - времена захвата на ловушки и выброса с них соответственно. Энергия связи электрона на ловушке $\mathcal{E}_t \ll E_g$ (E_g - ширина запрещенной зоны полупроводника). Если параметр $\tau_{0t} / \tau_B \ll 1$, $\tau_{0t}^{-1} = \tau_0^{-1} + \tau_t^{-1}$, можно пренебречь производной в уравнении (14) и выразить n через n_t . В результате остается только одно уравнение для n_t

$$\frac{dn_t}{dt} = -\varphi \frac{n_t}{\tau_B} + \beta \mathcal{E} I \frac{\tau_{0t}}{\tau_t}, \quad (16)$$

$$\varphi = 1 - \frac{\tau_{0t}}{\tau_t}.$$

При каждом акте рекомбинации выделяется тепло γ , играющее существенную роль в модели, поэтому добавим к (16) уравнение теплового баланса тонкой в тепловом отношении пленки

$$c\rho \frac{dT}{dt} = \gamma \varphi \frac{n_t}{\tau_B} + \beta \mathcal{E} I \gamma \varphi - \frac{\delta}{d} (T - T_0), \quad (17)$$

где c, ρ - теплоемкость и плотность материала пленки, δ - коэффициент теплопередачи между пленкой и подложкой, T_0 - температура подложки.

Уравнения (16), (17) с учетом нелинейной температурной зависимости $\tau_B = \tau_B^0 \exp(E_t/T)$ и образуют интересную

ющую нас модель. Отметим, что точно такая же модель встречается при описании термокинетических химических систем [168].

Система (16), (17) всегда имеет единственную особую точку

$$n_{t*} = \beta \mathcal{E} I \bar{\varphi} \frac{\tau_{0t}}{\tau_t} \tau_B(T_*), T_* = T_0 + \gamma \beta \mathcal{E} I \frac{\tau_{0t}}{c\rho}, \quad (18)$$

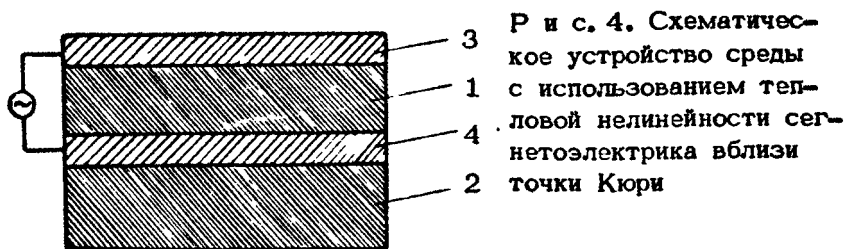
которая является неустойчивым узлом или фокусом при выполнении условия

$$1 + \frac{\tau_{0t}}{\tau_B(T_*)} \varphi - \frac{\tau_{0t}}{\tau_B(T_*)} \varphi \frac{\gamma n_{t*}}{c\rho T_*^2} E_t < 0, \quad (19)$$

где $\tau_{0t} = c\rho d/\delta$ - характерное время остывания пленки. Для рассматриваемой модели в работе [168] доказано существование на фазовой плоскости (n_t, T) прямоугольника без контакта. При этом, как известно, у системы существует по крайней мере один устойчивый предельный цикл, если особая точка неустойчива. Приведем количественный пример. Пусть $T_0 = 4 \cdot 10^2 \text{ К}$, $T_0 = 80 \text{ К}$, $\gamma = 2 \text{ эВ}$, $c = 5 \cdot 10^{-2} \text{ кал} \cdot \text{г}^{-1} \cdot \text{х град}$, $\rho = 2,2 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, $d = 10^{-4} \text{ см}$, $\mathcal{E} = 10^4 \text{ см}^{-1}$, $\beta = 1$, $\tau_B^0 = 10^{-6} \text{ с}$, $\tau_{0t} = 10^{-1} \text{ с}$, $\tau_{0t}/\tau_t = 0,1$. Тогда неустойчивость наступает при $I \approx 10^{17} \text{ см}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$, что соответствует мощности накачки $W \approx 10^{-2} \text{ Вт} \cdot \text{см}^{-2}$. При этом $T_* = 86 \text{ К}$, $\tau_B(T_*) = 2 \cdot 10^{-1} \text{ с}$, $n_{t*} \approx 2 \cdot 10^{19} \text{ см}^{-3}$.

Анализ этой же модели в условиях, когда наряду с безизлучательной рекомбинацией существенную роль играет излучательная, проведенный в [169], показывает возможность существования в системе триггерного режима.

В другом варианте термоконцентрационной системы используется полупроводник с температурной зависимостью времени рекомбинации фотоэлектронов $\tau(T)$ и подвижности $\mu(T)$, приведенными в работе [165]. Условия в системе близки к предыдущим, только разогрев осуществляется за счет джоулева тепла, выделяющегося в заданном однородном электрическом поле; направленном перпендикулярно плоскости системы.



ТЕПЛОВЫЕ СИСТЕМЫ [159,160,170,171]

Один из вариантов системы схематически изображен на рис.4. Пластина сегнетоэлектрика 1 с тонкими металлическими электродами 3-4 находится в тепловом контакте с пластиной 2 из любого теплопроводящего материала. Температура окружающей среды T_0 ниже температуры Кюри сегнетоэлектрика и близка к ней. К электродам 3-4 прикладывается переменное напряжение с частотой $10^3 - 10^6 \text{ с}^{-1}$, которое вызывает разогрев пластины 1, причем используется резонансная зависимость выделяемой мощности от температуры, связанная с известным пиком в мнимой части диэлектрической проницаемости ϵ'' в сегнетоэлектриках вблизи температуры Кюри. Пластина 2 играет роль тепловой нагрузки. Обе пластины считаются тонкими по сравнению с характерными длинами теплопроводности. Баланс тепла в такой системе в пренебрежении нагревом электродов описывается двумя связанными уравнениями теплопроводности

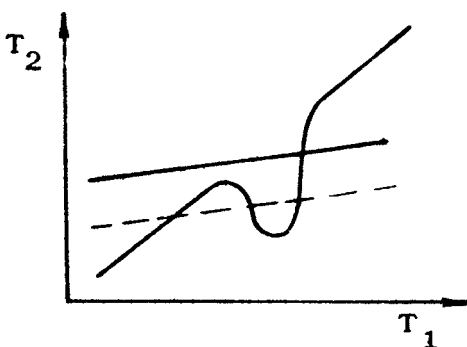
$$\rho_1 \frac{\partial T_1 c_1(T_1)}{\partial t} = p(T_1) - \frac{\delta_{12}}{d_1} (T_1 - T_2) - \frac{\delta_{10}}{d_1} (T_1 - T_0) + \mathcal{P}_1 \Delta_{11} T_1, \quad (20)$$

$$c_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = - \frac{\delta_{12}}{d_2} (T_2 - T_1) - \frac{\delta_{20}}{d_2} (T_2 - T_0) + \mathcal{P}_2 \Delta_{11} T_2, \quad (21)$$

где $c_{1,2}$ - удельные теплоемкости пластин, $\rho_{1,2}$ - их плотности; δ_{ik} - коэффициент теплопередачи для разных тепловых контактов; $d_{1,2}$ - толщина пластин; $\mathcal{P}_{1,2}$ - коэффициенты

теплопроводности; $\rho(T_1)$ - мощность, выделяемая при действии высокочастотного поля; Δ_{11} - двумерный оператор Лапласа, действующий в плоскости системы. Вблизи температуры Кюри следует учитывать зависимость теплоемкости $c_1(T_1)$ от температуры в случае фазового перехода II рода или скрытую теплоту в случае перехода I рода.

Р и с. 5. Нуль - изоклины тепловой системы с сегнетоэлектриком



Стационарные однородные решения уравнений (20), (21) дают на фазовой плоскости (T_2, T_1) две пересекающиеся кривые (рис.5). При изменении температуры T_0 , подводимой мощности и условий теплоотвода возможны случаи, когда число стационарных решений меняется от одного до трех. Пересечение нуль-изоклин на падающем участке немонотонной нуль-изоклины дает седловую точку, другие пересечения соответствуют устойчивым узлам. Таким образом, в системе возможны ждущий и триггерный режимы. Связи между элементами среды осуществляются за счет продольной диффузии тепла.

Подчеркнем, что можно создать объемную среду из большого числа структур, сложенных в виде стопы и связанных друг с другом тепловыми потоками. Визуализация автоволновых процессов в такого рода системах легко может быть достигнута за счет температурной зависимости показателя преломления сегнетоэлектрика.

Из сказанного ясно, что для создания тепловой автоволновой среды подходит любой механизм, дающий в уравнении (20) источник $\rho(T)$ с достаточно большим максимумом или скачком по температуре. Подходящим является поглощение интенсивного света в полупроводнике в области начала меж-

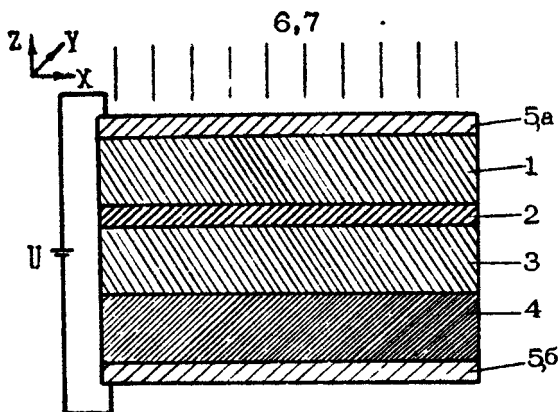
зонных переходов с учетом температурной зависимости края поглощения [172], можно использовать температурную зависимость линий однородного и неоднородного ферромагнитного резонанса [159], сдвигающиеся по температуре интенсивные линии экситонного поглощения. В работе [170] проведено детальное исследование случая, когда требуемая нелинейность $\beta(T)$ определяется развитием в собственном полупроводнике обратимого оптического теплового пробоя под действием интенсивного лазерного излучения, поглощающегося на свободных носителях.

АВТОВОЛНОВАЯ СРЕДА С ПАМЯТЬЮ НА ОСНОВЕ СТРУКТУРЫ СЕГНЕТОЭЛЕКТРИК-ПОЛУПРОВОДНИК [172]

Схематическое изображение структуры представлено на рис.6. Четырехслойная система из сегнетоэлектрика 1, поляроида 2, фотопроводников 3 и 4 помещена между прозрачными электродами 5, а, б, к которым подведено напряжение U . На всю систему перпендикулярно ее поверхности со стороны сегнетоэлектрика падает линейно поляризованный свет 6 с длиной волны из области чувствительности фотопроводника 3, полностью поглощающийся в нем, а также свет 7 с длиной волны из области чувствительности фотопроводника 4, не поглощающийся в слое 3 и поляризованный ортогонально относительно света 6. В отсутствие возбуждения через поляририд проходит только свет 6.

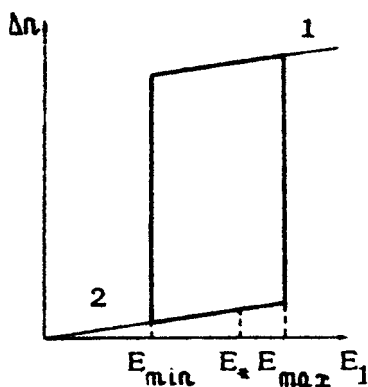
Сегнетоэлектрик 1 должен обладать вблизи точки Кюри гистерезисом двойного лучепреломления по температуре и электрическому полю, что характерно для фазовых переходов 1 рода. Предполагается также, что сегнетоэлектрическая ось перпендикулярна плоскости системы и не совпадает с оптической осью. Фотопроводник 4 отличается от фотопроводника 3 тем, что в 4 используется эффект замороженной фотопроводимости [3*], обеспечивающий anomalно большие времена жизни носителей заряда. Кроме того, предполагается, что при фотовозбуждении в полупроводнике 4 происходит быстрый захват носителей одного знака на неподвижные центры, в результате чего неоднородное распределение

концентрации фотовозбуждений не рассеивается из-за диффузии. Эти свойства полупроводника 4 позволяют использовать его как постоянную память.



Р и с.6. Схематическое устройство автоволновой среды с распределенной памятью на основе структуры сегнетоэлектрик-полупроводник

Перейдем теперь к качественному описанию функционирования системы. Пусть в невозбужденном состоянии сегнетоэлектрик находится в парафазе при напряженности поля E_* (рис.7). Такое состояние достигается выбором толщины сегнетоэлектрика d_1 , фотопроводников d_3 и d_4 и интенсивности света 6. Возбуждение в системе создается, например, кратковременным увеличением интенсивности света 6 в некоторой области поверхности сегнетоэлектрика. При этом в возбужденной области фотопроводника 3 увеличивается концентрация N носителей заряда, на всей толще структуры происходит перераспределение потенциала и поле E_1 в сегнетоэлектрике возрастает. Если величина E_1 станет больше $E_{\text{пдт}}$ поля, отвечающего правому краю гистерезисной петли, освещенная область скачком перейдет в сегнетофазу (рис.7), скачком возрастут также спонтанная поляризация P и разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей Δn . Увеличение Δn вызовет поворот плоскости поляризации света 6 и 7, такой, что свет 6 перестанет



Р и с. 7. Гистерезис показателя преломления сегнетоэлектрика в электрическом поле

проходить через поляризатор 2, а свет 7 будет пропущен. Отсечка света 6 вызовет уменьшение концентрации носителей в полупроводнике 3 вследствие рекомбинации и уменьшение поля в сегнетоэлектрике. Начнется движение системы по верхней границе петли гистерезиса влево, которое будет продолжаться до точки обратного срыва E_{min} . В то же время будет происходить разрастание зародыша сегнетофазы в метастабильной парафазе. Когда напряженность поля в области первоначального возбуждения достигнет величины E_{min} , в ней произойдет восстановление парафазы. Граница восстановленной зоны — задний фронт волны возбуждения — должна с некоторым запаздыванием, определяемым параметрами системы, следовать за передним фронтом. В области восстановленной парафазы свет 6 начнет проходить и создавать свободные носители в фотопроводнике 3, при этом поле E_1 будет возрастать, пока не достигнет исходного значения E_* . Распространяющийся слой сегнетофазы дойдет до границ системы, где возмущение затухнет.

Рассмотрим теперь влияние света 7, поглощающегося в фотопроводнике 4. Поляризатор открывается для него в тех областях, где существует возбуждение. Свет 7 увеличивает концентрацию электронов в фотопроводнике 4 и, следовательно, изменяет напряженность поля E_1 . Выбором толщины d_3 , d_4 и интенсивности света 7 можно добиться малого уменьшения разности $E_{max} - E_*$ при каждом прохождении возбуждения. Таким образом, фотопроводник 4 суммирует прираще-

ния концентрации в каждой малой области среды и надолго фиксирует результат. В местах прохождения импульсов происходит постепенное долговременное понижение порога возбуждения $E_{\text{пдт}} - E_*$. Области с пониженным порогом в дальнейшем легче возбуждаются (по этим участкам фронт возбуждения - межфазная граница - распространяется с большей скоростью). Неоднородность скорости должна влиять на пространственную форму импульсов, и таким способом может осуществляться активное влияние памяти на формирование узора возбуждения в среде. В результате частого повторения близких узоров должно происходить "проторение путей" и обучение системы различным преобразованиям входных сигналов.

Оценки показывают [172], что параметры рассмотренной системы близки к параметрам существующих оптоэлектронных устройств типа "фототитус" на основе слоистой структуры сегнетоэлектрик-фотопроводник. Среда, аналогичная рассмотренной, может быть создана, если использовать слоистую структуру жидкий кристалл-полупроводник [173].

Рассмотренные примеры говорят о широких возможностях использования физики твердого тела, оптики, электроники, оптоэлектроники при создании разнообразных распределенных автоволновых сред. Твердотельные системы могут обладать широким спектром пространственно-временных характеристик. Существует возможность создания систем, в которых определяющими являются быстрые электронные процессы и которые эквивалентны большим сетям из $10^6 - 10^9$ дискретных элементов.

Первая экспериментальная реализация твердотельной двумерной триггерной среды представлена в работе [174], где использована модель, предложенная в [159].

Л и т е р а т у р а

- 1.^а Кашковский В.Л. Однородные вычислительные системы в среде. Материалы IX Всесоюзной конференции. Ч.1.Киев, Наукова думка, 1975, с.145.
- 2.^а Бонч-Бруевич В.Л. К теории примесных состояний в полупроводниках. - ФТТ, 1959, т.1, с.177-181.
- 3.^а Роуз А. Основы теорий фотопроводимости. М., Мир, 1966, с.189.

Институт радиотехники
и электроники АН СССР

ТЕПЛОВЫЕ ВОЛНЫ И НЕОДНОРОДНЫЕ СТАЦИОНАРНЫЕ СОСТОЯНИЯ В СИСТЕМЕ $Fe + H_2$

В.В.Барелко, В.М.Бейбутян, Ю.Е.Володян,
Я.Б.Зельдович

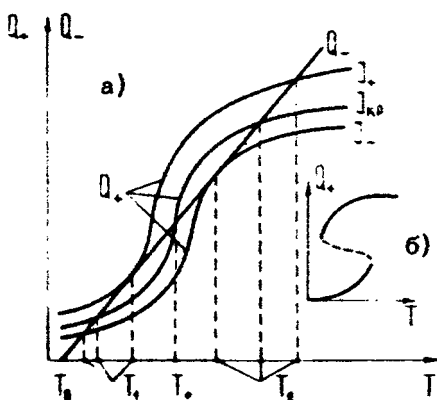
ВВЕДЕНИЕ

Система железо-водород как объект исследования представляет значительный интерес для гетерогенного катализа, поскольку взаимодействие между железом и водородом является одной из элементарных стадий реакции синтеза NH_3 на железном катализаторе [1^{*}]. Данная работа посвящена исследованию особенностей динамического поведения этой системы, возникающих в условиях проведения процесса на железной нити, нагреваемой электрическим током. Использование таких условий весьма распространено в работах по кинетике гетерогенно-каталитических реакций (применительно к изучаемой системе (см., например, работу [2^{**}]). В связи с этим полученные результаты представляют определенную научно-методическую ценность для кинетики гетерогенно-каталитических превращений.

Система $Fe + H_2$ является важным объектом не только в области гетерогенного катализа. Способность железной проволоки, нагреваемой током в среде H_2 и подключенной последовательно к рабочему сопротивлению, стабилизировать ток в этой электрической цепи давно используется в технике и называется эффектом бареттирования. Следует отметить, что работы, посвященные анализу физической природы этого

эффекта и теоретическому рассмотрению процесса бареттирования, практически отсутствуют. Исключением можно считать выполненную более пятидесяти лет назад пионерскую работу Буша [3*]. В ней, вероятно впервые, отмечена возможность существования в распределенной физико-химической системе (на проволочке) неоднородных по температуре устойчивых стационарных состояний (диссипативных структур). Вывод о том, что именно с возникновением таких структур связан эффект стабилизации тока, был абсолютно правильным, однако механизм стабилизации не был вскрыт. Это, в частности, не позволило автору получить связь основных характеристик бареттера (тока и ширины зоны бареттирования) с параметрами процесса.

В настоящей работе проводится рассмотрение данного явления на основе изучения процессов распространения нелинейных температурных волн, разделяющих области с высокой и низкой температурой, по нагреваемой электрическим током железной нити, находящейся в среде H_2 (рис.1).



Р и с. 1. Зависимость скоростей тепловыделения Q_+ и теплоотвода Q_- от температуры: а - Q_+ - однозначная функция температуры, б - Q_+ - неоднозначная функция температуры

Показано, что характер распространения волны зависит от режима питания нити. При питании от источника регулируемого тока волна распространяется с постоянной скоростью, при этом последняя может иметь положительные, отрицательные и нулевое значения. Такая волна возникает в ответ на внесенное в систему неоднородное возмущение и переводит ее из одного устойчивого однородного стационарного состояния в другое. При значении тока, отвечающем ну-

левой скорости распространения волны, существует устойчивое неоднородное распределение температуры. При питании проволоочки от источника регулируемого напряжения указанное значение тока поддерживается постоянным в некотором интервале напряжений за счёт изменения соотношений длин горячего и холодного участков проволоочки. Волна в этом случае распространяется с переменной скоростью и представляет собой нестационарный процесс перестройки устойчивой неоднородной структуры. Получены аналитические выражения для тока и ширины зоны бареттирования. Выводы теории подтверждены в экспериментах на стандартных бареттерах.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рассмотрим следующую физическую модель. Нагреваемая электрическим током железная нить диаметра d находится в среде водорода. Условия теплообмена нити со средой однородны по всей ее длине. Для простоты положим, что интенсивность теплообмена Q_{\pm} линейно связана с температурой нити и характеризуется значением коэффициента теплоотдачи α , не зависящем от температуры^{*}). Распределением температуры по сечению нити пренебрегаем. Будем считать, что нить греется электрическим током, поступающим от источника регулируемого тока (ток является варьируемым параметром задачи). В этих условиях уравнение теплового баланса нити можно записать в виде

$$c_p \frac{dT}{dt} = \lambda \frac{d^2 T}{dx^2} + \Phi(T), \quad (1)$$

где

$$\Phi(T) = Q_+ - Q_-, \quad Q_+ = I^2 R_4 / \pi d^2, \quad Q_- = 4\alpha d^{-1} (T - T_0),$$

^{*}) Следует указать, что для теории рассматриваемых ниже явлений может оказаться принципиальной нелинейность реального закона теплоотдачи от железной проволоки в водородной среде. Этот вопрос требует специального изучения и выходит за рамки данной работы.

I - сила тока; c, ρ, λ - соответственно теплоемкость, плотность, теплопроводность железа, R - электросопротивление единицы длины нити, T и T_0 - температуры нити и окружающей среды. Зависимость $R = R(T)$ для железной проволоочки, находящейся в среде водорода, нелинейна и имеет характерный S-образный вид [3*-5*]. (Краткий анализ возможных причин возникновения этой особенности будет проведен отдельно в соответствующей части данной статьи).

Как было показано в работах [3*-5*], в случае $Q_+(T)$ указанного вида уравнение (1) может иметь несколько стационарных однородных решений. Иными словами, в сосредоточенной системе, которая описывается уравнением (1) без кондуктивного члена $\lambda \partial^2 T / \partial x^2$, возможно появление области параметров, в которой нить может существовать в двух устойчивых стационарных состояниях, различающихся по температуре. Эта ситуация иллюстрируется рис. 1,а, на котором дано графическое определение стационарных однородных решений уравнения (1), т.е. $\Phi(T) = 0$. Из него видно, что в интервале токов $I_+ > I > I_-$ (при фиксированных α и T_0) стационарный и устойчивый режим работы нити может соответствовать двум температурам T_1 и T_2 , между которыми лежит значение T_* , соответствующее неустойчивому стационарному состоянию по отношению к малым однородным возмущениям. Если в ходе опыта, начатого в низкотемпературном режиме T_1 , осуществлять плавное увеличение силы тока, то при достижении значения $I = I_+$ система скачком (одновременно по всей длине нити) перейдет в режим T_2 . При обратном движении скачок из T_2 в T_1 произойдет при $I = I_-$, т.е. эти переходы имеют гистерезисный характер.

В распределенной системе (описываемой уравнением типа (1)) переход между стационарными состояниями может осуществляться путем послыпного распространения температурной волны, вытесняющей (в зависимости от значений параметров) высокотемпературный, либо низкотемпературный режим. Этот результат был получен ранее применительно к другим физическим системам: межзвездному газу, в котором возможно самораспространение зон различных температурных состояний [77], гетерогенно-каталитическим реакциям окисления на платиновой нити [175-179], процессам кипения на тепловыделяющих поверхностях [73].

Опираясь на полученные в этих работах результаты, проведем рассмотрение автоволновых явлений в нашем случае. Для этого зададим в качестве начальных условий температурный профиль, изменяющийся в некотором произвольном сечении нити скачком от T_1 до T_2 . Этот профиль в течение переходного процесса перестроится в монотонный фронт волны, распространяющейся по нити параллельно самой себе с постоянной скоростью ω . Уравнение, описывающее процесс распространения, имеет (в системе координат, связанной с движущимся фронтом волны) следующий вид:

$$\lambda \frac{d^2 T}{dx^2} - \omega c_p \frac{dT}{dx} + \Phi(T) = 0, \quad (2)$$

$$T(+\infty) = T_1, \quad T(-\infty) = T_2.$$

Доказательство существования и устойчивости решения уравнения (2) в виде бегущей волны проводится аналогично тому, как это было сделано в работе [180] применительно к задачам теории горения. Выражение для скорости волны можно получить аналогично [175], понизив порядок уравнения (2) и проведя интегрирование в пределах T_1, T_2 :

$$\omega = \frac{\int_{T_1}^{T_2} \Phi(T) dT}{c_p \int_{T_1}^{T_2} P(T) dT}, \quad (3)$$

где $P(T) = dT/dx$. Это выражение не дает точного значения ω , пока не решено уравнение (2) и неизвестна функция $P(T)$. Однако ясно, что $P(T)$ по всей ширине фронта имеет постоянный знак, и по этой причине выражение (3) дает информацию о направлении движения волны (т.е. о знаке ω), а также об условии, при котором происходит изменение направления этого движения. Если интеграл $I = \int_{T_1}^{T_2} \Phi(T) dT > 0$, волна движется в сторону заполнения нити высокотемпературным режимом T_2 , если $I < 0$, низкотемпературный режим T_1 постепенно вытесняет высокотемпературный. Равенство $I = 0$ является критическим условием смены направления движения фронта, при котором скорость распространения волны обращается в нуль. Это условие отвечает стационарному состоянию системы, при котором на нити могут устойчиво и стационарно сосуществовать зоны высокотемпературного и низкотемпературного режимов. Укажем, что

подобное условие было получено также применительно к задаче о сосуществовании зон различных температурных состояний межзвездного газа [77]. Таким образом, существует критическое значение тока $I_{кр}$, отвечающее заданным значениям α и T_0 , при котором скорость движения волны обращается в нуль. Возможностью распространения фронта волны в ту или другую сторону в зависимости от того, больше или меньше значение тока по сравнению с $I_{кр}$, рассматриваемый процесс, а также его аналоги [73,77,175-179], существенно отличаются от процессов распространения пламени.

Выражение для скорости волны (ω) можно получить аналитически, используя аналогично [175] кусочно-линейное приближение. Аппроксимируем зависимость сопротивления железа в водородной среде от температуры разрывной функцией следующего вида:

$$\frac{R}{R_0} = \begin{cases} 1 + mT, & T < T_*, \\ (1 + mT) + \Delta, & T \geq T_*; \end{cases} \quad (4)$$

где R_0 - значение сопротивления железа при $T = 0^\circ\text{C}$, m - температурный коэффициент сопротивления, не зависящий от температуры, *) Δ - величина скачка, который испытывает сопротивление железа при некоторой температуре T_* . Тогда функция тепловыделения $\Phi(T) = Q_+ - Q_-$ будет иметь вид

$$\Phi(T) = \frac{4\alpha}{d} \begin{cases} \left(1 - \frac{I^2 R_0 m}{\pi \alpha d}\right) (T_1 - T), & T < T_* \\ \left(1 - \frac{I^2 R_0 m}{\pi \alpha d}\right) (T_2 - T), & T \geq T_* \end{cases} \quad (5)$$

Используя формулы (2), (5), получим выражение для скорости распространения фронта волны в аналитическом виде

$$\omega = 2 \frac{\alpha}{d} \sqrt{\frac{\alpha d}{\lambda} \frac{1-2\theta}{\theta(1-\theta)}} \sqrt{1 - \frac{I^2 R_0 m}{\pi \alpha d}}, \quad (6)$$

) В качестве него может быть взято справочное значение m в интервале температур $0-100^\circ\text{C}$ [6].

где

$$\alpha = \frac{\lambda}{c\rho}, \quad \theta = \frac{T_2 - T_1}{T_2 - T_1}.$$

Как следует из (6), при $\theta < 1/2$ распространяется волна высокотемпературного режима T_2 , а при $\theta > 1/2$ - низкотемпературного T_1 . При $\theta = 1/2$ скорость распространения волны обращается в нуль. Вне интервала $0 < \theta < 1$ автоволновые явления вырождаются, поскольку эти границы соответствуют исчезновению неединственности стационарных состояний рассматриваемой системы. Здесь следует отметить, что вырождение автоволновых явлений происходит также в области параметров, в которой $dQ_+(T)/dT < \alpha$ (в случае непрерывной функции $Q_+(T)$), т.е. в области, где неединственность стационарных состояний вообще не существует.

АВТОВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ В СИСТЕМЕ $F_2 + H_2$ И ЭФФЕКТ БАРЕТТИРОВАНИЯ

Проведенное выше теоретическое рассмотрение позволило раскрыть автоволновую природу эффекта бареттирования и предложить аналитические формулы для расчёта основных параметров бареттирующих ламп. Проведем анализ работы бареттера на основе полученных в первой части результатов.

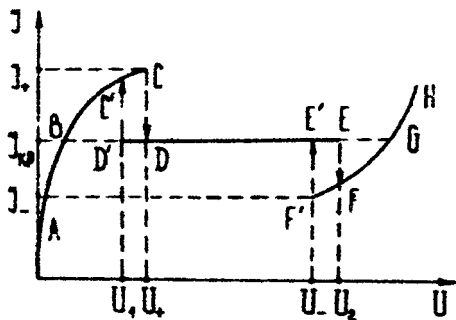
До сих пор рассматривался случай, когда нить питается от регулируемого источника тока. Если же питание производится от регулируемого источника напряжения, т.е. варьируемым параметром является уже не I , а U , процесс характеризуется новыми качественными особенностями. В этом случае вместо уравнения (1) необходимо рассматривать систему

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + I^2 R(T) \frac{4}{\pi d^2} - \frac{4\alpha}{d} (T - T_0), \quad (7)$$

$$I = U / \int_{-l}^l R(T) dx,$$

где $2l$ - длина нити. В этом случае скорость волны будет уже не постоянной, а переменной величиной. Пусть, например,

величина тока I , текущего через проволочку, находящуюся в состоянии T_1 , превысит $I_{кр}$. В этом случае при внесении в систему локального возмущения пойдет волна, и нить будет переходить в состояние T_2 . По мере расширения высокотемпературной зоны интегральное сопротивление проволочки \bar{R} возрастает, что приводит к снижению I и, следовательно, обуславливает монотонное падение ω . Когда значение I упадет до $I_{кр}$, фронт прекратит свое движение. Таким образом, нить окажется разбитой на участок с высокой температурой T_2 и большим сопротивлением $\bar{R}(T_2)$ и участок сравнительно холодный с малым сопротивлением $\bar{R}(T_1)$. При увеличении U будут меняться длины участков и, следовательно, суммарное сопротивление R нити, но не изменится сила тока $I_{кр}$, при которой горячий и холодный участки сосуществуют. Значит пока высокотемпературная зона не заполнит всю проволочку, система будет работать как стабилизатор I , поддерживая его значение, равное $I_{кр}$. При уменьшении U описанный процесс автоволновой подстройки по I реализуется аналогичным образом. Таким образом, на вольт-амперной характеристике (ВАХ) нити будет участок, внутри которого I не зависит от U , приложенного к нити^{*)}. Максимальная величина этого участка (ширина зоны бареттирования) $\Delta U = U_2 - U_1 = I_{кр} [\bar{R}(T_2) - \bar{R}(T_1)]$ (рис.2).



Р и с. 2. ВАХ распределенной системы

*) Следует отметить, что нелинейность температурной зависимости может привести к наличию пологого участка на ВАХ и в области вырождения автоволновых явлений, однако процесс точной автоматической стабилизации I в этих условиях не будет реализовываться.

В реальных условиях ветвь GFF' не реализуется из-за наличия холодных концов. Ветвь $BC'C$ также можно исключить внесением локального перегрева нити. В этом случае ВАХ будет иметь вид $ABGH$. Если возмущения отсутствуют, неизбежен проскок за границу бареттирования до значения $I_+(U_+)$ [$I_-(U_-)$], отвечающего условию интегрального воспламенения (погасания) нити при движении по U снизу (сверху). Таким образом, ветвь ABC ($F'GH$) отвечает стационарному однородному распределению T по длине нити, устойчивому к малым интегральным возмущениям. В точке $C(F')$ это стационарное состояние теряет устойчивость, и система скачком переходит на ветвь $D'E$, отвечающую стационарному неоднородному распределению T . Обратный переход с ветви $D'E$ на ветвь ABC (или $F'GH$) будет происходить при значении I , не совпадающем с U прямого перехода (рис.2, стрелки DC' , EF), т.е. эти процессы имеют гистерезисный характер. Стационарные состояния, отвечающие ветви DE' , устойчивы как к однородным (интегральным), так и к неоднородным (локальным) возмущениям.

В рамках кусочно-линейного приближения ^{*}(5) легко получить выражения для основных характеристик бареттера. Величина I бареттирования имеет вид

$$I_{кр} = \sqrt{\pi \alpha d (T_* - T_0) / R_0 \left[(1 + m T_*) + \frac{A}{2} \right]}, \quad (8)$$

ширина зоны бареттирования:

$$\Delta U = 2 I_{кр} R_0 m (T_2 - T_1) l; \quad (9)$$

инерционность бареттера, определяемая как характерное время переходного процесса при скачкообразном повышении (понижении) напряжения на величину $\delta U \ll \Delta U$:

$$\tau = \left| \frac{\delta I}{I_{кр} + \delta I} \frac{R}{R_2 - R_1} \right| \frac{2l}{\omega(I_{кр} + \delta I)}, \quad (10)$$

^{*} Учёт реального вида зависимости $R=R(T)$ конкретного характера теплообмена и т.д. не представляет принципиальных трудностей и может быть сделан при численном интегрировании уравнения (2).

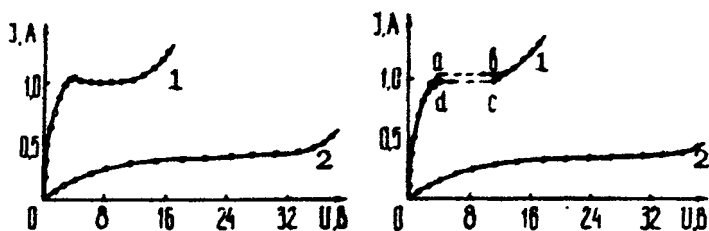
где $\delta I = \delta U / R$ - величина скачка I , $\omega(I_{кр} + \delta I)$ - стационарная ω , рассчитанная для тока $I = I_{кр} + \delta I$, $2l$ - длина нити.

Ширина фронта волны, определяемая как отношение перепада температур $T_2 - T_1$ к максимальному градиенту температуры во фронте:

$$h = d \sqrt{\frac{\alpha d}{\lambda} \left(1 - \frac{I^2 R_0 m}{\pi \alpha d}\right)} 2 \sqrt{\theta(1-\theta)}. \quad (11)$$

Все проведенное выше рассмотрение справедливо, если $h \ll 2l$. Минимальная величина горячего (холодного) участка с $T = T_2$ ($T = T_1$) $\sim 2R$.

Для качественного подтверждения полученных результатов были проведены экспериментальные исследования ВАХ железных нитей в среде H_2 на примерах стандартных бареттеров 1 Б5-9 ($I_{кр} = 1$ А, $U_2 = 9$ В, $U_1 = 5$ В) и 0,35Б17-35 ($I_{кр} = 0,35$ А, $U_2 = 35$ В, $U_1 = 17$ В). На рис.3 представлены ВАХ обоих бареттеров, снятые в режиме питания от источника U . В обоих случаях отмечены области бареттирования, соответствующие паспортным данным. Точность стабилизации бареттера 1Б5-9 1%, бареттера 0,35Б17-35 не выше 20%. В первом случае стабилизация тока сопровождается образованием светящейся зоны высокотемпературного состояния и перемещением ее границы при изменении U , во втором - эти процессы отсутствуют.

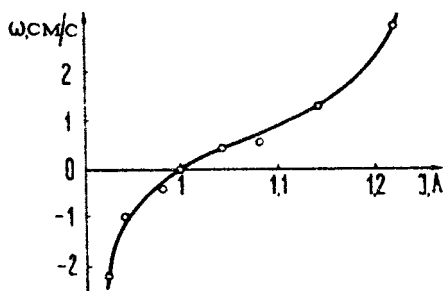


Р и с.3. ВАХ стандартных бареттеров, работающих в режиме питания от источника регулируемого напряжения: 1 - 1Б5-9; 2 - 0,35Б17-35

Р и с.4. ВАХ стандартных бареттеров, работающих в режиме питания от источника регулируемого тока: 1 - 1Б5-9; 2 - 0,35Б17-35

Следовательно, значения параметров ламп таковы, что в первом случае они отвечают области неединственности стационарных состояний, во втором — эта область отсутствует. Это подтверждается видом ВАХ, снятых в режиме питания от источника I (рис.4). ВАХ бареттера 1Б5-9 имеет интервал неединственности. Переходы с одной ветви стационарных состояний на другую, регистрируемые визуально либо электротермографически [7], происходят в виде бегущей волны воспламенения (погасания). Волна воспламенения начиналась локальным разогревом с образованием светящегося пятна, которое распространялось с постоянной ω на всю длину проволочного датчика при некотором постоянном значении I (стрелка ab на рис.4). Волна погасания начиналась с концов датчика и заканчивалась полным исчезновением горячего пятна (стрелка cd на рис.4). Измеренные значения ω по порядку величины совпали с оценкой, полученной из формулы (6) (рис.5).

Р и с. 5. Зависимость скорости распространения фронта волны от величины тока



Скорость распространения фронта волны ω обращается в нуль при $I_{кр} = 1A$, что является значением I бареттирования данной лампы. В соответствии с развиваемыми представлениями критические явления и распространения волны не наблюдались в случае бареттера 0,35Б17-35.

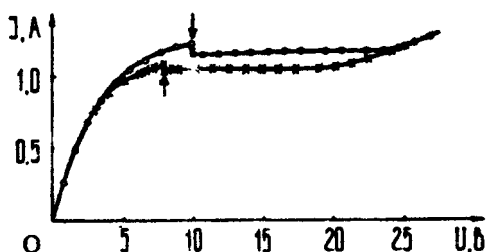
ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Важным вопросом, имеющим прямое отношение к рассматриваемой проблеме, является вопрос о физической природе β -образной нелинейности температурной зависимости электросопротивления железной проволоки в водородной среде. Поскольку, как утверждается в литературе, эта особенность не является собственным свойством чистого железа, а реализуется лишь в водородной среде, можно предположить, что она является отражением фазовых превращений кристаллической решетки железа, сопровождающихся резким изменением содержания растворенного в ней водорода^{*)}. В результате изменяется зависимость $R = R(T)$. Если это соотношение справедливо, то зависимость $R = R(T)$, отражающая фазовый переход, должна иметь более сложный вид, чем использованный выше (рис.1,а). На ней возможно появление участков метастабильных состояний (рис.1,б) подобно, например, кривой Ван-дер-Ваальса. В этом случае возможна реализация автоволновых явлений в изотермических условиях, уже не за счёт теплопроводности, а в результате диффузионного переноса по проволочному элементу зародышей новой фазы. Феноменологическое описание этого явления можно провести аналогично работе [178], посвященной теоретическому исследованию миграционных волн в гетерогенно-каталитических системах. Экспериментальная реализация этого явления представляется весьма перспективной задачей. По-видимому, значение такого рода исследований будет выходить за рамки рассматриваемой системы $Fe + H_2$, поскольку они будут представлять собой пример использования явления бегущих волн в качестве эффективного инструмента изучения механизма и динамики фазовых переходов. Однако указанная

) Известно [7], что при переходе α -железа в γ -железо ($T = 910^\circ C$) растворимость H_2 сильно возрастает. Имеются указания [4,5], что фазовый переход II рода (точка Кюри $T = 770^\circ C$) сопровождается резким изменением температурного коэффициента сопротивления. Возможно, что это тоже связано с резким изменением растворимости H_2 , т.е. температура T_ , рассматриваемая выше, является, по существу, температурой фазового перехода.

особенность источника $\Phi(T)$ уравнения (1) должна обусловить заметное своеобразие и в закономерностях распространения тепловых волн. Как указывалось в [176], в подобном случае следует ожидать расширения области нулевых скоростей движения волны по сравнению со случаем источника S -образного вида. Этот эффект должен обусловить появление гистерезиса на кривой ВАХ, снятой в режиме питания от источника регулируемого напряжения. Иными словами, значения токов стабилизации при движении вверх и вниз по напряжению должны быть различны, при этом первое значение будет больше второго. Нами был получен этот эффект в экспериментах, где снималась ВАХ железной нити, взятой из барреттера 0,85Б5 5,5 5-12 и натянутой по оси цилиндрической ячейки. Результаты представлены на рис.6.

Р и с. 6. Гистерезис тока барретирования ($P_{H_2} = 40$ мм.рт.ст.)



Дальнейшая углубленная проверка высказанных соображений представляет интерес как для катализа, так и для теории фазовых переходов в системах металл-газ.

Л и т е р а т у р а

- 1* Boud G.C. Catalysis by Metals. - Academic Press. New York, 1962.
- 2* Loffler D.G., Schmidt L.D. Kinetics of NH_3 decomposition on iron at high temperatures. - Journal of Catalysis, 1976, 44, p.244.
- 3* Busch H. Über die Erwärmung von Drähten in verdünnten Gasen durch den elektrischen

- Strom. - Ann.Physik, 1921 (4), 64, S.401.
- 4.* Wecke E. Instabile Reaktionszustände bei der heterogenen Katalyse. - Z.Elektrochemie, 1961, 65, S.261.
 - 5.* Löffler D.G., Schmidt L.D. Steady state multiplicity of an electrically heated iron wire. - Chem.Engng.Sci., 1976, 31, p.1207.
 - 6.* Кэй Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., 1962.
 - 7.* Дашман С. Научные основы вакуумной техники. М., Мир, 1964.

Отделение института химической
физики АН СССР, г.Черноголовка

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ НА ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЯХ ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ

С.А.Жуков, В.В.Барелко, Л.Ф.Бокова

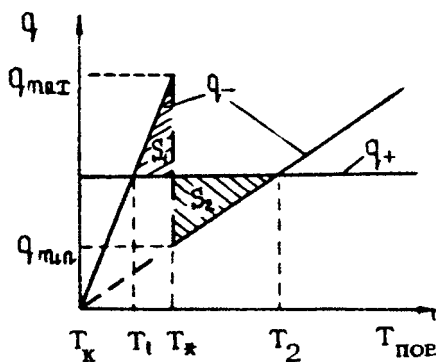
ВВЕДЕНИЕ

Кипение жидкости на твердой поверхности теплообмена, как известно, может происходить в двух физически различных режимах – пузырьковом и пленочном. Переходы между этими режимами совершаются скачкообразно (скачки температуры тепло выделяющей поверхности) и сопровождаются гистерезисом [1*, 2*]. При изучении этого явления на тепло выделяющих элементах достаточной протяженности (например, на нагреваемых током нитях или стержнях) в работе [3*] было замечено, что переход одного режима в другой происходит не одновременно по всей поверхности, а путем возникновения нового режима сначала на локальном участке тепло выделяющего элемента и последующего послойного вытеснения им старого режима (иными словами, путем возникновения бегущей температурной волны, заполняющей тепло выделяющий элемент новым режимом). Теоретический анализ и экспериментальное исследование этого явления дается в первой части данной публикации.

Вторая часть статьи посвящена исследованию особенностей автоволновых процессов (АВП) на наклонных тепло выделяющих элементах. Экспериментально доказана возможность существования нового режима распространения – бегущего импульса, т.е. локализованной зоны пленочного режима.

ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ НА ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ТЕПЛОДЕЛЯЮЩИХ ЭЛЕМЕНТАХ

Теоретический анализ. В целях достижения максимальной ясности анализа и выявления основных качественных закономерностей рассмотрим, следуя работе [73], простейшую систему, представляющую собой цилиндрический нагревательный элемент, погруженный в жидкость (например, нагреваемая током металлическая проволочка). Будем полагать, что тепловая мощность, выделяемая в нагревательном элементе, Q_+ - параметр, не зависящий от температуры поверхности элемента. Интенсивность теплопередачи от поверхности в кипящую жидкость Q_- качественно подчиняется известному закону [1], изображенному на рис.1: в области температур поверхности, лежащей между температурой кипения T_k и критической температурой T_* , режим кипения пузырьковый.



Р и с.1. Качественный вид кривой кипения. T_1 и T_2 - стационарные температуры поверхности, соответствующие пузырьковому и пленочному режимам кипения при постоянной мощности, выделяемой на поверхности (Q_+), T_k - температура насыщения

Ему соответствует коэффициент теплопередачи α_1 (в нашем рассмотрении будем считать его не зависящим от температуры). При температуре T_* пузырьковый режим кипения скачком переходит в пленочный, характеризующийся коэффициентом теплопередачи α_2 . Интервал тепловых нагрузок

$Q_{min} < Q < Q_{max}$ соответствует переходной области и обычно весьма широк. В нем процесс кипения может протекать как в пузырьковом режиме, так и в пленочном. Основную задачу данного исследования составляет анализ устойчивости к локальным возмущениям рассматриваемой системы, находящейся в переходной области. Может ли система

самопроизвольно перейти из одного режима в другой в ответ на локальное возмущение? По каким законам этот переход будет совершаться во времени?

Ранее, в [175-177], была изучена практически полностью аналогичная модель, сформулированная для химической задачи - экзотермического гетерогенно-каталитического процесса, развивающегося на поверхности цилиндрического элемента. Отличие состоит лишь в том, что нелинейность, приводящая к появлению неединственности стационарных режимов, в случае с кипением присуща теплоотводу, в то время как в указанной химической аналогии нелинейным является источник. Опираясь на выводы, полученные в работе [175], можно заключить, что и в рассматриваемом случае в интервале неединственности (в переходной области) в ответ на локально внесенное возмущение может возникнуть бегущая с постоянной скоростью тепловая волна, переводящая нагревательный элемент из одного режима работы в другой. Уравнение, описывающее этот процесс (без учёта распределения температур по сечению элемента) в системе координат, связанной с движущимся фронтом волны, имеет вид

$$\lambda \frac{d^2 T}{d x^2} - u c \rho \frac{dT}{dx} + \frac{u}{d} (q_+ - q_-) = 0, \quad (1)$$

где λ, c, ρ - теплопроводность, теплоемкость и плотность материала нагревательного элемента; T - температура в данном сечении элемента; x - координата; u - линейная скорость перемещения режимов кипения; d - диаметр элемента (источник q_+ отнесен к единице поверхности элемента).

Граничные условия задаются в виде

$$T = T_1 \text{ при } x = -\infty, \quad T = T_2 \text{ при } x = +\infty, \quad (2)$$

где T_1 и T_2 - стационарные температуры поверхности элемента, соответствующие пузырьковому и пленочному режимам и определяемые из уравнения $q_+ - q_- = 0$ (рис.1). Такие условия соответствуют ситуации, при которой в начальный момент на одной части элемента искусственно организован пузырьковый режим, а на другой части - пленочный. Решение задачи сводится к нахождению величины u , яв-

ляющейся собственным значением уравнений (1)-(2), ее разрешимость означает существование стационарных волновых процессов смены режимов кипения.

Перейдя от переменных T и τ к переменным $p = dT/dx$ и T , таким образом понизив порядок уравнения (1), получим выражение для скорости в интегральном виде

$$u = \frac{\int_{T_1}^{T_2} \Phi(T) dT}{\int_{T_1}^{T_2} p(T) dT}, \quad (3)$$

где $\Phi(T) = u d^{-1}(q_+ - q_-)$. Выражение (3) описывает основные качественные закономерности рассматриваемого явления. Если интеграл $I = \int_{T_1}^{T_2} \Phi(T) dT > 0$, то волна движется в направлении вытеснения пузырькового режима пленочным. Иными словами, при выполнении этого условия пузырьковый режим неустойчив, и случайное локальное возмущение приведет к тому, что пузырьковый режим сменится пленочным, при этом переход будет происходить в виде бегущей по нагревательному элементу волны высокой температуры, соответствующей пленочному режиму*). Если $I < 0$, то волна пузырькового режима будет вытеснять пленочный (знак скорости сменится на противоположный). При выполнении этого условия пузырьковый режим кипения становится устойчивым и случайно возникшая на нагревательном элементе зона пленочного режима не сможет распространяться по элементу, а после устранения возмущающего фактора самопроизвольно исчезнет.

Равенство $I = 0$ является критическим условием смены направления движения фронта, при котором скорость распространения волны обращается в нуль. При этом на нагревательном элементе могут устойчиво сосуществовать, не взаимодействуя друг с другом, находящиеся рядом зоны пузырькового и пленочного режимов кипения. Описание такого явления встречается в литературе и специально исследовалось в статье [3]. Если провести анализ приведенных в этой работе данных, то

*) Вопрос об амплитуде возмущения, необходимой для возникновения данного волнового процесса, здесь не рассматривается.

можно увидеть, что стоячая волна реализовывалась при таком значении Q_+ , при котором I обращался в нуль (условие равенства площадей $S_1 = S_2$; см. рис. 1).

Принятая нами кусочно-линейная аппроксимация температурной зависимости $q_- = q_-(T)$ позволяет получить выражения для скорости бегущей тепловой волны в аналитической форме. Интегрирование уравнения (1) при условиях (2) с источником

$$\Phi(T) \Big|_{T_1 \leq T \leq T_*} = 4/d [\alpha_1 (T_1 - T)] \quad \Phi(T) \Big|_{T_* \leq T \leq T_2} = 4/d [\alpha_2 (T_2 - T_1)] \quad (4)$$

приводит к выражению для скорости в следующем виде:

$$u = \frac{\sqrt{2} \alpha \alpha_2 (1 - \theta^2) - \alpha_2 \theta^2}{\sqrt{\lambda d} \sqrt{\alpha_2 \theta (1 - \theta)^2 + \alpha_1 \theta^2 (1 - \theta)}}, \quad (5)$$

где $\alpha = \lambda / c p$ — коэффициент температуропроводности нагревательного элемента; $\theta = (T_* - T_1) / (T_2 - T_1)$ — безразмерный параметр, изменяющийся в интервале $0 \leq \theta \leq 1$.

Из выражения (5) видно, что параметром, от которого зависит знак скорости, является θ . Варьируя его путем изменения Q_+ , можно реализовать либо волну пленочного режима ($0 \leq \theta < \theta_{кр}$), либо пузырькового ($\theta_{кр} < \theta \leq 1$). Обращению скорости в нуль соответствует случай $\theta = \theta_{кр}$. Значение $\theta_{кр}$ легко получить из выражения для скорости (5) $\theta_{кр} = n / (1 + n)$, где $n = \sqrt{\alpha_2 / \alpha_1}$. Поскольку $\alpha_2 \ll \alpha_1$ ($\theta_{кр} < 1/2$), то критическое значение теплового потока Q_+ , соответствующего изменению направления движения фронта волны, сильно смещено в сторону $Q_{мин}$ (см. рис. 1). Интересно отметить, что в каталитической аналогии этого явления [175, 176] $\theta_{кр}$ строго равно 1/2. Обращение скорости фронта в бесконечность на пределах при $\theta = 0$ и $\theta = 1$ является следствием ограниченности принятого приближения. Выражение для ширины фронта бегущей волны, которую можно определить как отношение максимального перепада температур во фронте к максимальному градиенту температур в нем, т.е. $\delta(T_2 - T_1) / \rho_{max}$, принимает вид

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{d\lambda}}{\sqrt{\alpha_2 \theta (1-\theta)^2 + \alpha_2 \theta^2 (1-\theta)}}. \quad (6)$$

Несмотря на то что в настоящей работе проведен анализ для простейшей модели, полученные результаты применимы для практических процессов, в которых используются теплонагревательные элементы с постоянной мощностью, не зависящей от координаты элемента и температуры на его поверхности. Для количественного уточнения результатов потребуются учёт таких факторов, как зависимость α_1 от нагрузки (т.е. от температуры поверхности), отсутствие скачкообразного разрыва при $T = T_*$ функции $q_- = q_-(T)$, распределение температур по сечению элемента, разнообразии геометрических форм элемента. Такое уточнение, по всей видимости, не составит принципиальных затруднений и может быть осуществлено с привлечением вычислительной техники.

Отметим, что на основе проведенного анализа может быть исследован вопрос, представляющий определенный практический интерес, — вопрос о том, насколько можно приблизиться к критическому тепловому потоку q_{max} без опасности возникновения спонтанного перехода пузырькового режима кипения в пленочный (т.е. вопрос о пределе устойчивости технологически выгодного пузырькового режима кипения).

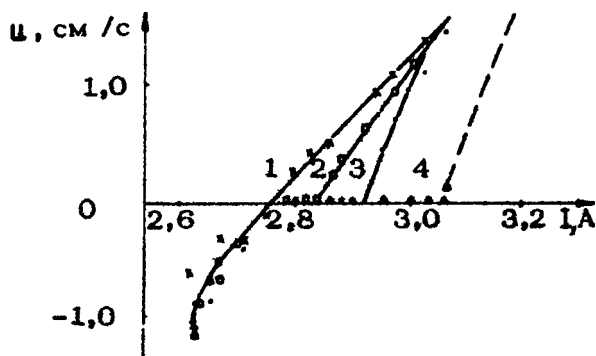
Экспериментальные результаты. Для проверки полученных выше выводов теоретического анализа была выбрана система [74], включающая в качестве тепловыделяющего элемента тонкую металлическую нить, горизонтально размещенную в открытой емкости с рабочей жидкостью, температура которой управлялась независимо, с помощью термостатирующего устройства. Рабочей жидкостью во всех опытах служила дистиллированная вода. Инициирование волны пленочного режима осуществлялось с помощью специального устройства, представляющего собой капиллярную трубку, один конец которой устанавливался в непосредственной близости от нагревательного элемента. При продуве через капилляр струи воздуха на узком участке нагреваемой проволоки образовывалась зона пленочного режима кипения. В определенном интервале параметров она инициировала возникновение АВП заполнения проволочного элемента пленочным режимом кипения. Для инициирования волнового процесса перевода пленочного режима в пузырьковый ес-

тественным возмущением служили холодные участки нагревательного элемента, примыкающие к электродам-выводам (масивные по сравнению с элементом латунные стержни). Ввиду того что пленочный режим сопровождается разогревом элемента до температуры около 1000°C (против температуры в пузырьковом режиме 100°C), бегущие волны режимов кипения могли быть зарегистрированы с помощью кино съемки. На рис.2 (см.с.255) в качестве примера приведена киноплаграмма волнового процесса заполнения элемента пленочным режимом, из которой видно, что волновой процесс очень напоминает распространение фронта горения и наблюдающуюся ранее волну гетерогенно-каталитической реакции [175]. Однако для измерения скоростей движения волны в опытах использовался более простой и точный омический метод, приведенный в работе [176]. С целью применения этого метода тепловыделяющий элемент изготавливался из платиновой проволоки (приводящиеся ниже данные получены на проволоке диаметром 100 мкм и длиной 8 см) и служил одновременно термочувствительным датчиком. Производная по времени от сопротивления элемента, регистрируемого в ходе волнового процесса, есть величина пропорциональная скорости движения волны режимов кипения. Для обеспечения постоянства удельной электрической мощности, выделяющейся на датчике в зонах пузырькового и пленочного режимов, в ходе всего процесса самораспространения питание датчика осуществлялось в режиме постоянного тока с помощью специального следящего устройства при точности стабилизации тока не хуже $10^{-2}\%$ (абсолютная погрешность 10^{-4}A).

На рис.3 представлены основные результаты измерений в виде зависимости скорости движения волны от величины силы тока, пропускаемого через датчик. В полном качественном соответствии с теорией выявлено на опыте существование двух областей: в одной из них локальное возмущение, вносимое на элемент, работающий в пузырьковом режиме, приводит к возникновению волны пленочного режима, вытесняющего пузырьковый (положительные значения скорости), а в другой области пленочный режим будет послойно вытесняться пузырьковым (отрицательные значения скорости). Эти области разделяются состояниями безразличного равновесия (нулевые скорости движения волны), в которых оба режима

могут стационарно и устойчиво осуществлять друг с другом, не взаимодействуя между собой.

Используя формулу (5), сделаем оценку скорости волны пленочного режима.



Р и с.3. Зависимость скорости распространения волны пленочного ($u > 0$) и пузырькового ($u < 0$) режимов от силы тока, нагревающего нить. $T = 98^\circ\text{C}$ (1), $96,5^\circ$ (2), 95° (3), 93° (4)

В нашем случае (платиновая проволочка):

$\alpha = 0,0039$ 1/град, $\lambda = 0,72$ В/см·град, $d = 0,01$ см.

Будем полагать, что коэффициент теплоотдачи α пузырькового и пленочного режимов отличается на порядок, т.е. $\alpha_1 = 10\alpha_2$, $\theta = 10^{-3}$ (система находится вблизи критического теплового потока), а разница $T_{\text{па}} - T_{\text{пуз}} \approx 1000^\circ\text{C}$. Тогда, не учитывая величины второго порядка малости, перепишем формулу (5) в виде

$$u \sim \frac{\alpha}{\sqrt{\lambda d}} \frac{1}{\sqrt{\alpha_1 \alpha_2^{-1} \theta}}$$

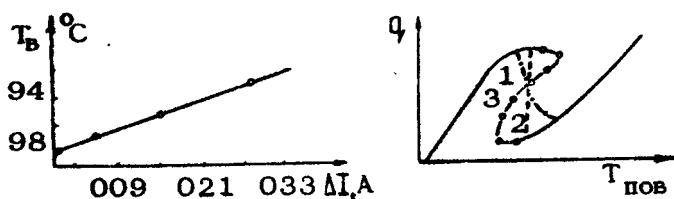
После подстановки численных значений получаем

$$u \sim 1 \text{ см/с.}$$

Видно, что полученная оценка хорошо согласуется с экспериментально наблюдаемыми значениями скорости (рис.3). Более строгое количественное сопоставление может быть

проведено на основе использования точной кривой кипения в каждом конкретном случае.

При изучении закономерностей волнового процесса в случае увеличения недогрева рабочей жидкости до температуры насыщения обнаружилась весьма существенная особенность. Как видно из рис.3, по мере удаления от температуры насыщения ветви положительных скоростей движения волны смещаются вправо по оси абсцисс, в то время как ветвь отрицательных скоростей практически не меняет своего положения. Таким образом, состояния безразличного равновесия (нулевых скоростей) в недогретой жидкости могут быть реализованы не при одном значении параметра (как следует из теории), а в целой области конечных размеров, ширина которой с увеличением недогрева возрастает (рис.4). При уменьшении температуры воды ниже 93°C режим распространения волны пленочного кипения становится неустойчивым; скорость волны перестает быть постоянной во времени и приобретает пульсирующий характер. Более детальное исследование волнового процесса в неустойчивой области в данном случае было затруднено в связи с большими разогревами элемента при переходе в пленочный режим, часто приводившими к разрушению элемента.



Р и с.4. Связь между температурой воды и шириной области безразличного равновесия

Р и с.5. Кривые кипения

Обнаруженная особенность, по-видимому, содержит важную информацию о глубоком механизме процесса кипения. Зависимость теплоотдачи при кипении от температуры поверхности обычно изображается однозначной по температуре функцией типа кривой 1 на рис.5. Следуя развитым выше теоре-

тическим представлениям, можно утверждать, что такая однозначная функция, включая скачкообразный случай (кривая 2, рис.5), не может привести к появлению области безразличного равновесия конечных размеров. Такая ситуация возможна, если предположить, что кривая кипения имеет

2-образный вид (кривая 3, рис.5) (аналогичное по феноменологии явление подробно рассмотрено в работе [176] применительно к гетерогенно-каталитическому процессу на платиновой нити). Детально не останавливаясь на существе вопроса, укажем, что появление области неоднозначности по температуре на кривой кипения в недогретой жидкости может быть связано с проявлением роли процессов зародышеобразования на поверхности элемента и их гибели*. По мере увеличения недогрева интервал неоднозначности на кривой кипения растёт, вместе с ним растёт и ширина области безразличного равновесия.

Приводящиеся в литературе кривые кипения обычно получены при измерении зависимости теплоотдачи от температуры поверхности в режиме стабилизации среднеинтегральной температуры нагревательного элемента. Как правило, эта стабилизация осуществляется путем парового нагрева. Из полученных результатов следует заключить, что таким образом полученные зависимости теплоотдачи при кипении сильно количественно и качественно искажены в области неединственности режимов кипения. Это связано с тем, что в таких экспериментальных условиях не поддерживается однородность полей температур элемента, что было показано еще в [5*].

Такая, а также электрическая стабилизация среднеинтегрального сопротивления (см., например, [4*]) регулирует лишь соотношение размеров зон пузырькового и пленочного режимов, автоматически сводя процесс к по-

* В пользу этого предположения говорит и появление пульсирующих режимов распространения фронта. По мере увеличения недогрева эти процессы могут стать определяющими и составить конкуренцию тепловому механизму, которая и приведет к возникновению неустойчивости.

ложению безразличного равновесия^{*}). В ходе данной работы это соображение было доказано в прямых опытах при использовании стабилизатора сопротивления нагревательного элемента [7^{*}].

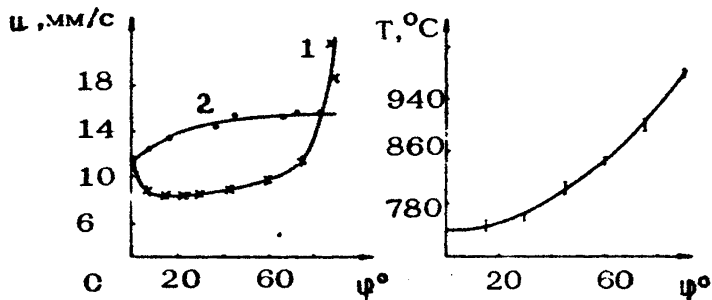
ОСОБЕННОСТИ АВП ПРИ ОТКЛОНЕНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕГО ЭЛЕМЕНТА ОТ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ПОЛОЖЕНИЯ

В качестве физической модели, рассматриваемой выше, принят цилиндрический тепловыделяющий элемент (ТВЭЛ), горизонтально расположенный в объеме рабочей жидкости. Однако, с практической точки зрения, больший интерес представляют данные по вертикальным цилиндрическим ТВЭЛам, поскольку именно такие элементы чаще встречаются в реальных парогенерирующих установках. Цель данного раздела — выяснение особенностей переходных АВП при кипении на цилиндрическом ТВЭЛе при отклонении его оси от горизонтального положения.

Исследования проводились на установке, описанной выше. Так же, как и ранее, в качестве тепловыделяющего элемента использовалась нагреваемая электрическим током платиновая нить диаметром 100 мкм и длиной примерно 7 см. Специальные подпружинивающие держатели удерживали нить в натянутом состоянии. Их конструкция позволяла устанавливать и фиксировать определенный угол наклона оси проволочного ТВЭЛа к горизонту. В качестве рабочей жидкости использовалась дистиллированная вода. Температура воды во всех опытах была неизменной — 97°C. Питание ТВЭЛа электрической мощностью осуществлялось в режиме постоянного тока.

^{*}) Отметим, что непонимание этого момента привело авторов работы [4^{*}] к неверным выводам относительно существования критических явлений и гистерезиса в закритической области, к несовпадению максимальных критических потоков при движении в прямом и обратном направлениях по переходной области, а также к завышенным по сравнению с работой [6^{*}] значениям минимальных критических тепловых потоков.

Ожидалось, что в случае негоризонтального элемента существенное влияние на закономерности распространения волны пленочного режима будет оказывать местоположение участка нити, на котором возбуждалась волна. На рис.6 представлены зависимости скорости движения волны пленочного режима от угла наклона оси нити к горизонту для двух случаев инициирования волны: инициирование со стороны нижнего конца нити (кривая 1) и со стороны верхнего конца (кривая 2). Величина тока, пропускаемого через нить, в обоих случаях была фиксирована и составляла 2,88 А. Как видно из рисунка, полученные закономерности существенно различаются по своему характеру.



Р и с.6. Зависимость скорости распространения волны пленочного режима от угла наклона нагревательного элемента: 1 - инициирование со стороны нижнего конца, 2 - инициирование со стороны верхнего конца.

Р и с.7. Зависимость температуры поверхности нагревательного элемента в пленочном режиме кипения от угла наклона

При отклонении элемента от горизонтального положения закономерности перемещения нижней и верхней границы парового "чужка", образовавшегося в возбужденной на нити зоне пленочного режима, существенно различны. Если нижняя граница движется по механизму теплопроводности (как и в случае горизонтальной нити), то при движении верхней границы существенную роль должно играть наличие подъемной силы,

побуждающей паровой "чулок" к всплыванию вдоль нити. Из анализа экспериментальных данных (рис.6, кривая 1) можно заключить, что движение под действием этой силы возникает критично, т.е. после достижения порогового значения некоторого параметра - в нашем случае угла наклона φ . Таким критическим углом является $\varphi \sim 70^\circ$. В результате действия этого фактора скорость движения волны пленочного режима резко увеличивается и при больших углах наклона элемента кондуктивный механизм АВП заменяется свободно-конвективным.

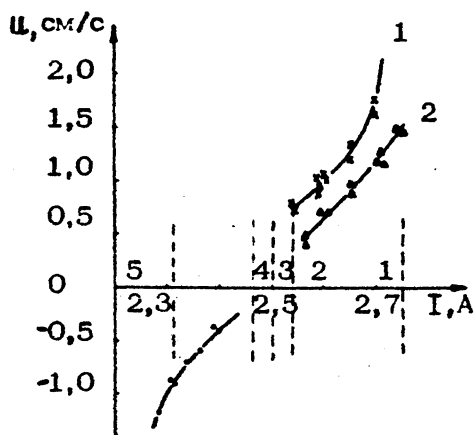
При инициировании волны сверху скорость распространения пленочного режима определяется движением нижней границы паровой пленки, вследствие чего механизм АВП при всех углах остается теплопроводным (рис.6, кривая 2).

Из рис.7 видно, что вертикальный элемент оказался горячее горизонтального приблизительно на 350°C . Такое ухудшение теплоотдачи от поверхности ТВЭЛа, работающего в пленочном режиме, при отклонении его от горизонтального положения обусловлено изменением характера стока от ТВЭЛа образующегося пара в объем жидкости. Уменьшение коэффициента теплоотдачи в зоне пленочного режима при кипении на наклонных элементах и обуславливает наблюдавшееся в опытах увеличение с ростом φ скорости АВП при инициировании сверху.

Особенности волновых режимов процесса кипения на наклонных ТВЭЛах обнаружены в области перехода от волны пленочного кипения к волне пузырькового. Напомним, что в этой области, названной областью "безразличного равновесия", зоны пузырькового и пленочного кипения сосуществуют на горизонтальном элементе стационарно, образуя стоячие волны. Полученные в опытах результаты для вертикально расположенного ТВЭЛа представлены на рис.8. Интервал 4-5 соответствует области существования волны пузырькового режима.

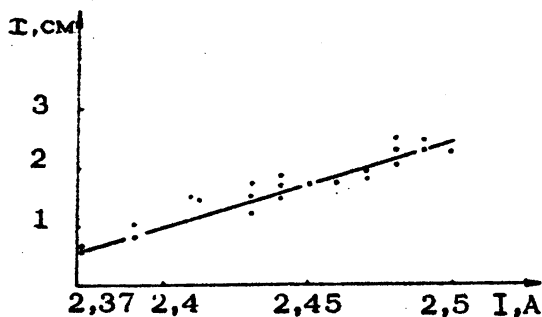
В интервале 2-5 обнаружен новый по характеру тип АВП: бегущее по ТВЭЛу пятно пленочного режима, возникающее в ответ на локальное инициирование. Если в случае горизонтальной нити такое возмущение в указанном интервале параметров вызывает образование стоячей волны, т.е. горячее пятно остается неподвижным на нити, то на вертикаль-

ном элементе под действием подъемных сил оно приходит в движение и всплывает вверх как единое целое, не отрываясь от поверхности нагревателя.



Р и с. 8. Зависимость скорости распространения волны пленочного ($u > 0$) и пузырькового ($u < 0$) режимов по вертикально расположенному нагревательному элементу от силы тока, нагревающего нить. 1 - инициирование волны пленочного режима со стороны нижнего конца ТВЭЛа и 2 - со стороны верхнего

В интервале 4–5 скорость движения нижней границы больше скорости верхней, и по этой причине пятно по мере движения уменьшает свой размер и, не дойдя до верхнего конца нагревателя, схлопывается и исчезает. С увеличением тока координата гибели пятна приближается к верхнему концу нити и на границе интервала, у конца элемента (точка 4) пятно гибнет из-за мощного кондуктивного стока тепла в электрод. Интервал 3–4 соответствует равенству скоростей движения верхней и нижней границы пятна, и здесь пятно движется, не изменяя своих размеров, в среднем с постоянной скоростью. Размер пятна и его скорость растут с увеличением тока (рис.9).



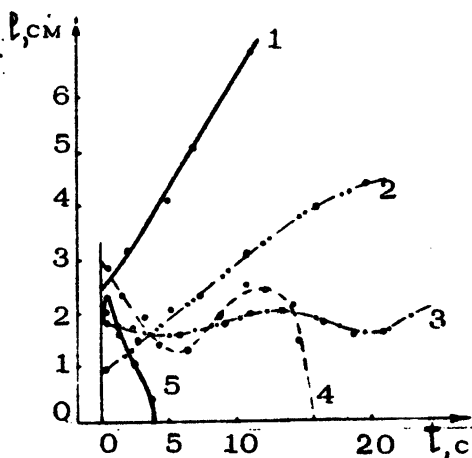
Р и с. 9. Зависимость размера движущегося пятна пленочного режима от силы тока, греющего нить

В интервале 2-3 скорость верхней границы становится уже больше нижней, что обуславливает расширение пятна в процессе его движения.

Наблюдение за среднеинтегральной температурой (сопротивлением) нагреваемой нити позволило получить количественную информацию о динамике движения пятна. На рис.10 представлены термограммы, соответствующие рассмотренным случаям: кривая 5 - зажженное пятно пленочного режима (момент зажигания обозначен стрелкой) погасло, не достигнув конца элемента; 4 - пятно исчезло, дойдя до верхнего электрода; 3 - пятно движется в среднем с постоянной скоростью, не изменяя своего размера, и остается существовать стационарно, достигнув верхнего электрода; 2 - расширяющееся пятно; 1 - процесс переходит в волновой режим, и нить вся целиком охватывается пленочным кипением (интервал 1-2, рис.8).

Р и с.10. Изменение размеров пятна пленочного режима во времени:

- 1 - $I = 2,55A$
- 2 - $I = 2,52A$
- 3 - $I = 2,48A$
- 4 - $I = 2,37A$
- 5 - $I = 2,28A$



Полученные в ходе опытов данные позволяют провести сравнение экспериментальных результатов с результатами теоретического исследования. Как следует из рис.10, минимальный размер устойчиво существующей обособленной зоны пленочного режима составляет примерно 0,65 см. Принимая, что этот размер соответствует двойной ширине фронта, получаем экспериментальную оценку $\delta = 0,32$ см.

Для аналитического вычисления δ воспользуемся уравнением (6).

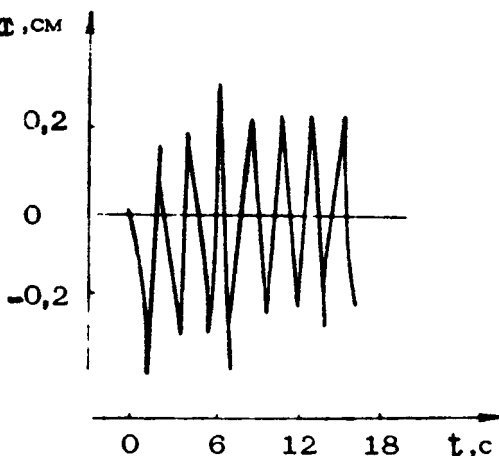
В нашем случае $d = 10^{-2}$ см, $\lambda = 0,72$ см·град, коэффициенты теплоотдачи в пузырьковом (α_1) и пленочном (α_2) режимах определены из экспериментальных данных. $\alpha_1 = 3,13$ Вт/см²·град; $\alpha_2 = 0,194$ Вт/см²·град.

Для определения параметра θ воспользуемся тем фактом, что движение происходит вблизи области безразличного равновесия, т.е. $\theta - \theta_{\text{кр}} = n/(1+n)$, где $n = \sqrt{\alpha_2/\alpha_1}$.

Подставив численные значения в выражения для δ , получаем, $\delta = 0,16$ см.

В заключение коротко остановимся еще на одной динамической особенности процесса кипения на вертикальном ТВЭЛе, а именно на автоколебательных режимах его протекания. Наиболее ярко они проявляются в области параметров, соответствующей интервалу 2–4 (рис.8). Явление бегущего пятна пленочного режима, о котором говорилось выше, характеризуется тем, что скорость его всплытия практически во всем указанном интервале содержит периодически изменяющуюся составляющую. Это легко наблюдать визуально, поскольку движение пятна напоминает процесс перемещения гусеницы: сначала вытягивается вверх верхняя граница пятна, а затем быстро подтягивается нижняя. Такая последовательность стадий периодически повторяется, что и определяет пульсирующий режим всплытия. Этот факт иллюстрируется рис.10: на кривой 3 зафиксировано периодическое изменение интегрального сигнала, отражающее периодическое изменение размера всплывающего пятна. Достигнув верхнего конца ТВЭЛа пятно останавливается, однако его нижняя граница продолжает сохранять пульсации вокруг положения равновесия. Эти колебания представлены на рис.11. Автоколебательные режимы наблюдались на вертикальных элементах и в области волнового движения (интервалы 1–2 и 4–5 на рис.8). Мы полагаем, что в основе механизма наблюдавшихся автоколебаний (как и в основе других рассмотренных здесь явлений) лежит взаимодействие свободно-конвективного и теплового факторов. Однако этот вопрос требует специальных исследований, что выходит за рамки данной работы.

Р и с.11. Пример автоколебательной неустойчивости. Нижняя граница пятна пульсирует вокруг положения равновесия



Л и т е р а т у р а

- 1* Кутателадзе С.С. Основа теории теплообмена. М., Машгиз, 1962,.
- 2* Тонг Л. Теплоотдача при кипении и двухфазное течение. М., Мир, 1969.
- 3* Петухов Б.С., Ковалев С.А. Метод и некоторые результаты измерения критических тепловых потоков при переходе от пленочного кипения к пузырьковому. - Теплотехника, 1962, №5, с.65.
- 4* Sakurai A., Ushiotsu. Temperature-controlled Pool Boiling Heat Transfer. - Heat Transfer, IV ser. B.3.1. 1974, p.81.
- 5* Стырикович М.А., Поляков Г.М. О критической тепловой нагрузке при кипении жидкости в большом объеме. - Изв. АН СССР, ОТН, 1951, №5, с.652.
- 6* Kovalev S.A. An investigation of minimum heat fluxes in pool boiling of water. - Int.J.Heat Mass Transfer, 1966, 9, N11, p.1219.
- 7* Машкинов Л.Б., Володин Ю.Е., Барелко В.В., Гальперин Л.Н. Компенсационный электротермограф. - Приборы и техн. эксл., 1975, №3, с.240.

Отделение института химической физики. АН СССР,
г.Черноголовка

АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЕ, МОДИФИЦИРОВАННОЙ МОЩНЫМ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ (НЕЛИНЕЙНЫЙ РЕЖИМ ПЕРЕГРЕВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ)

В.П.Поляков, С.В.Поляков

1. В последние годы проводятся интенсивные исследования нелинейных эффектов в ионосфере и магнитосфере Земли, возникающих под воздействием излучения мощных наземных радиопередатчиков. При этом обнаружен целый ряд новых явлений, важных как для дальнейшего понимания нелинейных процессов в плазме, так и для различных практических приложений. Проблема теоретического изучения процессов, происходящих при взаимодействии интенсивного электромагнитного излучения с ионосферной плазмой, представляется поэтому весьма актуальной.

Характер нелинейных явлений в ионосферной плазме чрезвычайно разнообразен. Изучаются, в частности, самовоздействие и самофокусировка электромагнитных волн [1*, 5*-7*], искусственная ионизация [8*], параметрические неустойчивости [9*], перегревная неустойчивость [79]. Все указанные механизмы приводят к генерации в ионосфере неоднородностей электронной концентрации с очень широким спектром масштабов (от метров до десятков километров). Имеющаяся к настоящему времени совокупность экспериментальных данных не позволяет назвать адекватный механизм образования неоднородностей.

Целью настоящей работы является исследование перегревных явлений, обусловленных неоднозначной зависимостью

стационарной электронной температуры от поля. Впервые перегревный механизм генерации неоднородностей в F-слое ионосферы был предложен в работе [79]. Здесь исследуются перегревные эффекты в нижней ионосфере.

Рассматриваемые в настоящей работе автоволновые процессы в слабоионизованной плазме нижней ионосферы как с формальной точки зрения (математическое подобие уравнений), так и по физической сути очень похожи на волны горения, волны ионизации и т.д. [98,99]. Так же, как, например, в теории горения для температуры электронов в нижней ионосфере, модифицированной мощным радиоизлучением, существуют два устойчивых состояния равновесия. Причем переброс из одного состояния в другое (автоволновое движение) осуществляется за счет теплопроводности.

2. Как указывалось выше, при нагреве плазмы радиоизлучением возможны ситуации, когда зависимость стационарной электронной температуры от поля становится неоднозначной [1*] - одному значению поля соответствует не одно, а три состояния равновесия. При этом среднее состояние равновесия является неустойчивым. Указанная особенность может реализоваться в областях резкого уменьшения сечения столкновений электронов с атомами (область эффекта Рамзауэра) [2*] или уменьшения доли теряемой энергии $\delta(T_e)[3*]$, а также при столкновениях с ионами. Физическое существование неустойчивого состояния равновесия объясняется тем, что в указанных выше случаях энергия, сообщаемая электронам электрическим полем, быстро растет с ростом электронной температуры, в то время как энергия, передаваемая электронами тяжелым частицам, падает. Поэтому электроны не могут передать всей поглощаемой ими от поля энергии, и температура электронов начинает расти. Это явление называют обычно перегревной неустойчивостью.

В слабоионизованной плазме нижней ионосферы ($\delta_{ei} \nu_{ei} \ll \delta_{en} \nu_{en}$, $\delta_{ei} \delta_{en}$ - доля энергии, передаваемая электроном при одном соударении с ионом и нейтральной частицей соответственно, ν_{ei}, ν_{en} - частоты столкновений) из всех указанных выше механизмов генерации перегревной неустойчивости существен только один - падение доли теряемой энергии при росте температуры. Запишем уравнение для температуры электронов [1*]:

$$\frac{dT_e}{dt} = \frac{e^2 E_0^2 \nu_{en}}{3m\omega^2} - \delta_{en} \nu_{en} (T_e - T_n) \frac{\nabla(\hat{\alpha}_e \nabla T_e)}{N_e}. \quad (1)$$

Здесь E_0 - внешнее высокочастотное поле. Предполагается, что $E_0 = \text{const}$, то есть поле не зависит от параметров среды (T_e, N_e - электронная температура и концентрация). Это справедливо при $\omega \gg \omega_0 = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m}$, $\omega \gg \nu_{en}$.

Указанные неравенства в нижней ионосфере выполняются в коротковолновом диапазоне частот, особенно в ночных условиях (мала электронная концентрация); e, m - заряд и масса электрона; T - температура нейтральных частиц; полагается, что $\omega \gg \nu_{en}$ (неравенство выполняется в коротковолновом диапазоне), $\hat{\alpha}_e$ - тензор теплопроводности.

$$\hat{\alpha}_e(\alpha) = \alpha_{e_{\parallel}} \cos^2(\alpha) + \alpha_{e_{\perp}} \sin^2(\alpha),$$

$$\alpha_{e_{\parallel}} = N_e T_e / m \nu_{en}, \quad \alpha_{e_{\perp}} = N_e T_e \nu_{en} / m \omega_n^2. \quad (2)$$

Здесь α - угол между градиентом температуры и магнитным полем. Для условий нижней ионосферы $\nu_{en} \propto T_e^{3/8}$ [1*]. Из уравнения (2) видно, что $\alpha_{e_{\parallel}} \propto T_e^{1/8}$, то есть очень слабо зависит от температуры. Поперечная теплопроводность в E-слое ионосферы мала, и ее влияние существенно только в малой области углов: $\frac{\pi}{2} - \alpha \leq \frac{\nu_{en}}{\omega_n} \ll 1$. В дальнейшем, учитывая сказанное, будем считать, что $\alpha_{e_{\perp}}$ не зависит от T_e .

Нейтральный состав атмосферы в E-слое в основном определяют молекулы N_2 и O_2 . Имеются лабораторные измерения величины $\nu(T_e) = \delta_{en} \nu_{en}$ в атмосфере, содержащей N_2 или O_2 . Потери энергии электронов складываются из потерь энергии при упругих столкновениях и потерь энергии, идущих на возбуждение колебательных и вращательных уровней молекул, то есть

$$\nu(T_e) = \nu_{упр} + \nu_{кдл} + \nu_{вр}. \quad (3)$$

Здесь, согласно [4*]

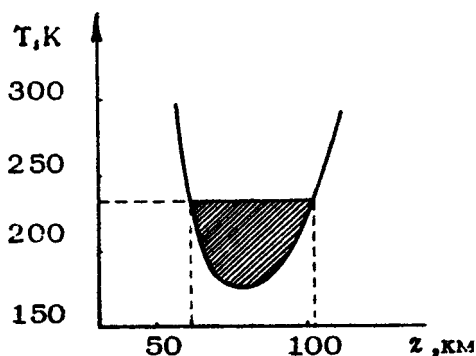
$$\nu_{\text{вп}} = 2,9 \cdot 10^{-14} [N_2] \frac{1}{T_e^{1/2}} + 6,9 \cdot 10^{-14} [O_2] \frac{1}{T_e^{1/2}},$$

$$\nu_{\text{уп}} = 1,8 \cdot 10^{-19} [N_2] T_e (1 - 1,21 \cdot 10^{-4} T_e) + 1,2 \cdot 10^{-18} [O_2] T_e^{1/2} \times \\ \times (1 + 3,6 \cdot 10^{-2} T_e^{1/2}),$$

$$\nu_{\text{кол}} = \begin{cases} 8,5 \cdot 10^{-19} [N_2] (T_e - T - 500 \text{ K}) & \text{при } T_e > 700 \text{ K} \\ 0 & \text{при } T_e < 700 \text{ K} \end{cases}$$

Здесь $[O_2]$ и $[N_2]$ — концентрации нейтральных компонент в кубических сантиметрах. Используя (3), видим, что упругие столкновения дают малый вклад в функцию потерь $\nu(T_e)$. Таким образом, при $T_e < 700 \text{ K}$

$$\nu(T_e) \propto 1/T_e^{1/2}. \quad (4)$$



Р и с . 1

Используя (4) и приблизительно полагая $\nu_{\text{вп}} \propto T_e$, несложно провести исследования стационарных решений уравнения (1) на устойчивость. Оказывается, что неустойчивы состояния с $T_e > 3T$. Поскольку (4) справедливо при $T_e < 700 \text{ K}$, то перегревная неустойчивость имеет место при $T < 233 \text{ K}$. На рис. 1 приведен график зависимости температуры нейтраль-

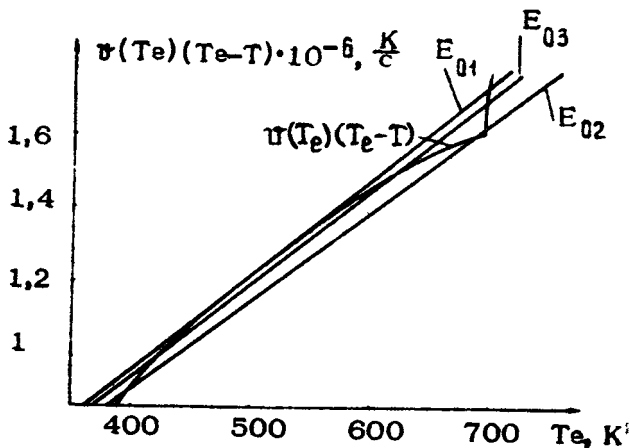
ных частиц T от высоты над землей. На высотах $z \approx 80$ км имеется минимум $T \approx 180$ К. Вся область, где возможно возбуждение перегретой неустойчивости, ограничена высотами $z = 65 \div 105$ км. Процессы возбуждения колебательных уровней, которые включаются при $T_e > 700$ К, играют для перегретой неустойчивости стабилизирующую роль.

3. Учитывая сделанные замечания, запишем нелинейное уравнение, описывающее динамику перегретой неустойчивости (рассматриваем одномерное движение):

$$\frac{\partial T_e}{\partial t} = F(T_e) + \kappa_T \frac{\partial^2 T_e}{\partial z^2}. \quad (5)$$

Здесь $\kappa_T = \alpha_{en} / N_e$, $F(T_e) = \frac{e^2 E_0^2 \nu_{en}}{3m\omega^2} - \nu(T_e)(T_e - T)$,

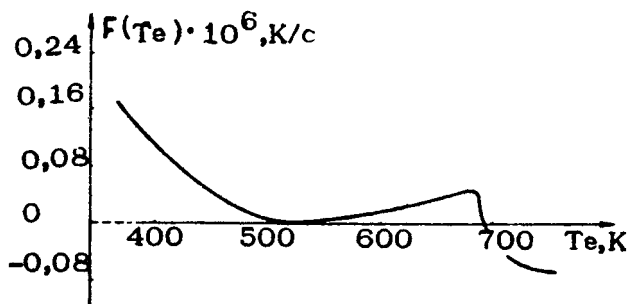
$\nu = \nu_{вр} + \nu_{КОЛ}$. На рис.2 приведен график функций $\nu(T_e)(T_e - T)$ и $\frac{e^2 E_0^2 \nu_{en}}{3m\omega^2}$.



Р и с . 2

Графики построены для высоты $z = 80$ км. Принято, что $T = 180$ К. Значения $[N_2]$ и $[O_2]$ взяты из модели стандартной атмосферы [1*], $\omega = 2\pi f$, $f = 6$ МГц. На рис.2 $E_{01} =$

$= 0,89 \text{ В/м}$, $E_{02} = 0,92 \text{ В/м}$. В области полей нагрева $E_{01} < E < E_{02}$ существуют три состояния равновесия. То есть перегревная неустойчивость довольно критична к изменению величины поля E_0 . Для рассмотренного выше примера область существования неустойчивости по полю E_0 $\Delta E/E_0 \approx 3 \cdot 10^{-2}$. При более низких температурах нейтральных частиц три состояния равновесия существуют в более широком диапазоне полей нагрева. В частности, при $T_0 = 150 \text{ К}$ (наинизшая возможная температура) $E_{01} \approx 0,87 \text{ В/м}$, $E_{02} = 1,01 \text{ В/м}$, $\Delta E/E_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-1}$. Тем не менее область значений полей нагрева, при которых существует перегревая неустойчивость, довольно узка. Мы не можем быть уверенными, что лабораторные измерения $\psi(T_e)$ точно совпадают с $\psi(T_e)$ в нижней ионосфере. В реальных условиях, по-видимому, перегревной неустойчивости может вообще не быть, либо область ее существования по полям нагрева будет шире, чем для приведенных выше расчетов. Окончательную ясность здесь может дать только эксперимент. Проведенные выше расчеты показывают, что при экспериментальных исследованиях перегревной неустойчивости необходима специальная методика. Например, желательно для нагрева ионосферы применять излучение с медленно меняющейся во времени мощностью. Пример расчета нелинейной функции $F(T_e)$ для $E = E_{01}$ приведен на рис.3. Уравнение (5) с нелинейной функцией вида рис.3 хорошо известно в теории горения [98, 99], биофизике [25]. В частности, подобными уравнениями описываются процессы распространения пламени, распространение фронта возбуждения в сердечной мышце.



Р и с. 3

Перейдем в уравнении (5) к безразмерной переменной $U = T_e / T$, тогда (5) запишется

$$\frac{\partial U}{\partial t} = F_1(U, \omega, E_0, R) + \kappa_T \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}, \quad (6)$$

где $F_1(U, \omega, E_0, R) = F(UT, \omega, E_0, R) / T$,

R - высота над землей. В области полей нагрева $E_{01} < E < E_{02}$ уравнение (6) имеет автомодельное решение в виде бегущей волны:

$$U = U(z - Vt). \quad (7)$$

Причем $U = \begin{cases} U_1, & z \rightarrow -\infty; \\ U_3, & z \rightarrow +\infty. \end{cases}$

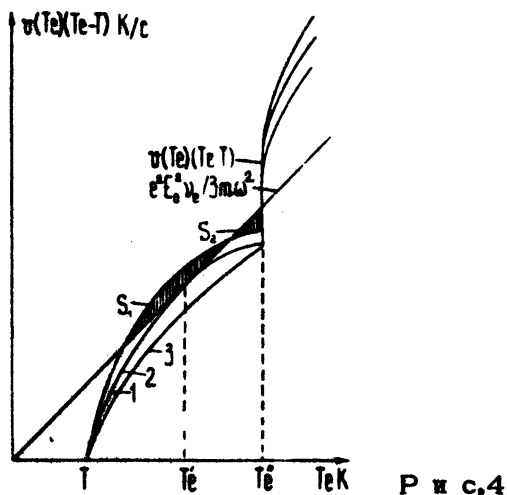
U_1, U_3 - устойчивые пространственно-однородные решения уравнения (6), $F_1(U_{1,3}, \omega, E_0, R) = 0$. Решение (7) является асимптотическим решением (6) для широкого класса начальных условий [126] и устойчиво по отношению как к одномерным (по оси z), так и к двумерным (перпендикулярно оси z) возмущениям. Для оценки амплитуды нелинейной волны, ширины фронта и скорости движения воспользуемся кубической аппроксимацией функции F_1 .

$$F_1 = \gamma(U - U_1)(U - U_2)(U - U_3). \quad (8)$$

Для $E = E_{01}$ (рис.3) $U_1 = U_2$ и численные значения U_1, U_2, U_3 нам известны. Функция (8) лучше всего аппроксимирует график на рис.3 при $\gamma = 2,2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$. При F_1 в виде (8) автомодельное решение (7) находится аналитически [25]. При этом для условий дневной нижней ионосферы ($R \approx 80 \text{ км}$) оценка дает $\beta \approx 4 \text{ м}$, $V \approx 3 \text{ км/с}$.

4. Обсудим динамику нелинейной стадии перегретой неустойчивости. На рис.4 приведен график, на котором изображены функции $\nu(T_e)(T_e - T)$ и $e^2 E_0^2 \nu_{\text{en}} / 3 m \omega^2$ в зависимости от температуры нейтральных частиц. Предполагаем, что T и E_0 таковы, что при $R \approx 80 \text{ км}$ существует перегретая неустойчивость. Пусть в момент $t = 0$ включается мощный передатчик, то есть при $t = 0$ $T_e = T(x)$. При этом (см. рис.4) в области $R_1 < R < R_2$ ($R_1 < 80 \text{ км}$, $R_2 > 80 \text{ км}$), где $T < T^{(2)}$, за время порядка ν^{-1} устано-

вится низкотемпературное состояние с $T_e \leq T'_e$ (см. рис. 4). В областях $h > h_2$, $h < h_1$, где $T > T^{(2)}_e$, установится высокотемпературное состояние с $T_e \geq T''_e$. Следовательно, на высотах $h \approx h_1$ и $h \approx h_2$ образуется перепад температуры, из которого за время порядка τ^{-1} сформируется автомодельное решение в виде бегущей волны. Исследование показывает, что движение волны приводит к схлопыванию низкотемпературного состояния. При этом, если $S_1 < S_2$ (S_1 и S_2 — площади, заштрихованные на рис. 4), то за время порядка 10τ область с низкотемпературным состоянием схлопнется и во всем пространстве установится $T_e \geq T''_e$. При $S_1 > S_2$ на некоторых высотах h'_1 и h'_2 , $h'_2 > h'_1$ установятся стационарные перепады температуры, разделяющие области с низкотемпературным и высокотемпературным состоянием. На высотах h'_1 и h'_2 обращается в нуль скорость автомодельного решения (7)



Проведенное выше рассмотрение справедливо при нагреве атмосферы плоской волной. На самом деле у КВ передатчика существует диаграмма направленности. Аналогично тому, как это сделано выше для немонотонной зависимости T от высоты, можно показать, что учет диаграммы направленности передатчика, то есть немонотонная зависимость поля от гори —

горизонтальной координаты, приводит на нелинейной стадии перегретой неустойчивости к формированию односвязной трехмерной области (характерная ширина по горизонтали порядка ширины диаграммы направленности на уровне нижней ионосферы), границу которой составляют резкие перепады температуры с характерным масштабом порядка нескольких метров. При этом стационарным перепадам температуры будут сопутствовать перепады электронной концентрации с $\frac{\Delta N_e}{N_e} \sim \frac{\Delta T_e}{T_e}$.

Проведенное рассмотрение может быть использовано для разработки методики обнаружения и исследования перегретой неустойчивости. Обработка данных таких измерений позволит получить очень ценную информацию о зависимости $\nu(T_e)$, о характере теплопроводности и диффузии. В частности, одним из малоизученных параметров нижней ионосферы является коэффициент турбулентной диффузии K_T . Существующие данные дают значения K_T , отличающиеся более чем на порядок величины [10*, 11*]. Еще большие неопределенности существуют в профиле K_T от высоты.

Измерение высотного профиля N_e , возникающего на перепаде T_e , вызванного перегретой неустойчивостью, может дать метод прямого измерения коэффициента турбулентной диффузии.

Л и т е р а т у р а

- 1* Гуревич А.В., Шварцбург А.Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М., Наука, 1973.
- 2* Гуревич А.В. Нестационарность и гистерезис электронной температуры в плазме в инертных газах. - ЖЭТФ, 1959, 36, с 624
- 3* Altshuler S. Effects of Inelastic Collisions upon Electrical Conductivity and Electron Heating in the Lower Ionosphere. - J. Geophys. Res., 1963, 68, 4707.
- 4* Далгарно А Неупругие столкновения при низких энергиях. - Лабораторные исследования аэрономических реакций/ Труды симпозиума. Л., Гидрометеиздат, 1970.

- 5* Литвак А.Г. О возможности самофокусировки электромагнитных волн в ионосфере. - Изв.вузов. Радиофизика, 1968, т.11, №9, с.1433.
- 6* Васьков В.В., Гуревич А.В. Расслоение ионосферной плазмы в области отражения обыкновенной радиоволны. - Письма в ЖЭТФ, 1974, 20, вып.8, с.529.
- 7* Perkins F.W., Valeo E.J. - Phys.Rev.Lett., 1974, 32, p.1234.
- 8* Гуревич А.В., Шлюгер И.С. Исследование нелинейных явлений при распространении мощного радиоимпульса в нижних слоях ионосферы. - Изв.вузов. Радиофизика, 1975, 18, №9, с.1237.
- 9* Грач С.М., Караштин А.Н., Митяков Н.А., Рапопорт В.О., Трахтенгерц В.Ю., К теории тепловой параметрической неустойчивости в неоднородной плазме. - Физика плазмы, 1978, 4, вып.6, с.1321.
- 10* Задорожный А.М., Гинзбург Э.Н. О сезонных вариациях коэффициента турбулентной диффузии в мезосфере и нижней термосфере. - Геомагнетизм и аэрономия, 1977, 17, с.1050.
- 11* Гинзбург Э.Н., Жаловская Л.В. Турбулентные эффекты в нижней ионосфере. - Изв.вузов. Радиофизика, 1974, 17, с.301.

Научно-исследовательский
радиофизический институт

ПЕРИОДИЧЕСКИ ДЕЙСТВУЮЩАЯ РЕАКЦИЯ И ЕЕ МЕХАНИЗМ *)

Б.П.Белоусов

Как известно, медленно протекающие окислительно-восстановительные реакции можно весьма заметно ускорить, например, путем введения относительно небольших количеств третьего вещества-катализатора. Последний изыскивается обычно эмпирически и является для данной реакционной системы до известной степени специфическим.

Некоторую помощь в изыскании такого катализатора может оказать правило, по которому нормальный его потенциал подбирается средним между потенциалами реагирующих в системе веществ. Указанное правило, хотя и упрощает выбор катализатора, однако оно еще не позволяет заранее и с уверенностью предсказывать, будет ли таким образом выбранное вещество действительно являться положительным катализатором для данной окислительно-восстановительной системы, а в случае, если и будет пригодным, то еще неизвестно, в какой мере оно проявит свое активное действие в избранной системе.

Надо полагать, что так или иначе изысканный катализатор окажет действие как в своей окислительной форме, так и в восстановленной. Причём окисленная форма катализатора, очевидно, должна легко реагировать с восстановлением основной реакции, а его восстановленная форма-с окислителем.

*) Из архива Б.П.Белоусова. Датирована 1951 годом. -
Прим. ред.

В системе бромата с цитратом ионы церия вполне отвечают указанным выше условиям, а потому, при подходящем pH раствора, могут являться хорошими катализаторами. Отметим, что в отсутствие ионов церия сам бромат практически не способен окислять цитрат, тогда как 4-валентный церий достаточно легко это делает. Принимая во внимание способность бромата окислять Ce^{IV} в Ce^{III} , становится понятным каталитическая роль церия в такой реакции.

Поставленные в этом направлении опыты подтвердили каталитическую роль церия в избранной системе, а кроме того, выявили поразительную особенность течения этой реакции.

Действительно, нижеописываемая реакция замечательна тем, что при проведении ее в реакционной смеси возникает ряд скрытых, упорядоченных в определенной последовательности, окислительно-восстановительных процессов, один из которых периодически выявляется отчетливым временным изменением цвета всей взятой реакционной смеси. Такое чередующееся изменение окраски, от бесцветной до желтой и наоборот, наблюдается неопределенно долго (час и больше), если составные части реакционного раствора были взяты в определенных количествах и в соответствующем общем разведении.

Так, например, периодическое изменение окраски можно наблюдать в 10 мл водного раствора следующего состава*):

Лимонная кислота	2,00 г
Сульфат церия	0,16 г
Бромат калия	0,20 г
Серная кислота (1:3)	2,0 мл
Воды до общего объема	10,0 мл

Если указанный, комнатной температуры, раствор хорошо перемешан, то в растворе в первый момент усматривается возникновение нескольких быстрых смен окрасок из желтого в бесцветный и наоборот, которые спустя 2-3 мин при-

*)) При желании изменить темп пульсации приведенная пропись состава реакционного раствора в известной мере может быть изменена.

Указанные в тексте количественные соотношения ингредиентов, входящих в состав описываемой реакции, были экспериментально разработаны А.П.Сафроновым. Им же предложен для этой реакции индикатор — железософенантролин, за что автор весьма ему признателен.

обретают правильный ритм. При соблюдении условий опыта продолжительность одной смены окраски имеет среднее значение, равное примерно 80 с. Однако этот интервал через некоторое время (10–15 мин) имеет тенденцию увеличиваться и с 80 с постепенно доходит до 2–3 мин и более. В это же время отмечается появление в растворе тонкой белой взвеси, которая со временем частично седиментирует и выпадает на дно сосуда в виде белого осадка. Анализ его показывает образование пентобромацетона как продукта окисления и бромирования лимонной кислоты. Увеличение концентрации ионов водорода или церия весьма ускоряет ритм реакции; при этом интервалы между импульсами (сменой окраски) становятся короче; одновременно наступает быстрое выделение значительных количеств пентобромацетона и двуокси углерода, что влечет за собой резкое уменьшение лимонной кислоты и бромата в растворе. В таких случаях реакция заметно приближается к концу, что усматривается по вялости ритма и отсутствию четких смен окрасок. В зависимости от израсходованного продукта добавка бромата или лимонной кислоты вновь возбуждает интенсивность затухающих импульсов и заметно продлевает всю реакцию. На течение реакции большое влияние оказывает также и повышение температуры реакционной смеси, что сильно ускоряет ритм импульсов; напротив, охлаждение затормаживает процесс.

Некоторое нарушение течения реакции, а с этим и равномерность ритма, наблюдаемое спустя некоторое время от начала процесса, зависит, вероятно, от образования и накопления твердой фазы суспензии пентобромацетона.

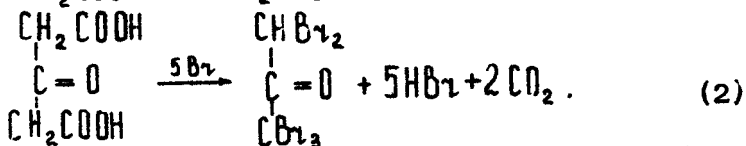
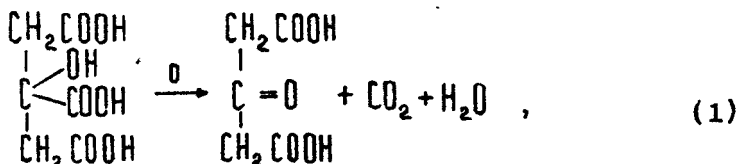
На самом деле, в виду способности пентобромацетона сорбировать и удерживать на себе небольшую часть выделяющегося при импульсах свободного брома (см. ниже), последний, очевидно, будет частично выбывать из этого звена реакции, напротив, при очередной смене импульса, когда раствор станет бесцветным, сорбированный бром станет медленно десорбироваться в раствор и неупорядоченно идти в реакцию, нарушая тем самым создавшуюся вначале общую синхронность процесса. Таким образом, чем больше накапливается взвеси пентобромацетона, тем больше наблюдаются и нарушения в длительности ритма: время между сменами окрасок раствора увеличивается, а сами смены становятся нечеткими.

Некоторое представление о действии пульсирующей реакции дает ряд фотографий^{*)}, при этом каждый из снимков производился всякий раз после того, как происходила очередная смена окраски.

На фотографических снимках в центре видна пробирка с реакционной жидкостью, меняющей окраску из желтой в бесцветную. Для сравнения слева находится пробирка с раствором желтой соли 4-валентного церия (на снимке - черного цвета), справа - пробирка с водой (на снимке - бесцветная). Таким образом, на фотографических снимках изменение от черного к бесцветному соответствует импульсам: желтый-бесцветный. Рядом помещен секундомер, показывающий время съемки.

Сопоставление и анализ экспериментальных данных свидетельствует, что в основе этой реакции лежит своеобразное поведение лимонной кислоты по отношению к некоторым окислителям.

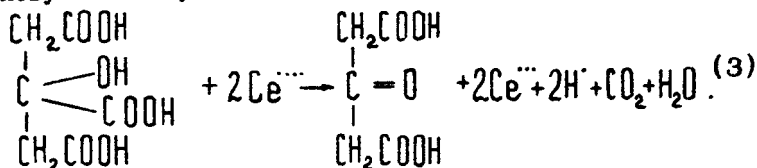
Как известно, бром практически не взаимодействует с лимонной кислотой. Однако в присутствии некоторых окислителей, способных переводить ее в ацетондикарбоновую кислоту, происходит образование пентобромацетона:



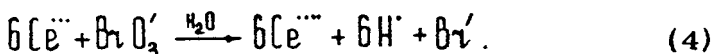
Такой окислитель, как бромат, так же, как и сам бром, при обычных условиях практически не окисляет лимонную кислоту или делает это очень длительно. Напротив, в присутствии ионов церия, являющихся в данном случае передатчиками окисления, реакция с броматом протекает достаточно гладко. Если при этом ион церия взят 4-валентным, то он и в отсутствие бромата способен с весьма заметной скоростью

^{*)} Фотографии не сохранились. - Прим. ред.

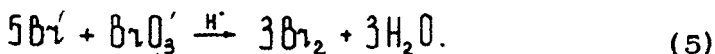
окислять лимонную кислоту, переводя последнюю в ацетонди-карбоновую кислоту:



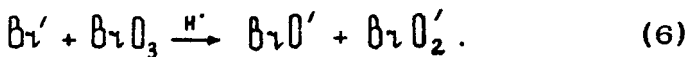
Образующийся при этом ион 3-валентного церия способен окисляться броматом и переходить вновь в 4-валентный церий, в то время как бромат раскисляется с образованием бромида:



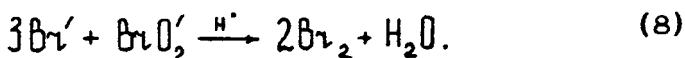
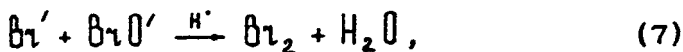
Выделившийся бромид с относительно большой скоростью реагирует в кислой среде с броматом, выделяя свободный бром *):



Строго говоря, реакции бромата с Ce^{III} (4) и с Br' (5) не отвечают вышеприведенным простым схемам. Надо полагать, что тип уравнений скоростей этих реакций более низкого порядка, чем это видно из приведенных стехиометрических равенств. Так, например, в реакции (5) допускают ряд скрытых, медленно протекающих промежуточных реакций. За ними следует одна или несколько быстрых, не влияющих на общую скорость, завершающих реакций. При этом возможно временное образование двух кислот — бромноватистой (не изолированной, но возможной) и бромистой:



За этим следуют весьма быстрые процессы их восстановления:



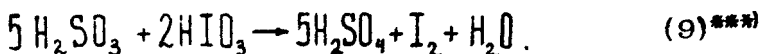
*) Если при этом бромат (в реакции (5)) был взят в избытке.

Таким образом, в качестве конечного продукта получа-
ется свободный бром *); однако последний должен быстро
"блокироваться" или захватываться, согласно приведенной
выше схеме (2), ацетондикарбоновой кислотой, ранее образо-
вавшейся при реакции (3)**). В результате в реакционном
растворе идет накопление бесцветного, малорастворимого
пентобромацетона.

Последний достаточно устойчив и индифферентен в кислой
среде ко всем составным частям реакционной смеси.

Рассмотренные выше ступени механизма этой своеобраз-
ной реакции указывают на роль и ответственное значение
окисления, производимого бромноватой кислотой. На самом
деле, на примере известной реакции Ландольта можно отме-
тить особенности сложного механизма окисления такими окис-
лителями, как йодатом или броматом.

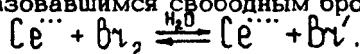
Как известно, взаимодействие йодата с сульфитом про-
текает по общей простой схеме:



Оно имеет ту замечательную особенность, что при сме-
шивании растворов сульфита с йодатом в кислой среде выде-
ление свободного йода, а следовательно и окрашивание реак-
ционной смеси, протекает не мгновенно после смешивания, а
спустя некоторое, иногда довольно длительное время, и при-
том спонтанно.

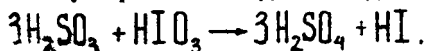
Для объяснения этого явления полагают, что в скрытый

*) При этом мы временно опускаем из рассмотрения возмож-
ность возникновения обратимой реакции взаимодействия
Ce^{IV} с образовавшимся свободным бромом по схеме:



**) Здесь также возможна реакция свободного брома с цит-
ратом в присутствии BrO₃' при одновременном те-
чении индуцирующих процесс реакций.

***) При избытке сульфита свободный йод не образуется:

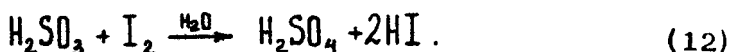
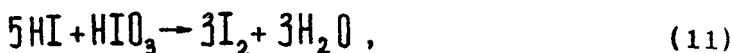


период, в течение которого после смешивания реагентов раствор остается еще бесцветным, возникают с различными скоростями взаимосвязанный и упорядоченный во времени ряд следующих процессов:

Медленная бесцветная реакция:



Более быстрая, также пока бесцветная, реакция (11)^{*}, ибо образующийся йод еще быстрее расходуется на последующую реакцию с сульфитом (12):

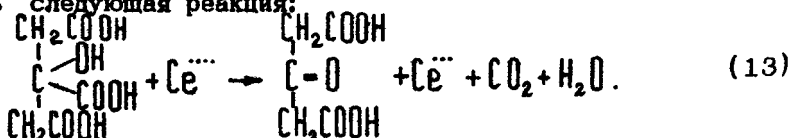


Только по израсходовании всего сульфита оставшийся йодат быстро прореагирует с накопившимся к этому времени йодидом, освободив некоторое количество свободного йода по схеме (11).

Для уяснения кинетики таких ступенчато идущих реакций принимают во внимание положение, по которому во всяком сложном процессе, протекающем через ряд последовательно идущих реакций, скорость наиболее медленной реакции определяет скорость всего процесса. Медленно протекающая реакция определяет также порядок суммарного процесса.

Из этого примера становится ясна и общая схема нашей сложной периодически действующей реакции, которую можно представить исходя из рассмотренных выше узловых процессов ее общего механизма следующим образом.

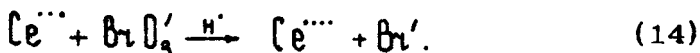
Если мы имеем подкисленный серной кислотой водный раствор лимонной кислоты, к которому добавлены VCl_3 и соль церия, то, очевидно, в первую очередь, должна протекать следующая реакция:



^{*} Надо думать, что эта реакция является сложной и проходит, вероятно, через образование HIO и HIO_2 , как было нами указано при реакциях (6) и (8) с броматом.

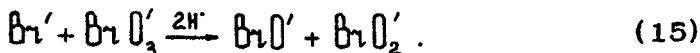
Эта реакция достаточно медленная, в ней усматривается (по исчезновению желтой окраски, свойственной ионам $[\text{Ce}^{\text{IV}}]$) постепенное накопление 3-валентного иона церия.

Образующийся 3-валентный церий будет взаимодействовать с броматом

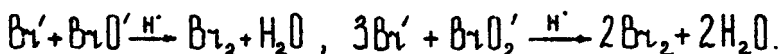


Эта реакция более быстрая, чем предыдущая (13), так как весь образующийся $[\text{Ce}^{\text{IV}}]$ успевает вернуться в реакцию (13) на окисление лимонной кислоты, а потому окраски (от $[\text{Ce}^{\text{IV}}]$) не наблюдается.

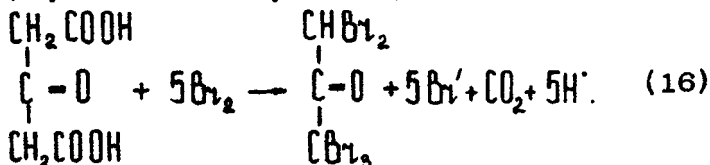
Далее, очевидно, накапливающийся в реакции (14) Br' будет реагировать с броматом:



Реакция относительно быстрая ввиду большой концентрации H^+ ; за ней следуют еще более быстрые процессы:



Однако выделения свободного брома пока еще не отмечается, хотя он и образуется. Это происходит, очевидно, потому, что в реакции (14) бромид накапливается медленно, таким образом, "свободного" брома мало, и он успевает расходоваться в быстрой реакции (16) с ацетондикарбоновой кислотой (образовавшейся в реакции (13)):



Здесь, очевидно, окраска раствора также будет отсутствовать, причём раствор может слабо замутнеть от образовавшегося малорастворимого пентобромацетона. Выделение газа ($[\text{CO}_2]$) пока еще незаметно.

Наконец, после того как накопилось достаточное количество Br' (14,16), наступает момент взаимодействия бромидов с броматом, теперь уже с видимым выделением некоторой порции свободного брома. Ясно, что к данному моменту

ацетондикарбоновая кислота, которая до этого "блокировала" свободный бром, успеет израсходоваться вследствие малой скорости ее накопления в реакции (13).

Выделение свободного брома происходит спонтанно, и это обуславливает внезапную окраску всего раствора, которая усилится, вероятно, и от одновременного возникновения желтых ионов 4-валентного церия. Выделившийся свободный бром будет постепенно, но с хорошо заметной скоростью расходоваться на образование ионов $[\text{Ce}^{IV}]$, потребляемых реакцией (13), а следовательно, и на реакцию (15). Возможно, бром также будет расходоваться и на взаимодействие с лимонной кислотой в присутствии Br_2O_3 *), так как при этом не исключается роль возникающих побочных процессов, индуцирующих эту реакцию.

После исчезновения свободного брома и ионов $[\text{Ce}^{IV}]$ в реакционном растворе, очевидно, останутся неактивный пентобромацетон взятый избыток лимонной кислоты и бромата, а также катализирующий процесс 4-валентный церий.

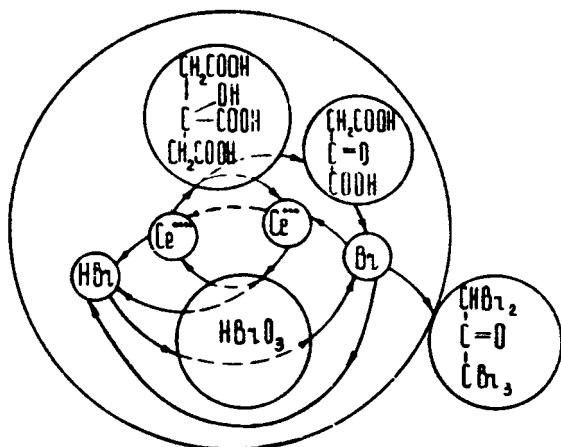
Не подлежит сомнению, что в этом случае вышеописанные реакции возобновятся и будут повторяться до тех пор, пока не израсходуется один из ингредиентов взятой реакционной смеси, то есть лимонная кислота или бромат **).

Эту взаимосвязь рассмотренных реакций можно представить следующей наглядной схемой (см.с.185).

Так как из имеющих место многочисленных процессов только немногие определяются визуально в виде смены окраски, то была сделана попытка выявить скрыто протекающие реакции с помощью осциллографа.

*) Если в водном растворе H_2SO_4 (1:3) имеются только лишь лимонная кислота и бромат, то при слабом нагревании такого раствора ($35-40^\circ\text{C}$) и прибавлении бромной воды раствор быстро становится мутным, а бром исчезает. Последующее извлечение взвеси эфиром показывает образование пентобромацетона. Следы солей церия очень ускоряют этот процесс при бурном выделении.

***) В том случае, когда реакция остановилась, в силу израсходования одного из ингредиентов, прибавление израсходованного вещества опять возобновит периодические процессы.



Действительно, на осциллографических снимках усматривается ряд периодических процессов, которые, очевидно, должны соответствовать видимым и скрытым реакциям. Однако последние требуют еще детального анализа.

В заключение отметим, что более отчетливое изменение цветности периодической реакции наблюдается с применением индикатора на окислительно-восстановительные процессы. В качестве такового наиболее удобным оказался железофенантролин, рекомендованный для определения перехода Ce^{IV} в Ce^{III} . При этом бесцветной окраске раствора (Ce^{IV}) соответствовала красная форма индикатора, а желтой (Ce^{III}) — синяя.

Особенно ценен такой индикатор для демонстрационных целей. Так, например, эта реакция чрезвычайно эффективна при демонстрации изменения ее скорости в зависимости от температуры*).

Если сосуд с реакционной жидкостью, показывающей нормальное число импульсов (1–2 в мин) нагреть, то наблюда-

* Мы применяли на 10 мг реакционной смеси 0,1–0,2 мл реактива (1,0 г α -фенантролина, 5 мл H_2SO_4 (1 : 3) и 0,8 г соли Мора в 50 мл воды).

ется быстрое изменение в скорости чередования смены окрасок, доходящее до полного исчезновения интервалов между импульсами. При охлаждении ритм реакции вновь замедляется и перемена цветов становится опять отчетливо различимой.

Другую своеобразную картину пульсирующей реакции с применением индикатора удастся наблюдать, если реакционный раствор, находящийся в цилиндрическом сосуде и "настроенный" на быстрый темп, аккуратно разбавить водой (путем наслоения) с таким расчётом, чтобы концентрация реагирующих веществ постепенно убывала от дна сосуда к верхнему уровню жидкости.

При таком разведении наибольшая скорость пульсации будет в более концентрированном, нижнем (горизонтальном) слое, убывая от слоя к слою к поверхности уровня жидкости. Таким образом, если в каком-либо слое в какое-то время произошла смена окраски, то одновременно в выше или ниже лежащем слое можно ожидать отсутствие таковой или иную окраску. Это соображение, несомненно, приложимо ко всем слоям пульсирующей жидкости. Если при этом учесть способность суспензии выпадающего пентобромацетона селективно сорбировать и длительно удерживать на себе восстановленную красную форму индикатора, то красная окраска пентобромацетона будет закреплена в слое. Она не нарушается даже при последующем изменении окислительно-восстановительного потенциала среды, в результате чего вся жидкость в сосуде через некоторое время становится пронизанной горизонтальными красного цвета слоями.

Следует указать, что введение в нашу систему другой окислительно-восстановительной пары $Fe \rightleftharpoons Fe^{2+}$ не может, конечно, не отразиться на первой.

В ней при этом отмечается более быстрое выделение пентобромацетона и соответственно более скорое завершение всего процесса.

Комментарий к статье

Б. П. Белоусова

22 апреля 1980 г. Б.П.Белоусову^{*} (совместно с другими учеными) была присуждена Ленинская премия за исследование автоволновых процессов в химических и биологических системах. Официальное признание заслуг этого замечательного учёного не застало его в живых — Борис Павлович умер 12 июня 1970 г., и мировая известность первооткрывателя периодической реакции пришла к нему уже после смерти.

Химическая периодическая реакция была открыта Б.П.Белоусовым в 1950 г. Он занимался химическим моделированием отдельных фаз цикла Кребса — центральной биохимической системы, реакций, в ходе которых остаток уксусной кислоты деградирует до CO_2 и водорода (окисляемого далее до H_2O в дыхательной цепи). В цикле Кребса остаток уксусной кислоты конденсируется со шавелевоуксусной с образованием лимонной кислоты. Образовавшаяся лимонная кислота в ходе окислительно-восстановительных реакций превращается в α -кетоглутаровую кислоту.

Борис Павлович исследовал окисление лимонной кислоты при взаимодействии с VClO_3^- в присутствии ионов Ce^{4+} в качестве катализаторов в сернистой среде. Он обратил внимание на четкую периодическую смену цвета реакционной смеси в последовательность: бесцветная, желтая. Ему удалось "подкрасить" реакцию, введя в нее редокс индикатор — систему железобенантролин. В присутствии редокс индикатора по ходу реакции синяя окраска реакционной массы периодически менялась на красную.

^{*} Борис Павлович Белоусов (1893–1970). Химическое образование получил в Высшей технической школе (Цюрих, Швейцария). В первые годы Советской власти работал на химических курсах РККА (впоследствии — Химической академии РККА). В 1939 г. вышел в отставку в звании комбрига (генерал-майор) и затем заведовал лабораторией Института биофизики Министерства здравоохранения СССР.

В 1951 г. Б.П.Белоусов решил, что первый этап исследования периодической реакции завершен и отправил статью (публикуемую в данном сборнике) в редакцию одного из химических журналов. В рецензии на статью говорилось, что ее не следует публиковать, потому что такая реакция невозможна.

В те годы, несмотря на работы Лотки, Вольтерра, Д.А. Франк-Каменецкого, в "широких кругах" химиков существовало убеждение в невозможности колебаний в гомогенных растворах. Произошел ошибочный перенос понятий равновесной термодинамики на кинетику открытых систем. Тогда говорили, что колебания в химической системе невозможны, как невозможен одновременный спонтанный переход 10^{16} - 10^{19} молекул в возбужденное состояние. Это очевидно неверное возражение против реальности химических периодических реакций, видимо, и обусловило отрицательную рецензию на статью Б.П.Белоусова с описанием "периодически действующей химической реакции". Рецензент писал, что сообщение об обнаруженном явлении можно было бы опубликовать лишь при условии его теоретического объяснения.

Несмотря на неудачу с публикацией, Б.П.Белоусов продолжал изучение открытой им реакции. Он обратил внимание на то, что наряду с медленными периодическими изменениями ЭДС, соответствующими циклам изменения окраски, на осциллограммах видны несколько быстрых пульсаций как раз в момент изменения цвета. Это давало основание предположить, что в момент изменения окраски происходит еще несколько быстрых периодических процессов. В этот период Белоусов исследовал зависимость частоты пульсаций от концентрации реагентов. В 1957 г. он вновь послал дополненный вариант статьи в редакцию другого химического журнала. Но ему не повезло и на этот раз.

К осени 1958 г. возникло опасение, что возрастающая популярность периодической химической реакции, стремление многих исследователей изучить ее механизм приведут к потере приоритета Б.П.Белоусова. Борис Павлович согласился опубликовать краткое сообщение в институтском "Сборнике рефератов по радиационной медицине" за 1959 г. Работа увидела свет. Однако малый тираж и распространенность этого сборника сделали эту единственную

статью Б.П.Белоусова о периодической реакции долгое время почти неизвестной в научном мире. Тем временем реакция Белоусова интенсивно изучалась – на кафедре биофизики физического факультета МГУ, а затем в лаборатории физической биохимии Института биофизики АН СССР. Существенный прогресс в понимании механизма этой реакции начался в ходе аспирантской работы А.М.Жаботинского. За относительно короткое время реакция Белоусова стала известна во всем мире. Ей посвящены многие десятки статей, обзоров, книг. Особый интерес привлекли пространственные эффекты, сопровождающие эту реакцию. Следует заметить, что впервые наблюдал пространственные картины сам Б.П.Белоусов (см. текст публикуемой здесь статьи Б.П.Белоусова). Однако интенсивное изучение и понимание природы пространственных эффектов началось лишь после 1968 г. Авторы этих исследований Г.Р.Иваницкий, В.И.Кринский, А.Н.Заикин, А.М.Жаботинский вместе с Б.П.Белоусовым удостоены Ленинской премии 1980 года.

Гармоничное сочетание высокой этики с талантом исследователя, широкая эрудиция, внимание к тонким деталям эксперимента, умение многие годы вести разработку трудных проблем обусловили ряд важных научных достижений Б.П.Белоусова. Среди них периодическая реакция его имени, вошедшая в учебники и обзоры на многих языках мира, еще долгое время будет предметом изучения специалистов разного профиля.

С.Э.Шноль
Б.Р.Смирнов
Г.И.Задонский

АВТОВОЛНОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ ВНУТРИКЛЕТОЧНОЙ ПОДВИЖНОСТИ

В.А.Теплов, С.И.Бейлина, М.В.Евдокимов,
А.В.Приезжев, Ю.М.Романовский

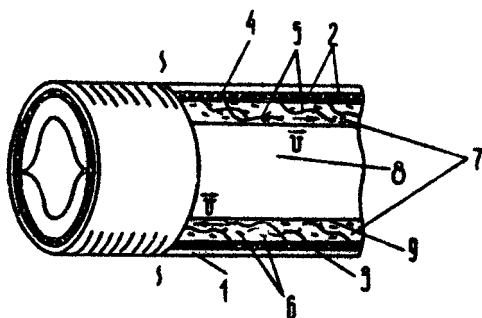
Настоящий обзор посвящен автоволновым (АВ) процессам в сократительных системах, основанных на актомиозиноподобных (АМ) белках и ответственных за движение протоплазмы. Такое движение можно обнаружить в любой эукариотической клетке на некоторых стадиях ее развития. Но наиболее мощное, упорядоченное и постоянное движение протоплазмы наблюдается и интенсивно исследуется в клетках харовых водорослей и плазмодии миксомицета.

В обзоре описаны АВ феномены, наблюдаемые в этих клетках, и дано описание блок-схем элементарных сократительных систем, которые в совокупности проявляют АВ кооперативные свойства. Также поставлена задача о формулировании полных самосогласованных моделей течения протоплазмы в этих клетках и соответствующих АВ механизмов, поддерживающих эти течения. Отметим сразу, что до построения полных самосогласованных моделей не только математических, но и качественных, "словесных", еще далеко. Поэтому основной целью обзора является привлечение внимания различных исследователей, и прежде всего физиков, к новой области проявления АВ феноменов, которые, быть может, лежат в основе всей биологической подвижности.

*) Эукариотические клетки - клетки, содержащие ядерные мембраны

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ОБ АВ ДВИЖЕНИЯХ В *NITELLA*

Nitella - пресноводная зеленая водоросль семейства харовых. Ее вегетативное тело состоит из цилиндрических клеток длиной 2-5 см. и диаметром до 1 мм. Примерно 30% объема клетки занимает вакуоль, отделенная от эндоплазмы внутренней мембраной - тонопластом (рис.1).



Р и с. 1. Схема строения клетки водоросли *Nitella*:
1 - клеточная оболочка; 2 - хлоропласты; 3 - кортекс; 4 - субкортикальные фибриллы; 5 - эндоплазматические филаменты; 6 - олигомеры миеозина; 7 - вязкая эндоплазма; 8 - вакуоль, заполненная клеточным соком; 9 - тонопласт

Течение наблюдается в эндоплазме, которая тонкой лентой толщиной 20 мкм обвивает по спирали клетку, заворачивая у концов. Поэтому в клетке образуются как бы два канала, по которым эндоплазма в норме течет в противоположных направлениях. Скорость течения постоянна и составляет 60-100 мкм/с. Эндоплазма увлекает за собой и клеточный сок, заполняющий вакуоль.

Камия и Курода [1^а] измерили профиль скорости течения эндоплазмы в клетках *Nitella* методами световой микроскопии. Оказалось, что градиент скорости существует только в пристеночном слое толщиной 1 мкм, а остальная эндоплазма течет с одной и той же скоростью (в пределах ошибки измерений). Поэтому было высказано предположение, что

движущая сила течения локализована в этом узком слое. Измеренная в [2*] движущая сила на единицу площади стенки составляет 1-2 дин/см².

Камитсубо и Аллен [3*, 4*] обнаружили в клетках *Nitella* комплекс длинных прямых субкортикальных фибрилл, параллельных рядам хлоропластов и гибких филаментов, которые ответвляются от субкортикальных фибрилл и пронизывают всю толщу эндоплазмы. Толщина филаментов 0,08 мкм - 0,2 мкм. По эндоплазматическим филаментам распространяются изгибные волны в направлении течения. Параметры волн сильно варьируют: амплитуда волны 2-7 мкм, длина волны 17-144 мкм, скорость волны 70-100 мкм/с, частота колебаний 0,6-5 Гц.

Биохимические исследования показали, что и фибриллы, и филаменты состоят из актиноподобного белка, что миозиноподобный белок локализован в эндоплазме и находится в виде олигомеров [5*, 6*].

В пользу возможности существования стационарного и однородного течения в системе "актиновые филаменты - олигомеры миозина" говорят результаты экспериментов Яно с соавт. [7*], проделанных с использованием мышечных сократительных белков. В 8 случаях из 32 авторы наблюдали течение раствора, содержащего миозин, в узком зазоре между двумя концентрическими цилиндрами, на поверхность внутреннего из них были нанесены актиновые филаменты. Таким образом, движение протоплазмы в клетках *Nitella* создается, по-видимому, АВ процессом взаимодействия актиновых филаментов с молекулами или олигомерами миозина, происходящими за счёт механохимического преобразования энергии гидролиза АТФ АМ комплексом данного вида.

Этот процесс можно представить следующим образом. Одна из головок олигомера миозина (для простоты возьмем димер (ДМ)), ориентированного течением эндоплазмы определенным образом, соединяется с актиновым филаментом и, оказываясь при этом в нестабильном состоянии, переходит в стабильное, что сопровождается гребущим движением ДМ. С другой стороны, удары и гребки ДМ создают стохастическую распределенную силу, действующую на актиновые филаменты. Течение создает натяжение филаментов, что совместно с распределенной нагрузкой порождает условия возникно-

вения изгибной волны, бегущей по филаменту от закрепленного конца к свободному, то есть по направлению течения эндоплазмы. Волнообразно изгибающийся филамент тоже может поддерживать течение.

Таким образом, получается замкнутый цикл, в котором стационарный поток поддерживается гребками ДМ и волнообразными изгибаниями филаментов, а условия возникновения волн и правильная направленность гребков создаются самим потоком эндоплазмы.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ ОБ АВ ЯВЛЕНИЯХ В ПЛАЗМОДИИ МИКСОМИЦЕТА

Миксомицет *Physarum polyseriale* в плазмодиальной стадии представляет собой многоядерный цитоплазматический синцитий, растущий на питательном субстрате в виде пленки. Плазмодий может достигать гигантских размеров (площадью до 1 м^2 и толщиной до 1 мм), оставаясь единой клеткой, способной к перемещению при истощении в субстрате питательных веществ. В отличие от стационарного потока в *Nitella* в плазмодии наблюдается возвратно-поступательное (челночное) движение протоплазмы. Миграция плазмодия реализуется преимущественным переносом массы протоплазмы в направлении перемещения и сопровождается непрерывным воссозданием характерной миграционной формы (рис.2, см.с.256). Фронтальная область имеет вид утолщенной по кромке пленки, пронизанной сетью каналов текущей протоплазмы. По мере удаления от фронта диаметр каналов увеличивается; они отчетливо выделяются на фоне пленки (зона каналов), постепенно переходя в сеть анастомозирующих тяжей, уже не связанных пленкой (зона тяжей).

В плазмодии можно различить два состояния протоплазмы. Непосредственно под мембраной находится стационарная, обладающая упругостью гелеподобная эктоплазма, которая формирует стенки каналов. Она ограничивает более жидкую, золеподобную эндоплазму, которая движется относительно стенок, ритмически меняя скорость и направление с периодом 1-3 мин. Скорость потока в крупных тяжах может достигать 1,5 мм/с. Поток эндоплазмы вызывается градиентом внутри-

клеточного давления, которое генерируется сокращениями эктоплазматических стенок. При этом текущая эндоплазма проявляет неньютоновы свойства: профиль скоростей меняется от уплощенного при малых скоростях до параболического при максимальных [8*]; при перемене направления потока протоплазма "застывает" на 1-3 с.

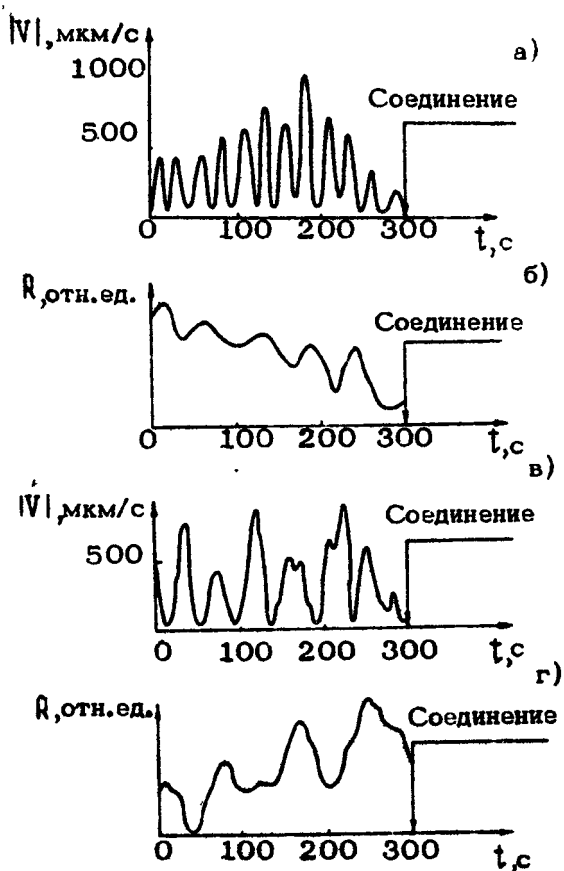
Существующие данные позволяют выделить следующие АВ явления в плазмодии: 1) волнообразное распространение утолщений во фронтальной области со скоростями от 5 до 30 мкм/с [9*, 10*, 11*, 88], иногда можно наблюдать циркуляцию таких волн по замкнутому контуру; 2) квазистохастические колебания толщины отдельных участков фронтальной области с постепенной их синхронизацией [10*]; 3) почти синфазные радиальные пульсации сети тяжей небольших размеров [12*]; 4) периодические сокращения и крутильные колебания фрагментов вертикально подвешенных тяжей [13*]; 5) распространение перистальтических сокращений по длинным полуизолированным тяжам [14*].

При квазистохастических колебаниях отсутствует временная и пространственная корреляция между направлением потока и изменениями толщины плазмодия [11*], в противоположность синхронному режиму, когда сокращения хорошо коррелируют с потоком протоплазмы в направлении фронта [12*]. Так как в "установившемся" режиме плазмодий ведет себя как хорошо организованная АВ система, обеспечивающая мощные регулярные потоки, то следует считать, что отдельные локализованные автогенераторы взаимодействуют между собой.

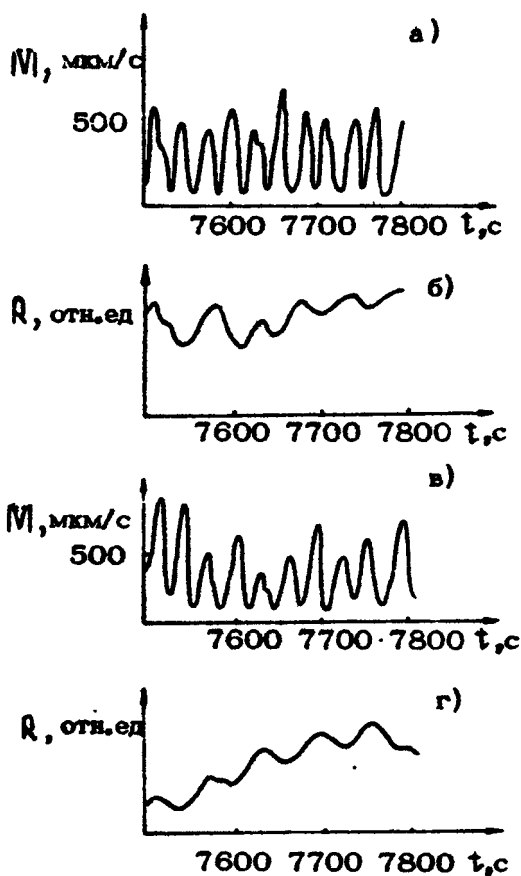
Степенью взаимодействия можно, по-видимому, объяснить все описанные режимы работы АВ системы.

Локальные генераторы могут иметь различные частоты, и в плазмодии часто наблюдаются низкочастотная модуляция или биения амплитуды скорости течения и сократительной активности [15*]. Частоту пульсаций можно увеличить, например, повышением температуры или обработкой глюкозой. Градиенты этих факторов в субстрате вызывают направленную миграцию плазмодия [16*]. Существует много данных как о "внутренней" [17*, 18*, 19*, 20*], так и о "внешней" синхронизации, навязанной, например, периодическими изменениями внешнего давления [21*]. Примером частотной син-

хронизации служит следующий проведенный авторами эксперимент. Исследовалось явление синхронизации челночного движения протоплазмы и радиальной сократительной активности при соединении двух фрагментов тяжей, находившихся на разных субстратах и проявлявших поэтому разную ритмическую активность с периодами $T_1 = 92$ с (на агаре) и $T_2 = 51$ с (на агаре с 1% глюкозы) (рис.3).



Р и с. 3. Временные зависимости скорости движения протоплазмы и сократительной активности фрагментов тяжей плазмодия *Physarum*, находящихся на чистом агаре (а и б) и на агаре с 1% глюкозы (в и г) до соединения



Р и с.4. Временные зависимости скорости челночного движения протоплазмы и сократительной активности фрагментов тяжелой плазмодия после соединения исследуемых фрагментов тяжелой третьим фрагментом, выполняющим роль переносчика синхронизирующего фактора. Заметно сближение периода колебаний. Начало отсчета времени - на рис.3_г

Соединение проводилось третьим фрагментом меньшей длины, выполняющим роль переносчика синхронизирующего фактора, природа которого пока не известна. В результате соединения периоды ритмической активности стали сближаться, спустя один час приняли близкие значения, соответственно $T_1 = 61$ с и $T_2 = 57$ с (рис.4). Измерения проводились бесконтактным методом на автоматизированном лазерном доплеровском спектрометре [15*] в реальном масштабе времени.

В настоящее время механизм, ответственный за колебания сократительной активности, еще не ясен [22*]. Мембрана плазмодия не является возбудимой [23*]. Автоколебания сократительной активности свойственны и тлям с нарушенной детергентом мембраной [24*] или их глицеринизированным моделям [25*].

Электронно-микроскопическими исследованиями установлено, что эктоплазма плазмодия пронизана системой инвагинаций внешней мембраны, с которыми связана сеть АМ фибрилл [26*]. Цикл сокращения-расслабления тли сопровождается изменениями агрегационного состояния цитоплазматического АМ [27*]. В фазе сокращения появляются пучки микрофиламентов - фибриллы, в то время как в фазе расслабления они исчезают [28*]. Актин и миозин находятся и в эндоплазме, но не в фибриллярной форме, и могут контролировать ее вязкость [29*].

Суммируя данные исследований последних лет, можно высказать следующие предположения о механизмах АВ процессов в плазмодии. Каждый АМ комплекс представляет собой локальную автоколебательную систему. Отдельные генераторы объединены между собой пассивными вязкоупругими связями, так что в целом совокупность генераторов представляет собой единую АВ систему. Амплитуда и частота каждого генератора может регулироваться биохимическими факторами. Эта система имеет распределенную нагрузку - поток протоплазмы, который может также осуществлять функцию связи между отдельными сократительными комплексами.

Так как автоколебания свойственны тлям с замещенной искусственной средой эндоплазмой [30*], то совокупность генераторов в вязкоупругой среде можно рассматривать как автономную АВ систему. По этой причине к построению ма-

тематической модели АВ тяжа можно подходить поэтапно, а именно выделить следующие упрощенные блоки модели: а) модель отдельного сократительного АМ комплекса; б) цепочка АВ АМ комплексов, объединенных вязкоупругими связями; в) модель формирования градиента давления; г) модель течения неньютоновой протоплазмы под действием волны градиента давления.

Обсуждение математических моделей подвижности протоплазмы в клетках *Nitella* и тяжах плазмодия проводится в статье Ю.М.Романовского с соавторами (в настоящем сборнике, с.202).

Л и т е р а т у р а

- 1.* Kamiya N., Kuroda K. Velocity distribution of the protoplasmic streaming in *Nitella* cells.- Bot.Mag., 1956, 69, p.544-554.
- 2.* Tazawa M. Motive force of the cytoplasmic streaming in *Nitella*.- *Protoplasma*, 1968, 65, p.207-222.
- 3.* Kamitsubo E. Motile protoplasmic fibrills in cells of Characeae.- *Protoplasma*, 1972, 74, p.53-70.
- 4.* Allen N.S. Endoplasmic filaments generate the motive force for rotational streaming in *Nitella*. - *J.Cell.Biol.*, 1974, 63, p.270-287.
- 5.* Palevitz B.A., Ach J.F., Hepler P.K. Actin in the green alga *Nitella*.- *Proc.Natl.Acad.Sci.USA*, 1974, 71, p.363-366.
- 6.* Chen J.C.W., Kamiya N. Localization of myosin in the internodal cell of *Nitella* as suggested by differential treatment with NEM. *Cell struct. Funct.*, 1975, 1, p.1-11.
- 7.* Yano M., Yamada T., Shimizu H. Studies of the chemomechanical conversion in artificially produced streaming. I-III. - *J.Biochem.*, 1978, 84, p.277-283, p.1087-1092, p.1093-1102.
- 8.* Kamiya N., Kuroda K. Studies on the velocity distribution of the protoplasmic streaming

- in the myxomycete plasmodium.- *Protoplasma*, 1958, 49, p.1-4.
- 9.* Stewart P.A. The organization of movement in slime mold plasmodia.-In: *Primitive Motile Systems in Cell Biology* (ed. R.D.Allen and N.Kamiya), New York, Acad.Press, 1964, p.69-76.
 - 10.* Baranowski Z. The contraction-relaxation waves in *Physarum polycephalum* plasmodia.- *Acta protozool.*, 1978, 17, p.387-397.
 - 11.* Baranowski Z. Thickness changes and flow of endoplasm in frontal zone of *Physarum polycephalum* plasmodia.- *Acta protozool.*, 1979, 18, p.113-114.
 - 12.* Grebecki A., Cieslawska M. Plasmodium of *Physarum polycephalum* as a synchronous contractile system.- *Cytobiologie*, 1978, 17, p.335-342.
 - 13.* Kamiya N., Yoshimoto Y. Dynamic characteristics of the cytoplasm. A study on the plasmodial strand of a myxomycete.- In: *Aspects of Cellular and Molecular Physiology* (ed. K.Hamaguchi), University of Tokyo Press, 1972, p.167-189.
 - 14.* Hulsmann N., Wolfarth-Bottermann K.E. Spatio-temporal relationships between protoplasmic streaming and contraction activities in plasmodial veins of *Physarum polycephalum*. - *Cytologie*, 1978, 17, p.317-334.
 - 15.* Евдокимов М.В., Приезжев А.В., Романовский Ю.М. Лазерный доплеровский анемометр на линии с ЭВМ для исследования медленных потоков протоплазмы в живых клетках/Тезисы докл.Всесоюз.семинара "Лазерная доплеровская анемометрия и ее применения".Новосибирск, 1980, с.100-101.
 - 16.* Durham A.C.H., Ridgway E.B. Control of chemotactic in *Physarum polycephalum*.- *J.Cell Biol.*, 1976, 69, p.218-223.
 - 17.* Takeuchi Y., Yoneda M. Synchrony in the rhythm of the contraction-relaxation cycle in two plasmodial strands of *Physarum polycephalum*.- *J.Cell.Sci.*, 1977, 26, p.151-160.

- 18.* Krüger J., Wohlfarth-Bottermann K.E. Oscillating contraction in protoplasmic strands of *Physarum*: Stretch-induced phase shifts and their synchronization.- *J.interdiscipl. Cycle Res.*, 1978, 9, p.61-72.
- 19.* Yoshimoto Y., Kamiya N. Studies on contraction rhythm of the plasmodial strand. I-IV.- *Protoplasma*, 1978, 95, p.88-89, 101-109, 111-121, 123-133.
- 20.* Achenbach U., Wohlfarth-Bottermann K.E. Oscillating contractions in protoplasmic strands of *Physarum*. Mechanical and thermal methods of phase shifting for studying the nature of the synchronizing factor and its transmission.- *J.Exp.Biol.*, 1980,85, p.22-31.
- 21.* Kishimoto U. Rhythmicity in the protoplasmic streaming of a slime mold, *Physarum polycephalum*. I, II.- *J.Gen.Physiol.*, 1958, 41, p.1205-1222, 1223-1244.
- 22.* Wohlfarth-Bottermann K.E. Oscillatory contraction activity in *Physarum*.- *J.Exp.Biol.*, 1979, 81, p.15-32.
- 23.* Tasaki T., Kamiya N. Electrical response of a slime mold to mechanical and electrical stimuli.- *Protoplasma*. 1950, 39, p.333-343.
- 24.* Teplov V.A., Beylina S.J., Layrand P.B., Matveeva N.B. Contractile properties of plasmodium strand models.- *Acta protozool.*, 1979, 18, p.209-211.
- 25.* Kamiya N. The mechanism of cytoplasmic movement in a myxomycete plasmodium.- In: *Aspects of Cell Motility*, 22nd Symp. Soc.Exp.Biol., Cambridge Univ. Press., 1968, p.199-214.
- 26.* Wohlfarth-Bottermann K.E. Plasmalemma invaginations as characteristic constituents of plasmodia of *Physarum polycephalum*. - *J.Cell. Sci.*, 1974, 16, p.23-27.

- 27* Wohlfarth-Bottermann K.E., Fleischer M. Cycling aggregation patterns of cytoplasmic F-actin coordinated with oscillating tension force generation.- Cell Tiss.Res., 1976, 165, p.327-344.
- 28* Nagai R., Yoshimoto Y., Kamiya N. Cyclic production of tension force in the plasmodial strand of Physarum polycephalum and its relation to microfilaments morphology.- J.Cell Sci., 1978, 33, p.205-225.
- 29* Isenberg G., Wohlfarth-Bottermann K.E. Transformation of cytoplasmic actin. Importance for the organization of the contractile gel reticulum and the contraction-relaxation cycle of cytoplasmic actomyosin.- Cell. Tiss.Res., 1976, 173, p.495-528.
- 30* Wohlfarth-Bottermann K.E. Contraction phenomena in Physarum: New results.- Acta protozool., 1979, 18, p.59-73.

Институт биологической физики
АН СССР, Пушкин;
Московский государственный
университет им. М.В.Ломоносова

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПОДВИЖНОСТИ ПРОТОПЛАЗМЫ

Ю.М.Романовский, Е.Б.Черняева,
В.Г.Колинько, Н.П.Хорс

Настоящая статья является непосредственным продолжением работы [1*] и содержит формулировку математических моделей АВ систем в *Nitella* и плазмодии *. Конечно, обе эти системы весьма сложны и далеки от завершения, ряд положений и численных оценок, на которых они основаны, требуют уточнения. Поэтому данную статью следует рассматривать лишь как первую попытку построения таких моделей.

МОДЕЛЬ АВ ПРОЦЕССА В *Nitella*

Замкнутая модель подвижности протоплазмы, Примем следующую блок-схему модели (рис.1) на основе работы [1*].

Начнем со связи ДМ - вязкая эндоплазма. Для этого воспользуемся способом, предложенным Дешеревским [2*] для описания взаимодействия актиновых и миозиновых нитей. Вместо уравнения движения половины саркомера как целого будем решать гидродинамическое уравнение течения эндоплазмы в плоском канале под действием объемных сил, определяемых АМ взаимодействиями.

Пусть α - концентрация ДМ в эндоплазме; ρ - концентрация гребущих ДМ; γ - концентрация свободных ДМ;

1) Сокращенные обозначения введены в статье [1].

K_1 – скорость замыкания ДМ с актиновыми филаментами (АФ); K_2 – скорость размыкания ДМ с АФ; $v(y, t)$ – скорость течения протоплазмы; D_0 – коэффициент диффузии; z – координата по оси канала; ρ_0 – плотность эндоплазмы; μ – коэффициент вязкости; y – координата, перпендикулярная стенке канала; f – горизонтальная составляющая силы, с которой ДМ действует на эндоплазму при гребке.



Р и с. 1. Блок-схема АВ процесса подвижности протоплазмы в клетках *Nitella*

В результате получим следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial n}{\partial t} &= K_1(v)\gamma - K_2(v)n, \\
 \frac{\partial \gamma}{\partial t} &= -K_1(v)\gamma + K_2(v)n + D_0 \frac{\partial^2 \gamma}{\partial z^2} + v \frac{\partial \gamma}{\partial z}, \\
 \int (\gamma + n) dz dy &= \alpha = \text{const}, \quad \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = f n + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь третье равенство выражает условие постоянства общего количества ДМ на единицу ширины канала. Предположение о плоском канале течения оправдано тем, что толщина эндоплазмы в 20-30 раз меньше радиуса клетки.

Задачу для связей эндоплазма - АФ-ДМ поставим так:

а) АФ - упругая длинная и тонкая нить, с одним закрепленным концом; б) натяжение нити создается взаимодействием двух сил: продольной силы трения со стороны эндоплазмы и продольной составляющей силы воздействия ДМ на АФ при гребке; в) к АФ приложена распределенная случайная нагрузка гребков-ударов ДМ.

Уравнение для АФ ("струны") запишется в виде:

$$\rho \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial z} \left[T(z) \frac{\partial X}{\partial z} \right] - 3\pi\eta \frac{\partial X}{\partial t} + f_{cl}(v, z, t) - F, \quad (2)$$

где X - вертикальное отклонение, F - погонная плотность силы, вызванная течением эндоплазмы; $T(z)$ - натяжение АФ, в общем случае зависящее от z ; $f_{cl}(v, z, t)$ - погонная плотность случайной силы, обусловленной ударами-гребками ДМ.

Граничные условия: $X(0, t) = 0$, $\frac{\partial X}{\partial z}(L, 0) = 0$, где L - длина филамента.

А уравнение Навье-Стокса для эндоплазмы будет иметь вид:

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = \tilde{F} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2},$$

где \tilde{F} - объемная плотность силы, соответствующей вкладу АФ в поддержание течения протоплазмы.

Предполагая, что f_{cl} - "белый шум", то есть

$$\langle f_{cl}(z, t) f_{cl}(z', t') \rangle = D \delta(z-z') \delta(t-t'), \quad (3)$$

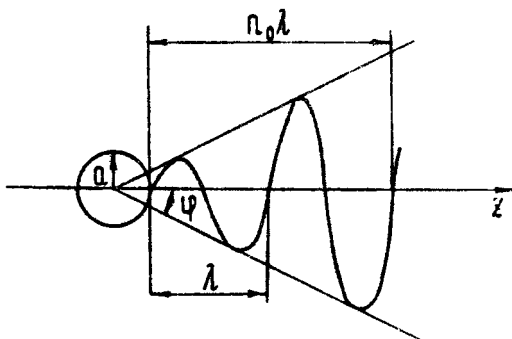
получим, воспользовавшись результатами работ [3*, 4*]:

$$D = (f_0 \tau_0)^2 m, \quad (4)$$

где f_0 - средняя вертикальная составляющая силы воздействия ДМ на АФ; τ_0 - длительность гребка; m - среднее число гребков ДМ на единицу длины АФ в единицу времени.

Для конкретизации сил F и \tilde{F} воспользуемся моделью Келлера для движения жгутиковых в воде [5*] (см. также [6*]). Сила, действующая на весь жгутик со стороны воды, принимает вид (рис. 2):

$$F_y = \frac{c_s c_n}{k \rho} \left\{ \frac{\pi}{c_0} \left[\frac{\xi}{\xi - 1} E_2 + (1 + \beta^2 \xi) E_1 \right] \right\}.$$



Р и с. 2. Схема жгутикового организма к модели Келлера

Здесь $c_0 = \omega/k$, $k = 2\pi/\lambda$, $\eta = 2\pi n_0 \beta$, $\xi = c_n/c_s$,

$$E_1 = l_n \left(\frac{\eta + \sqrt{1 + \eta^2 + \beta^2}}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right), \quad E_3 = \eta \sqrt{1 + \eta^2 + \beta^2},$$

$$E_2 = (1/2)(\xi - 1) [E_3 - (1 + \beta^2) E_1],$$

где c_s и c_n — силовые коэффициенты для тангенциальной и нормальной составляющих силы вязкости, действующей на элемент длины жгутика, соответственно; λ — длина волны, бегущей по жгутику; n_0 — число длин волн, уместающихся на жгутике; β — тангенс угла раствора оггибающей. В нашем случае при установившемся течении эндоплазмы сила F_y равна силе трения Стокса, действующей на переднюю часть $F_N = 3\pi \mu D$, где D — диаметр филемента.

Прежде чем записать замкнутую модель для механизма подвижности протоплазмы, отметим, что стохастический характер взаимодействия ДМ с АФ приводит к тому, что скорость течения флуктуирует около некоторого среднего зна-

чения, которое и измеряется экспериментально.

Таким образом, замкнутая математическая модель течения протоплазмы складывается из первых трех уравнений системы (1), уравнения (2) и следующей системы:

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} &= f_{c\lambda}^a(v, z, t) + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \tilde{F}, \\ \langle f_{c\lambda}^a(v, z, t) \rangle &= f n, \quad \langle f_{c\lambda}^b(v, z, t) \rangle = f_0 m, \\ \langle f_{c\lambda}^{a,b}(v, z, t) f_{c\lambda}^{a,b}(v, z', t') \rangle &= D^{a,b} \delta(z-z') \delta(t-t'), \\ D^a &= (f \tau_0)^2 n, \quad D^b = (f_0 \tau_0)^2 m, \end{aligned} \quad (5)$$

где $f_{c\lambda}^b$ - погонная плотность вертикальной составляющей случайной силы ударов-гребков ДМ; $f_{c\lambda}^a$ - объемная плотность горизонтальной составляющей случайной силы ударов-гребков ДМ.

Исследование этой системы на самовозбуждение и существование устойчивых режимов должно дать характеристики потока и волн, бегущих по филаментам, а также переходных процессов восстановления течения после остановки. В данной работе будут приведены теоретические расчёты и численные оценки для отдельных блоков и их связей между собой.

Модели отдельных блоков и их связей. Начнём со связей эндоплазма - ДМ - АФ. Если предположить $v = \bar{v}$; $n = n(t)$; $K_1(\bar{v}) = \text{const}$; $K_2(\bar{v}) = \text{const}$, система (1) примет вид:

$$\frac{dn}{dt} = K_1(\alpha - n) - K_2 n, \quad \rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = f n - f_{TP}(\bar{v}),$$

где $f_{TP}(\bar{v})$ - сила трения Стокса (число $Re \approx 10^{-4}$). Для стационарного случая:

$$n_s = K_1 \alpha / (K_1 + K_2), \quad f = f_{TP}(\bar{v}) / n_s. \quad (6)$$

С другой стороны, величину f можно оценить гидродинамически по некоторым экспериментально известным параметрам гребка ДМ.

Средняя по времени гребка горизонтальная составляющая силы взаимодействия ДМ с эндоплазмой

$$f' = 6\pi\mu l \left(\frac{\omega l}{2} - \bar{v} \right) \frac{1}{\omega(t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}})} (\cos\omega t_{\text{нач}} - \cos\omega t_{\text{кон}}), \quad (7)$$

где ω - угловая скорость ДМ при гребке; l - длина ДМ. Средняя по времени гребка вертикальная составляющая

$$f_0 = 6\pi\mu \frac{\omega l^2}{2} \frac{1}{\omega(t_{\text{кон}} - t_{\text{нач}})} (\cos\omega t_{\text{кон}} - \cos\omega t_{\text{нач}}). \quad (8)$$

Получим теперь некоторые выражения для связи ДМ - АФ - эндоплазма. Сначала найдем натяжение АФ. При малых амплитудах волны на филаменте средняя по длине АФ продольная сила трения, создаваемая потоком, равна

$$F_{\text{тр. прод}} = \pi\mu \tilde{D}L\bar{v} / 4\delta,$$

где δ - среднее расстояние между АФ.

Объемная плотность потерь на трение в эндоплазме

$$f_{\text{тр}}(\bar{v}) = 4\pi\bar{v} / \delta^2.$$

А средняя по времени и по длине АФ продольная составляющая силы взаимодействия ДМ с АФ

$$\bar{F}_{\text{прод}} = 3\pi\mu l \left(\frac{\omega l}{2} - \bar{v} \right) m L.$$

Таким образом, среднее по времени и по длине АФ натяжение

$$T = \frac{\pi\mu \tilde{D}L\bar{v}}{4\delta} - 3\pi\mu l \left(\frac{\omega l}{2} - \bar{v} \right) m L. \quad (9)$$

Для расчёта реакции АФ на случайную распределенную нагрузку ударов ДМ, как уже было упомянуто выше, воспользуемся результатами работы [4*].

Авторами были получены выражения для корреляционной функции случайной распределенной нагрузки и для соответствующей ей корреляционной функции струны, а также выражение для среднего квадрата амплитуды колебаний Q -й моды струны.

С учётом (3) средний квадрат амплитуды Q -й моды струны

$$\langle \Phi_q^2 \rangle = 8\pi D / 3\mu r \omega_q^2, \quad (10)$$

где ω_q - угловая частота Q -й моды струны.

В заключение сделаем оценку для скорости течений протоплазмы, которую может обеспечить филамент. Воспользовавшись моделью Келлера, получим

$$\tau / c_0 = \frac{(Q_3 - Q_2) E_2}{Q_1 Q_2 - E_2^2}. \quad (11)$$

Здесь

$$Q_1 = \frac{\xi \eta}{\xi - 1} E_2 + (\beta^2 \xi + 1) E_1 + 6\pi \mu \beta (k\omega) / c_s,$$

$$Q_2 = \left(\xi - \frac{3}{4} \right) (1 + \beta^2) E_2 + \eta^2 / 4 E_3 + 4\pi \mu [(k\omega)^2 E_1 + 2\beta (k\omega)^3] / c_s,$$

$$Q_3 = \left(\xi - \frac{3}{4} \right) (1 + \beta^2) E_2 + \eta^2 / 4 E_3,$$

где уже учтено равенство радиусов головки и жгутика, а обозначения описаны ранее.

Легко проверить, что для $\psi = 0$ амплитуда волны, бегущей по жгутику, равна 0. Так как в общем случае натяжение филамента есть функция расстояния от его закрепленного конца, то параметры волны также будут меняться при ее распространении от закрепленного конца к свободному. Следовательно, для филамента $\psi \neq 0$, и он сможет обеспечить ненулевую скорость течения эндоплазмы. Предварительные оценки дают значения угла $\psi = 10^\circ$.

Численные оценки. Основные данные для численных оценок взяты из работ [2*, 7*].

Величина горизонтальной составляющей силы при гребке, оцениваемая по модели Дешеревского, $f = 10^{-7}$ дин. При расчётах использовались значения коэффициентов K_1 и K_2 для поперечнополосатых мышц [2*], что, конечно, должно быть уточнено.

Средняя горизонтальная составляющая силы, развиваемой при гребке, оценивается гидродинамически: $f' = 10^{-8}$ дин. Следовательно, только одни гребки ДМ не могут, по-

видимому, разогнать протоплазму до наблюдаемых скоростей. Поэтому существенным является вклад филаментов. При расчётах угловая скорость гребка определилась по длительности гребка $T_0 = 10^{-2}$ с, откуда $\omega \approx 6 \cdot 10^2 - 6 \cdot 10^3$ рад/с.

Средняя составляющая силы взаимодействия ДМ с АФ по вертикали к филаменту $f_0 \approx 5 \cdot 10^{-7} - 5 \cdot 10^{-8}$ дин.

Сделаем теперь оценки для натяжения АФ. Продольная сила трения $F_{тр, прод} \approx 3 \cdot 10^{-6}$ дин $- 3 \cdot 10^{-7}$ дин, при $D = 2 \cdot 10^{-6} - 4 \cdot 10^{-5}$ см. Продольная компонента взаимодействия ДМ с АФ $F_{прод} \approx 10^{-6} \pm 10^{-7}$ дин. Таким образом, обе силы, дающие вклад в натяжение филамента, оказались одного порядка. Учитывая стохастический характер одной из них и неравномерность ее распределения по длине АФ, можно сказать, что среднее натяжение имеет величину $\bar{l} \approx 10^{-7} \pm 10^{-8}$ дин. Отсюда средняя скорость распространения волны по филаменту $c_0 = \sqrt{l/\rho} \approx 10^{-1}$ см/с, а экспериментальное значение $c_0 \approx 10^{-2}$ см/с.

Оценим теперь амплитуду волны Q -й моды филамента под воздействием случайной силы ударов ДМ: $\sqrt{\langle \Phi^2 \rangle} \approx 3 \cdot 10^{-5} \pm 3 \cdot 10^{-4}$ см; $\sqrt{\langle \Phi^2 \rangle} \approx 10^{-5} \pm 10^{-4}$ см.

Экспериментальное значение амплитуды волны составляет $2 \cdot 10^{-4} \pm 8 \cdot 10^{-4}$ см.

Сделаем в заключение оценку для скорости течения эндоплазмы под действием АФ по модели Келлера. Подставляя в (11) следующие значения: $\rho = 10^{-5}$ см, $\mu = 6 \cdot 10^{-2}$ П, $\lambda \approx 2,5 \cdot 10^{-3}$ см, $\rho_0 = 4$; $\psi = 10^0$, $\beta = 0,14$, получим $v/c_0 \approx 10^{-2}$, при $L = 10^{-2}$ см.

Таким образом, скорость распространения волны по филаменту в 10^2 раз превышает скорость течения протоплазмы, что подтверждает результат, полученный выше другим способом. Полученное расхождение с экспериментальными данными по c_0 , с одной стороны, возможно, является следствием несовершенства модели, а с другой стороны, может быть связано с различными способами интерпретации экспериментальных данных работы [7].

В целом можно сказать, что приведенные оценки не противоречат действительности, и поэтому данная модель может быть взята за основу для построения адекватной модели АВ процесса подвижности протоплазмы в клетках *Nitepila*.

Наряду с этим возможны и другие модели, как АМ взаимодействия [8*], так и механизма подвижности протоплазмы.

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПРОТОПЛАЗМЫ В ТЯЖЕ ПЛАЗМОДИЯ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СОКРАЩЕНИЙ АМ КОМПЛЕКСОВ

Уравнение движения протоплазмы в тяже. В первом приближении протоплазму можно считать вязкой ньютоновской жидкостью. Рассмотрим ее движение в бесконечно длинном активном тяже радиуса R . Пусть Oz направлена по оси тяжа, а r — по радиусу. Так как для плазмодия число $Re = 10^{-3} - 10^{-4}$, то с учетом переменного давления уравнение движения протоплазмы запишется в виде [9*]

$$\rho \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \right], \quad (12)$$

где ρ — плотность, μ — вязкость протоплазмы, $\frac{\partial p}{\partial z}$ — продольный градиент давления.

Поскольку деформация стенок тяжа мала, то $v_z|_{r=R} = 0$. В работе [9*] показано, что при $Re \ll 1$ средняя по сечению скорость

$$V = \frac{2}{R^2} \int_0^R v_z r dr \quad (13)$$

связана с градиентом давления следующим образом:

$$V = -\frac{R^2}{8\mu} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (14)$$

Уравнение движения оболочки тяжа с АМ комплексами,

Для определения напряжения вязкоупругой оболочки воспользуемся моделью Кельвина:

$$G = E\varepsilon + \chi \frac{d\varepsilon}{dt},$$

где $\varepsilon = \Delta r / r$ — относительное удлинение малой дуги оболочки; E — модуль Юнга оболочки, а χ — коэффициент ее вязкости.

Если радиус тяжа изменился на малую величину Δr , то $\Delta r / R = \Delta r / r$, а давление, которое создается элементом

тяжа $\rho \Delta z$, равно:

$$\rho_n = \frac{Eh}{R^2} \Delta r + \frac{\chi h}{R^2} \frac{\partial \Delta r}{\partial t} \quad (15)$$

Вместе с тем $\rho_n = \rho_\phi - \rho$, где ρ_ϕ определяется активными сокращениями филаментов, h - толщина вязкоупругой оболочки тяжа. Поэтому после дифференцирования (15) по времени получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{\partial \rho_\phi}{\partial t} = \frac{Eh}{R^2} v_r^* - \frac{\chi h}{R^2} \frac{\partial v_r^*}{\partial t}, \quad (16)$$

где v_r^* - радиальная скорость элемента оболочки. Пользуясь уравнением непрерывности, можно показать, что

$$v_r^* \Big|_{r=R} = - \frac{R}{2} \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (17)$$

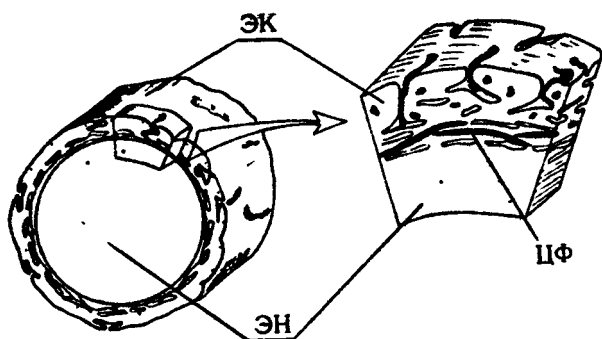
Окончательно получим связь между величинами V , ρ и ρ_ϕ в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \frac{\partial \rho_\phi}{\partial t} = \frac{Eh}{2R} \frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\chi h}{2R} \frac{\partial^2 V}{\partial t \partial z} \quad (18)$$

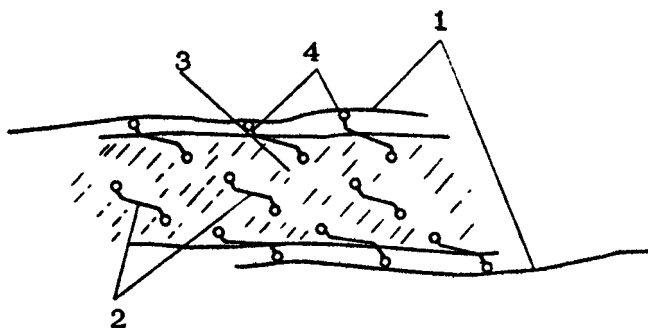
В работе [9*] уравнения (14,18) решались совместно, при этом ρ_ϕ предполагалось известной гармонической функцией координаты и времени.

Модель элементарной сократительной ячейки тяжа. В настоящей работе мы замкнем модель, то есть напишем замкнутую систему уравнений относительно ρ , ρ_ϕ , V и ρ .

Будем считать, что в тонком слое на границе эндоплазмы и эктоплазмы по образующей тяжа расположены пучки АФ - так называемые фибриллы [10*] (рис.3). Между АФ, располагающимися под малыми углами друг к другу, в вязкоупругой среде находятся ДМ миозина. АФ могут скользить относительно этой вязкоупругой среды параллельно друг другу, тогда как ДМ жестко связаны с ней. Предполагается, что ДМ ориентированы таким образом, что их головки могут образовывать активные связи с АФ [2*] и в совокупности способны вызвать относительное скольжение двух АФ. Систему из двух АФ, взаимодействующих посредством вязкоупругого слоя с ДМ, будем считать элементарной сократительной ячейкой нашей модели (рис.4).



Р и с. 3. Структура сократительного слоя в *Plasmodium*: ЭК - эктоплазма, ЭН - эндоплазма, ЦФ - циркулярные АМ фибриллы



Р и с. 4. Схема элементарной сократительной ячейки в модели тяжа плазмодия: 1 - АФ, 2 - ДМ, 3 - вязкоупругий слой, 4 - активно деформирующиеся головки ДМ

Для описания работы этих ячеек воспользуемся теорией Дешеревского [2^а]. Пусть n - число тянущих, а m - число тормозящих ДМ в одной элементарной ячейке, l - длина перекрытия АФ, δ - длина активной деформации го-

ловки ДМ, на которой она развивает положительную силу f , $\alpha(\ell)$ – среднее общее число ДМ, способных взаимодействовать с АФ в области их перекрытия. Считаем, что

$$\alpha(\ell) = \alpha_0 \frac{\ell}{\ell_0}.$$

Тогда в предположении синфазности работы АМ комплексов в узком кольцевом сечении тяжа будем иметь такую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} - K_1 \left(\alpha_0 \frac{\ell}{\ell_0} - n - m \right) - \frac{n}{\delta} v, \quad \frac{dm}{dt} = \frac{n}{\delta} v - K_2 m, \\ \frac{d\ell}{dt} = v, \end{aligned} \quad (19)$$

где K_1 и K_2 – константы скорости замыкания и размыкания связей головок ДМ с АФ.

Замкнутая модель АВ сократительного процесса в плазмодии. Так как $(n - m)$ определяет силу, развиваемую одной ячейкой, то можно записать:

$$p_\Phi = \frac{f N R_1}{R} (n - m), \quad (20)$$

где R_1 – толщина слоя оболочки, содержащего АМ фибриллы, N – число элементарных сократительных ячеек, приходящихся на единицу площади его поперечного сечения.

С другой стороны, v и радиальная составляющая скорости стенки также связаны соотношением:

$$M v = 2\pi v_r^* \Big|_{r=R}, \quad (21)$$

где M – среднее число элементарных ячеек, укладываемых по периметру тяжа.

Таким образом, уравнения (13, 14, 18–21) образуют замкнутую систему. Стационарное состояние этой системы определяется из условия равенства нулю всех производных по времени:

$$\begin{aligned} \bar{V} = \bar{v} - \bar{m} = 0, \quad \bar{n} = \alpha_0 \frac{\bar{\ell}}{\ell_0}, \\ \bar{p}_\Phi = \frac{f N R_1}{R} \bar{n} = \text{const}. \end{aligned} \quad (22)$$

Для исследования устойчивости этого стационарного состояния положим, что все искомые функции испытывают малые отклонения от этого состояния вида:

$$\rho = \bar{\rho} + \rho' \exp(\rho t + i k z),$$

$$n = \bar{n} + n' \exp(\rho t + i k z) \quad (23)$$

и т.д., где ρ — комплексная частота, K — волновой вектор и $|\rho'| \ll |\bar{\rho}|$.

Подстановка (23) в уравнения замкнутой системы и ее линеаризация приводят к дисперсионному соотношению, кубическому относительно ρ и квадратичному относительно K . Анализ устойчивости линеаризованной системы методом Раунса-Гурвица показывает возможность существования нарастающего колебательного решения. Числовая оценка частоты этих колебаний оказывается на несколько порядков больше экспериментально наблюдаемых значений. Однако окончательно вопрос о соответствии теоретического и экспериментального значений частот может быть рассмотрен только после отыскания предельного цикла автоколебаний установившегося АВ процесса.

В дальнейшем в модель могут быть внесены принципиальные изменения, в частности зависимость коэффициентов K_1 и K_2 от скорости и величины сокращения АМ комплекса, от биохимических факторов.

МОДЕЛЬ ПУШПУЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ПРОТОПЛАЗМЫ

Основываясь на многочисленных данных о неоднозначном течении протоплазмы в тяже плазмодия [1*], построим модель неньютоновской протоплазмы.

Будем считать тяж жестким цилиндром (рис.5). Протоплазму будем считать вязкоупругой средой Шведова-Бингама, которая характеризуется следующим выражением для касательного напряжения τ в концентрических слоях протоплазмы:

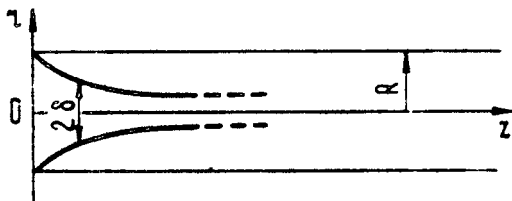
$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{\partial v_z}{\partial r},$$

где τ_0 - предельное напряжение сдвига; μ - коэффициент вязкости. Вся область течения разбивается надвое: область вязкопластического течения ($\delta < r < R$) с уравнением движения в безразмерных переменных:

$$\rho \frac{dv_z}{dt} = F + \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{\tau_0}{r}, \quad (24)$$

и область квазитвердого ядра ($0 < r < \delta$), движение в которой описывается уравнением:

$$\rho \frac{dv_a}{dt} = F - \frac{2\tau_0}{\delta}. \quad (25)$$



Р и с. 5. Схема течения плазмодия для модели пушпульного течения протоплазмы: R - радиус течения, δ - радиус квазитвердого ядра

Граничными условиями здесь будут

$$\frac{dv_z}{dr}(t, \delta) = 0, v_z(t, 1) = 0, \delta(0) = 1, v_z(t, \delta) = v_a(t). \quad (26)$$

В выражениях (24)-(26) безразмерные переменные и параметры связаны с соответствующими размерными величинами следующим образом (размерные переменные обозначены штрихом):

$$r = \frac{r'}{R}, \delta = \frac{\delta'}{R}, v_z = \frac{\mu}{R^2} \frac{v_z'}{|\partial p' / \partial z'|_{\max}}, t = \frac{\mu t'}{\rho R^2}, \quad (27)$$

$$F = -\frac{\partial p'}{\partial z'} / \left| \frac{\partial p'}{\partial z'} \right|_{\max}, \tau = \tau_0' / R \left| \frac{\partial p'}{\partial z'} \right|_{\max},$$

$$v_a = \frac{\mu}{R^2} \frac{v_a'}{|\partial p' / \partial z'|_{\max}}$$

Краевая задача (24)(26) решается приближенным интегральным методом, предложенным в статье [11]. При этом профиль скоростей в канале задают в виде:

$$v_z = \begin{cases} v_g, & \text{при } 0 < r < \delta \\ v_g [1 - (r-\delta)^2 / (1-\delta)^2], & \text{при } \delta < r < 1. \end{cases} \quad (28)$$

Умножая (24) на r и интегрируя по сечению канала с учётом (28), получим:

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = \frac{F(t)(1-\delta)(\delta+3)}{2v_g(1+\delta)} + \frac{3z(1-\delta)(\delta+3)}{\delta v_g(1+\delta)} - \frac{12}{1-\delta^2}. \quad (29)$$

При этом получается система двух уравнений (25,29) в обыкновенных производных для определения $v_g(t)$ и $\delta(t)$ при заданном $F(t, z)$, где координата z является параметром.

Наши оценки и расчёты на ЭВМ показывают, что для протоплазмы плазмодия время установления стационарного ядра много меньше основного периода пушпульных движений:

$$\tau_{уст} \sim \rho R^2 / \mu \sim 10^{-5} \text{ с} \ll T.$$

Поэтому в (25) и (29) можно положить $\partial v_g / \partial t = 0$ и $\partial \delta / \partial t = 0$ и решать соответствующую алгебраическую задачу:

$$F(t) = \frac{2z}{\delta t}, \quad v_g(t) = \frac{[2z - F(t)]^2 [7z + 3F(t)]}{12 [F(t)]^2}. \quad (30)$$

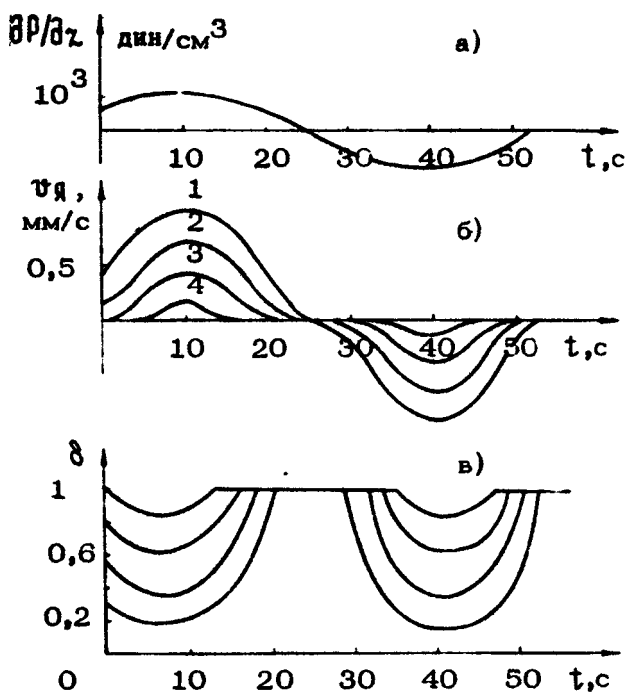
Функцию $F(t)$ можно определить из (27), предположив, что давление вдоль тяжа меняется по закону

$$p(t, z) = p_0 \sin \omega t \cos \frac{2\pi z}{\lambda}, \quad (31)$$

где амплитуда p_0 определяется из обратной задачи: из экспериментальных данных о характеристиках скорости течения.

На рис.6 представлены результаты расчёта течения для сечения тяжа, где амплитуда градиента давления $\partial p / \partial z$ достигает максимума. Расчёты проведены для разных значе-

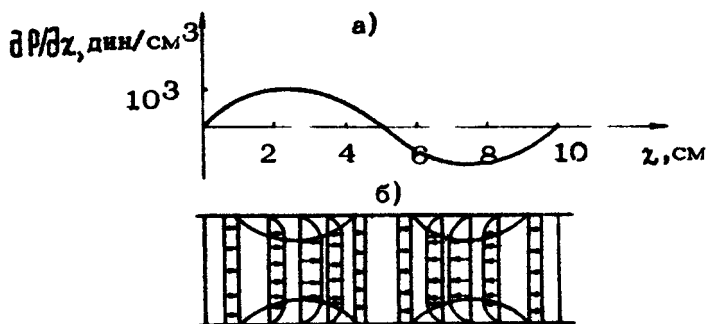
ний $\tau = \lambda \tau_0 / 2\pi R \rho_0$ и $\mu = 0,1 \text{ Па}$, $\rho = 1 \text{ г/см}^3$, $R = 10^{-2} \text{ см}$.



Р и с. 6. Результаты расчёта течения для сечения тяжа: а - градиент давления; б - скорость квазитвердого ядра; в - безразмерный радиус квазитвердого ядра. Кривые на рис.6,б, 6,в построены для значений: 1 - $\tau = 0,1$; 2 - $\tau = 0,2$; 3 - $\tau = 0,3$; 4 - $\tau = 0,4$

Таким образом, экспериментально наблюдаемые значения $v_z = 0,1 \text{ см/с}$ и времена остановки $t_{\text{ост}} \approx 5 \text{ с}$ соответствуют $\tau \leq 0,1$ или $\rho_0/\tau_0 \geq \lambda/2\pi R$.

На рис.7,б представлена картина течения в канале, соответствующая распределению градиента давления, показанному на рис.7,а. Видны "точки остановок" или зоны застоя, соответствующие нулям $\frac{dp}{dz}$. Профиль скорости потока по уравнению (28) представляет собой уплощенную параболу.



Р и с. 7. Картина течения протоплазмы вдоль канала тяжа: а – градиент давления вдоль канала тяжа; б – распределение скоростей вдоль тяжа.

Модель позволяет оценить некоторые параметры живой протоплазмы, например предел текучести и вязкость, которые экспериментально определяются с большим трудом. Эти величины оцениваются по уравнениям (27) и (30) при известной $v_{z \max}$ и $f = 1$, тогда $\tau_0 = 1,7 \text{ Дж/см}^2$, а $\mu = 0,2 \text{ Пз}$, что вполне соответствует приводимым в литературе данным.

Для дальнейшего усовершенствования модели течения протоплазмы следует считать протоплазму в пункте 2, как и в пункте 3, неньютоновской жидкостью, а также учесть конечную длину тяжа.

Л и т е р а т у р а

- 1*. Теплов В.А., Бейлина С.И., Приезжев А.В., Романовский Ю.М. Автоволновые механизмы внутриклеточной подвижности. – Настоящий сборник, с.190.
- 2*. Дещеревский В.И. Математические модели мышечного сокращения. М., Наука, 1977.

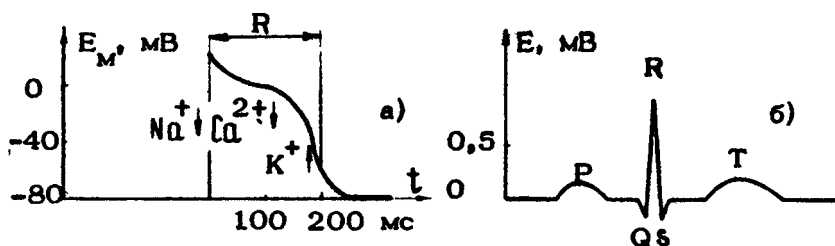
- 3* Lyon R.H. Propagation of correlation functions in continuous media. - J. Acoust.Soc.of America, 1956, 28, N.1, p.76.
- 4* Lyon R.H. Response of strings to random noise fields. - J.Acoust.Soc.of America, 1956, 28, N.3, p.391.
- 5* Keller S.R. Mechanics of flagella motion with an application to a conical spiral flagellate. - J.Theor.Biol., 1977, 68, N.1, p.73.
- 6* Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. М., Наука, 1977.
- 7* Allen N.S. Endoplasmic filaments generate the motive force for rotational streaming in Nitella. - J.Cell Biol., 1974, 63, p.270.
- 8* Давыдов А.С. Биология и квантовая механика. Киев, Наукова думка, 1979.
- 9* Воробьев М.М., Приезжев А.В., Романовский Ю.М. Математическая модель течения протоплазмы в вязкоупругом активном тече плазмодия миксомицета. - Биофизика, 1980, №3, с.515.
- 10* Wohlfarth-Bottermann K.E. Weitreichende fibrillaere protoplasmadifferenzierungen und ihre bedeutung fuer die protoplasmastraemung.X. Die anordnung der actomyosin-fibrillen in experimentell protoplasmaadern von Physarum. - Protistologica, 1975, 11, N.1, p.19.

Московский государственный
университет им.М.В.Ломоносова

АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ И ИСТОЧНИКИ СЕРДЕЧНЫХ АРИТМИЙ

А.К.Гренадер

Раз в секунду по сердцу пробегает автоволна (АВ) возбуждения — волна временного уменьшения разности электрических потенциалов между наружной и внутренней стороной мембраны сердечных клеток ($-E_M$) (рис. 1, а) [4*, 4, 7*].



Р и с. 1: а — изменение мембранного потенциала (E_M) сердечной клетки при прохождении волны возбуждения. Мембрана находится в ждущем режиме. Вошедшие в клетку ионы Na^+ и Ca^{2+} деполаризуют мембрану. Выходящие из клетки ионы K^+ восстанавливают потенциал на мембране. R (рефрактерность) — минимальное время, необходимое для того, чтобы восстановилась возбудимость сердечной ткани и по ней могла распространяться очередная волна возбуждения; б — ЭКГ — запись изменений электрического потенциала на поверхности тела человека во время распространения волны возбуждения по сердцу

Электрический потенциал, создаваемый этой волной возбуждения на поверхности тела, регистрируется на электрокардиограмме – ЭКГ (рис.1,б). Распространяясь по сердцу, волна возбуждения запускает сокращение сердечной мышцы. Нарушения условий возникновения и распространения волны возбуждения приводят к тяжелым болезням – сердечным аритмиям. Исследование механизмов таких нарушений становится особенно важным в настоящее время, когда сердечно-сосудистые заболевания являются основной причиной смерти в экономически развитых странах.

Для эффективной борьбы с сердечными аритмиями необходимо знание автоволновых режимов, возникающих в возбудимой сердечной мембране. Здесь представлены различные автоволновые режимы, реализующиеся в сердце, показана их связь с конкретными нарушениями ритма сердца, кратко описаны механизмы действия лекарственных антиаритмических препаратов на АВ в сердце.

АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ

1. Водители ритма сердца. Важной особенностью системы мембран сердечных клеток, как автоволновой среды, является способность находиться как в ждущем, так и в автоколебательном режиме (колеблется мембранный потенциал – разность электрических потенциалов между наружной и внутренней поверхностью мембран сердечных клеток). Уменьшение мембранного потенциала на участке, находящемся в автоколебательном режиме, запускает распространяющуюся по всему сердцу волну возбуждения. Через сотни микросекунд потенциал на мембранах восстанавливается (рис.1,а). В сердце всегда есть участки, находящиеся в автоколебательном режиме, и наиболее высокочастотный берет на себя роль водителя ритма, задавая частоту пробегания волн возбуждения [1].

Водителем ритма здорового сердца является расположенная в правом предсердии область, называемая синусовым узлом (S-узел). Приблизительно раз в секунду мембранный потенциал на этом участке самопроизвольно уменьшается и от него волна возбуждения со скоростью около 1 м/с распространяется по всему сердцу. При повреждении S-узла и

некоторых других заболеваниях: ритм сокращений желудочков сердца задают более низкочастотные участки, расположенные в области перехода с предсердия на желудочки или в специализированной проводящей системе желудочков. Такие участки называют вторичными водителями ритма.

2. Вторичные водители ритма – источники аритмий.

Иногда в поврежденной болезнью сердечной ткани низкочастотный участок не синхронизируется волнами, идущими от S -узла. В результате на фоне нормальных комплексов ЭКГ появляются искаженные внеочередные комплексы, идущие от такого источника (рис.2,а). Причиной подобных нарушений могут стать так называемые участки однонаправленного блока, когда в поврежденном месте волна возбуждения способна распространяться в одном направлении и затухать в противоположном [185, 187].

В отдельных случаях частота вторичного водителя ритма может резко увеличиться и превысить частоту S -узла. В результате такой участок становится водителем ритма сердца, вызывая тахикардию, нарушающую работу сердца (рис.2,б) [5*].

3. Переход из ждущего в автоколебательный режим. Изменяя характеристики и соотношение ионных токов в мембране (гормонами [192], ядами [183], внешними источниками тока [185] и т.д.), можно перевести сердечные клетки из ждущего в автоколебательный режим. Такие измененные участки сердечной ткани могут стать источниками внеочередных волн возбуждения, т.е. источниками аритмий.

· ВРАЩАЮЩИЕСЯ ВОЛНЫ – ИСТОЧНИКИ АРИТМИЙ

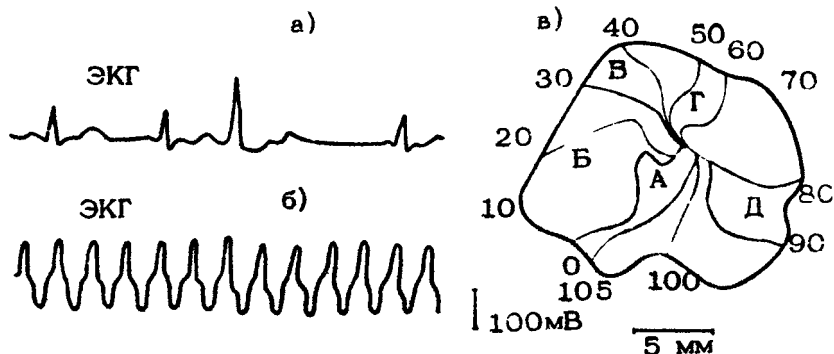
1. Циркуляция по кольцу вокруг анатомических препятствий. Примером болезни, обусловленной циркулирующей волной, является трепетание предсердий. При этом волна возбуждения циркулирует в предсердиях вокруг отверстий полых вен [193].

Режим циркуляции может возникать при срастании мышечной ткани предсердий и желудочков вне AV -узла (AV -узел – специализированный участок для проведения волны возбуждения из предсердий в желудочки). В результате, кроме AV -узла, появляется дополнительный путь для перехода волны из предсердий в желудочки, и волна возбуждения

может начать циркулировать по кольцу: предсердия - дополнительный путь - желудочки - AV-узел - предсердия. Такое заболевание носит название синдром Вольфа - Паркинсона - Уайта [193].

2. Циркуляция в односвязном участке сердечной ткани.

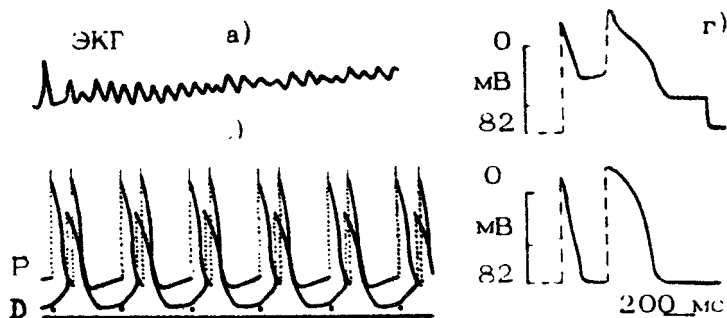
Из-за неоднородности сердечной ткани, особенно выраженной при болезнях сердца, фронт волны возбуждения может разорваться на участке без анатомического препятствия. Возникают вращающиеся источники спиральных волн возбуждения - ревербераторы, сходные с ревербераторами в химической среде (рис.2,в и рис.2,г - вклейка на с.257). Возникновение одиночных ревербераторов в сердце проявляется в приступах пароксизмальной тахикардии [91]. Большая скорость распространения волны по сердечной ткани (около 1 м/с, по сравнению с 0,1 мм/с в химической среде) приводит к тому, что на препарате предсердия, показанном на рис.2,в, помещается лишь центральный участок ревербератора.



Р и с.2: а-ЭКГ прихода внеочередной волны возбуждения. Внеочередной ЭКГ комплекс - третий слева; б - ЭКГ при желудочковой тахикардии; в - ревербератор, возникший на полоске из левого предсердия кролика при экспериментально вызванной тахикардии [91] (Цифры - время в мс). Волна возбуждения вращается по часовой стрелке с периодом около 105 мс

3. Размножение ревербераторов – механизм фибрилляции,

Фибрилляция желудочков – самое опасное нарушение ритма сердца. При фибрилляции разные участки сердечной мышцы сокращаются независимо друг от друга и сердце перестает качать кровь. На ЭКГ фибрилляция проявляется в виде неупорядоченной электрической активности (рис.3,а).



Р и с.3: а – ЭКГ при фибрилляции желудочков; в – "эхo" на волокне из проводящей системы желудочка [48]. Чёрные точки внизу записей – моменты запуска волны возбуждения; г – расщепление потенциала действия на два компонента [3]. Верхняя запись вблизи, нижняя – вдали от места возникновения двухкомпонентной волны возбуждения

В настоящее время нет надежных способов проследить за пространственной картиной электрического возбуждения при фибрилляции сердца. Однако есть основания считать, что она похожа на турбулентность в химической возбудимой среде (рис.3,б – вклейка на с.257) и возникает в условиях, когда скорость размножения ревербераторов начинает превышать скорость их гибели [9,12,190].

Фибрилляция желудочков в большинстве случаев приводит к смерти [182]. Фибрилляция предсердий, часто называемая мерцанием, менее опасна, и в отдельных случаях сердце с мерцанием предсердий работает десятки лет [2⁴].

ДРУГИЕ ТИПЫ ИСТОЧНИКОВ АРИТМИЙ

1. «Эхо». Явление, при котором идущая в определенном направлении волна возбуждения отражается и возвращается к месту старта, носит название «эхо» [9,12,48]. Изменения мембранного потенциала при возникновении «эха» на волокне проводящей системы желудочка сердца представлены на рис.3,в. Необходимый для возникновения «эха» сдвиг по времени между возбуждением ближней (Р) и дальней (D) части волокна происходит на его центральном участке. Видно, как волна, возникшая в ближнем участке волокна (верхняя запись), через сотни миллисекунд доходит до дальнего участка (нижняя запись) и еще через сотни миллисекунд вновь возвращается к ближнему участку волокна (верхняя запись).

2. Расщепление волны возбуждения. Проходя по поврежденному участку сердца, волна возбуждения может расщепиться на два идущих друг за другом компонента (рис.3,г). Исследование с помощью специфических блокаторов показало, что первый компонент обусловлен активацией Na^+ тока, а второй — задержанной во времени активацией Ca^{2+} тока. Возникший в результате такого расщепления добавочный компонент может стать источником внеочередной волны возбуждения [3].

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ИСТОЧНИКОВ ВОЛН

1. Внеочередная волна запускает источники спиральных волн возбуждения. К моменту прихода очередной волны при нормальном ритме, заданном S-узлом, возбудимость успевает восстановиться во всей сердечной ткани. Однако более ранняя, внеочередная волна может встретить на своем пути невосстановившиеся участки, разорваться на них и дать начало источникам спиральных волн возбуждения [9,12,190].

2. Спиральные волны запускают автоколебательную активность. Временное повышение частоты волн возбуждения (например, из-за появления ревербератора) может вызвать автоколебательную активность в пораженных участках сердечной мембраны [184-186, 189]. Надежное объяснение этого эффекта в настоящее время отсутствует.

ДЕЙСТВИЕ АНТИАРИТМИЧЕСКИХ ЛЕКАРСТВЕННЫХ ПРЕПАРАТОВ

1. Действие антиаритмиков на автоколебательный режим. Чтобы перевести сердечную мембрану из автоколебательного в ждущий режим, необходимо изменить соотношение между входящими и выходящими токами ионов. В зависимости от причины, вызвавшей патологический очаг автоколебательной активности, эту задачу могут выполнять блокаторы входящих Na^+ и $[\text{Ca}^{2+}$ - токов [186], блокаторы рецепторов гормонов $[\text{C}^6]$ и т.д.

2. Действие антиаритмиков на вращающиеся волны. Одним из способов предотвращения циркуляции волны в сердечной мышце является увеличение минимального размера (λ_{min}) участка сердечной ткани, на котором может поместиться вращающаяся волна. Для вращающихся волн $\lambda_{\text{min}} = R V_{\text{min}}$, где V_{min} - минимально возможная скорость проведения возбуждения, R - рефрактерность (рис.1,а) [9,190]. Антиаритмики, растягивающие R , увеличивают λ_{min} и тем самым прекращают аритмии [191]. Надежных данных о влиянии антиаритмиков на V_{min} в настоящее время нет.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описанные механизмы нарушений ритма сердца обусловлены разными режимами распространения АВ по сердечной возбудимой мембране. Их анализ должен помочь: а - выявить механизмы и условия возникновения автоволновых процессов, происходящих при нарушениях ритма сердца - возникновение источников аритмий, их гибель, размножение, время жизни и т.п.; б - разработать эффективные методы диагностики различных нарушений ритма сердца, основанные на знании их автоволновых механизмов; в - предложить способы избирательного воздействия на аритмии с известным механизмом возникновения; г - выяснить границы применимости конкретных антиаритмических воздействий и т.д.

Можно надеяться, что совместные экспериментальные и теоретические исследования АВ в сердечной ткани обеспечат существенный прогресс в борьбе с опасными нарушениями ритма сердца.

Л и т е р а т у р а

- 1* Бабский Е.Б., Бердяев С.Ю. Автоматия сердца. - В кн.: Физиология кровообращения. Физиология сердца. Л., Наука, 1980, с.63-91.
- 2* Вотчал Б.Е. Очерки клинической фармакологии. М., Медгиз, 1963, с.249.
- 3* Кукушкин Н.И., Гайнуллин Р.З. Механизм экстрасистолического возбуждения в сократительном миокарде кролика, основанный на раздельной активации Na и Ca - каналов входящих токов. - Докл. АН СССР, 1979, т.246, с.1002-1005.
- 4* Мур Д. Электронное управление некоторыми активными биологическими мембранами. - В кн.: Электроника и кибернетика в биологии и медицине. М., ИЛ, 1963, с.109-139.
- 5* Томов Л., Томов И. Нарушение ритма сердца. София, Медицина и физкультура, 1979, с.38.
- 6* Frischman W., Silverman R. Clinical pharmacology of the new betaadrenergic blocking drugs. Part 2. Physiologic and metabolic effects. - Amer.Heart J., 1979, v.97, p.797-807.
- 7* Katz A.M. Physiology of the heart, Raven Press, New York, 1977.

Институт биологической физики
АН СССР, г.Душнно

О ВОЗМОЖНОСТИ АВТОВОЛНОВЫХ ЯВЛЕНИЙ В СЕТЯХ МЕЛКИХ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ

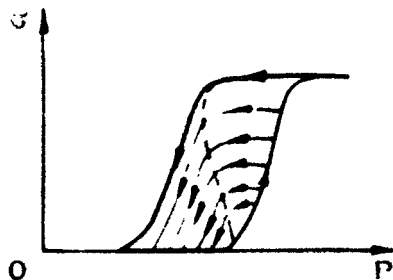
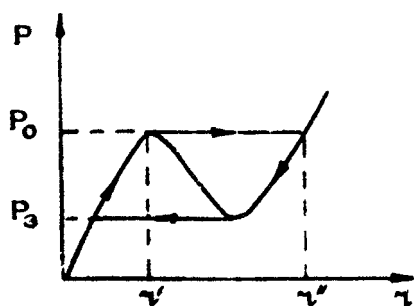
В.А.Антоненц, М.А.Антоненц, А.В.Кудряшов

Функционирование системы кровообращения как системы транспорта кислорода сильно зависит от характера кровотока в мелких сосудах – артериолах, капиллярах, венах. В связи с этим и физиологи и биофизики уже достаточно давно ведут исследования в этом направлении. Однако и экспериментальные и теоретические исследования не дают пока возможности оценить влияние особенностей микрососудистого кровотока на работу кровообращения в целом. По-видимому, это связано с тем, что экспериментаторы и теоретики в основном изучают поведение одиночных сосудов. Вместе с тем, имеются факты, указывающие на необходимость рассмотрения эффектов взаимодействия мелких кровеносных сосудов в сети друг с другом. В работах [1,2] показано, что именно за счёт коллективных эффектов, влияющих на пространственную упорядоченность кровотока, может осуществляться его регулирование в тканях живых организмов. В настоящей работе, которая, как и [1,2] имеет постановочный характер, рассматривается связь процессов управления и регулирования микрососудистого кровотока с автоволновыми процессами.

Возможность изменения пространственной упорядоченности кровотока обусловлена тем, что входящие в состав сети артериолы, вены и артериовенозные шунты являются активными сосудами, в стенке которых имеется мышечный слой. Благодаря такой активности сосуды мышечного типа могут обладать сложной зависимостью "давление – радиус сосуда",

имеющей один или несколько падающих участков [3^{*}, 4^{*}, 5^{*}].

Если сосуд имеет N-образную характеристику "давление - радиус" (рис.1), при повышении внутрисосудистого давления его радиус сначала медленно увеличивается, а когда давление достигает величины P_0 , радиус меняется скачком - сосуд открывается и его гидродинамическое сопротивление резко уменьшается. При последующем уменьшении давления сосуд скачком закрывается при давлении P_2 . Величины P_0 и P_2 определяются тонусом мышечной стенки, т.е. тем силовым напряжением, которое она способна развить в данном состоянии. В свою очередь, тонус мышечной стенки может изменяться под воздействием нервных и гуморальных биохимических факторов.



Р и с.1. N-образная характеристика зависимости "давление-радиус" для сосудов мышечного типа

Р и с.2. Зависимость величины обратного гидродинамического сопротивления модельной сети мелких сосудов мышечного типа от внутрисосудистого давления

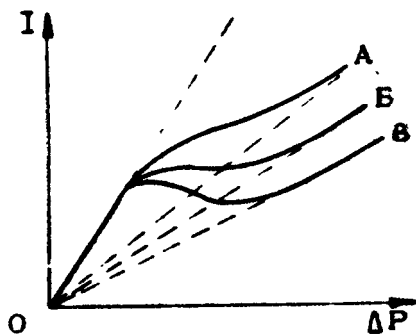
Использование описанных свойств и учёт того обстоятельства, что P_0 и P_2 имеют, по-видимому, несколько различные значения для каждого отдельного сосуда, входящего в состав сети, позволило получить качественные локальные характеристики сети мелких кровеносных сосудов как сплошной среды [1^{*}, 2^{*}].

На рис.2 приведена зависимость обратного гидродинамического сопротивления ζ для модельной сети, состоящей

из сосудов мышечного типа, от величины внутрисосудистого давления [2*]. При этом предполагалось, что тонус сосудов в сети не меняется, т.е. для каждого сосуда в сети величины порогов P_0 и P_z сохраняются.

Построенная качественная зависимость, которую можно интерпретировать как S-образную, характерна, прежде всего, наличием порогов и зависимостью их величин от направления изменения давления, т.е. гистерезисом. Такой гистерезис, кстати, наблюдаемый экспериментально [6*], объясняется гистерезисом зависимости "давление-радиус" для отдельного сосуда. В то же время наличие этих порогов объясняется не порогом открывания - закрывания сосудов, а пороговым характером зависимости сопротивления сети от концентрации открытых сосудов, что аналогично пороговому эффекту в теории перколяции [7*]. Величина концентрации открытых сосудов в сети меняется при изменении давления внутри сосудов в силу различия величин P_0 и P_z для разных сосудов, входящих в её состав.

Весьма интересным оказывается и другой случай, когда фиксировано не распределение порогов открывания - закрывания, а концентрация открытых сосудов. Это может произойти тогда, когда при изменении давления одновременно происходит изменение порогов открывания - закрывания сосудов за счёт нейрогуморальной регуляции их тонуса. На рис.3 приведена качественная зависимость расхода крови (I) в сети мелких сосудов от разности давлений (ΔP) на входе и выходе сети при фиксированной концентрации открытых сосудов: [1*].



Р и с. 3. Качественный вид зависимости полного расхода крови от давления для сети с фиксированной концентрацией открытых сосудов: А, Б, В - кривые, соответствующие различным конфигурационным параметрам сети [1*]

При некоторых значениях структурных параметров модельной сети эта зависимость имеет падающий участок (кривая В). Заметим, что зависимость типа В экспериментально пока никем не наблюдалась, в отличие от случаев А (монотонного) и Б (с наличием плато) [8*].

Полученные зависимости $\sigma(\rho)$ и $I(\Delta\rho)$ позволяют объяснить и связать между собой ряд существенных фактов наших расчётов, касающихся регуляции и перестройки тканевого кровотока [1*, 2*]. Но сейчас нам хотелось бы обратить внимание на то, что наличие падающих участков в зависимостях локальных характеристик сети мелких кровеносных сосудов от динамических параметров характеризуют её как активную сплошную среду. Отдельные соседние точки этой среды связаны между собой, поскольку каждый отдельный сосуд может не только ветвиться на более мелкие, но и соединяться с соседним сосудом — образовывать коллатераль (см., например, [9*]). Но локальная активность и связь соседних точек — это основные условия, необходимые для возникновения автоволновых явлений и образования подвижных и неподвижных пространственных структур. Подробно эти условия обсуждаются, например, в статье В.И.Кринского и А.М.Жаботинского в настоящем сборнике (см.с.6). В связи с изложенным можно допустить, что известные факты пространственной неоднородности тканевого кровотока в коре головного мозга [10*], локальные омертвения сердечной мышцы — инфаркты [11*], а также наиболее наглядный пример — белые и красные пятна на ладонях человека (рис.4, см. вклейку на с.258) — объясняются на основе автоволновых механизмов. Их изучение представляется нам важной задачей, решение которой позволит глубже понять механизмы регуляции кровотока в сети мелких сосудов, а также по характеру и поведению микроскопических автоволновых структур судить о состоянии микрососудистой сети.

Л и т е р а т у р а

- 1*. Антонец В.А., Антонец М.А., Кудряшов А.В. О возможности регулирования кровотока в сети мелких сосудов за счёт изменения его пространственной структуры (статистическая модель). – Препринт №10, ИПФ АН СССР, 1980.
- 2*. Антонец В.А., Антонец М.А., Кудряшов А.В. О влиянии коллективных эффектов на течение крови в сети мелких сосудов. Труды 3-й школы–семинара по взаимодействующим марковским процессам в биологии. Пушкино, 1981.
- 3*. Регирер С.А. О критических изменениях просвета малых артериальных сосудов. – Механика композитных материалов, 1979, №1, с.110–114.
- 4*. Burton A.C. On the physical equilibrium of small blood vessels. – Amer.J.Physiol., 1951, v. 164, N.2, p.319–329.
- 5*. Ключков Б.Н. Статические характеристики сосудов мышечного типа. – Тезисы II Всесоюзн.конф. по пробл. биомеханики. Т.2. Рига, Зинатне, 1979, с.61–63.
- 6*. Sherman I.A., Grayson J., Bayliss C.E. Critical closing and critical opening phenomena in the coronary vasculature of the dog. – Amer.J.Physiol., 1980, v .238, p.H533–H538.
- 7*. Шкловский Б.И., Эфрос А.Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М., Наука, 1979
- 8*. Маскаленко Ю.Е. Функциональная устойчивость системы мозгового кровообращения. – Физиол. журн., 1978, 64, №5, с.589–597.
- 9*. Мазуркевич Г.С. Нутритивный и шунтируемый кровоток и принципы их определения. – В кн.: Актуальные вопросы физиологии кровообращения. Симферополь, КМИ, 1980 , с.81–86.
- 10*. Моргалев Ю.Н., Демченко И.Т. Пространственное распределение кровотока и PO_2 в коре головного мозга. – Физиол. журн. СССР, 1979, 65, №7, с.985–990.
- 11*. Вайль С.С. Функциональная морфология нарушений деятельности сердца. Л., Медгиз, 1960.

АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В КРОВЕНОСНЫХ СОСУДАХ МЫШЕЧНОГО ТИПА

Б.Н.Клочков

В системе кровообращения сосуды мышечного типа играют важную регуляторную роль [1*]. Например, артериолы, являющиеся основными управляющими сосудами, поддерживают течение крови в режиме, пригодном для нормальной работы питаемого ими органа. Для одиночных микрососудов в последнее время были получены экспериментальные данные о связи между давлением, расходом крови и радиусом сосуда. В связи с этим определенное значение приобретает теоретическое рассмотрение динамики мышечных сосудов. В данной работе рассматриваются динамические процессы, связанные с действием активных механизмов сосуда. Показано существование волн перепадного типа, представляющих собой простейший автоволновой процесс.

МЫШЕЧНАЯ ТКАНЬ СТЕНКИ СОСУДА

Отметим кратко некоторые особенности построения модели мышечной ткани сосудистой стенки. Реологические уравнения для мышечной ткани получаются из рассмотрения мышечной ткани как многофазной, многокомпонентной анизотропной среды при произвольных деформациях. Под фазами понимаются различные структуры в мышце: миофибриллы, соединительная ткань, саркоплазматический ретикулум и другие. В зависимости от задачи число фаз и их качество мож-

но легко ограничить и конкретизировать. Выделением дополнительных фаз можно учесть более тонкие процессы, происходящие в мышце. Среда, моделирующая мышечную ткань, представляется несжимаемой и трансверсально изотропной. Для получения основных реологических законов (связи напряжения, скорости потока вещества, скорости химической реакции с деформацией, разностью химических потенциалов, средством и т.д.) используются уравнения механики многофазной сплошной среды (уравнения неразрывности, первый и второй законы термодинамики, тождество Гиббса) и метод неравновесной термодинамики [2* - 4*]. В целях простоты приведем уравнение, описывающее поведение мышечной ткани как двухфазной среды (типа обобщенной модели Максвелла) в случае конечных деформаций, причем одна фаза - вязкоупругая (соответствует миофибриллам), а вторая - чисто упругая (к ней относятся все остальные структуры мышцы):

$$\hat{A} : \hat{\mathcal{E}} + \mathcal{G} = \hat{K} + \hat{B} : \hat{\mathcal{E}} + \hat{N}, \quad (1)$$

где $\hat{\mathcal{E}}$ - напряжение среды, $\hat{\mathcal{E}}$ - деформация; \hat{A}, \hat{B} являются, вообще говоря, нелинейными функциями $\hat{\mathcal{E}}$ и $\hat{\mathcal{E}}$; \hat{K} - нелинейная функция $\hat{\mathcal{E}}$, \hat{N} - напряжение, вызванное активными механизмами сосуда. В уравнении (1) все величины, кроме \hat{A} и \hat{B} , являются тензорами второго ранга, а \hat{A} и \hat{B} - тензоры четвертого ранга; значком (:) отмечена двойная свертка, а значок (.) означает полную производную по времени. Величина \hat{K} представляется в виде производной $\hat{K} = \partial W_2 / \partial \hat{\mathcal{E}}$, где $W_2 = W_2(I_1, I_2, K_1, K_2)$ - функция энергии деформации второй (чисто упругой) фазы, аргументы в W_2 представляют собой инварианты $\hat{\mathcal{E}}$ и инварианты, соответствующие принятому типу анизотропии. На остальные функции и тензорные коэффициенты, входящие в формулу (1), также налагаются условия, соответствующие данному типу анизотропии. Мышечное волокно может быть ориентировано в пространстве произвольным образом (например, в виде винтовой линии, как у некоторых гладкомышечных сосудов), и в зависимости от деформации ориентация волокон может меняться. При этом тензоры, определяющие данный тип анизотропии, зависят только от деформации, т.е. анизотропия заморожена в среду.

Заметим, что подобный феноменологический подход к механике мышечной ткани уже достаточно хорошо оправдал себя [5* - 9*]. Однако в существующих работах либо рассмотрены малые деформации материала, либо учет нелинейных свойств сделан не полностью, причём обычно не учитывали зависимость анизотропии ткани от деформации.

Для того чтобы получить уравнение, описывающее поведение сосуда мышечного типа, необходимо уравнение (1) проинтегрировать по толщине стенки с учётом граничных условий на внутренней и внешней сторонах сосуда. Рассмотрим статическое поведение мышечного сосуда, т.е. вклад составляющих: пассивной упругости \hat{K} и активного напряжения \hat{N} . При этом производные по времени в уравнении (1) равны нулю. Считаем, что параметр активации γ (тонус), входящий в \hat{N} , зависит только от геометрии (от величины перекрытия структурных элементов). Сосуд считаем цилиндрическим и толстостенным. Мышечные волокна ориентированы по винтовой линии. Предположим осевую симметрию. В этом случае получаем зависимость трансмурального давления в виде нелинейной функции от внутреннего радиуса, параметров, отвечающих за геометрию сосуда и мышцы, упругих коэффициентов и тонуса [10]. Анализ статической характеристики сосуда (т.е. зависимости между трансмуральным давлением и радиусом $p = p(r)$) показывает, что кривая $p = p(r)$ может быть немонотонной (т.е. может иметь падающий участок или даже несколько падающих участков). При этом зависимость между напряжением и удлинением прямоугольной полоски, вырезанной из стенки сосуда, остается монотонной. Кривая $p = p(r)$ может быть немонотонной по трем причинам: 1) из-за пассивной нелинейной зависимости напряжения от деформации; 2) из-за активного напряжения, когда γ не зависит от радиуса r ; 3) из-за того, что в реальных условиях $\gamma \neq 0$ только на конечном участке значений r . С помощью такой N -образной характеристики можно объяснить схлопывание и расширение сосудов мышечного типа [11* - 13*].

Кроме сосудов N -типа бывают сосуды S -типа [14*], в которых статическая характеристика зависимости давления от радиуса имеет S -образный вид. Уравнение для S -сосуда можно получить из (1) в предположении, что тонус γ

зависит от компонент тензора напряжений и тензора деформаций. При этом проводится интегрирование уравнения (1) по толщине стенки. С помощью S -образной характеристики можно объяснить эффект Бейлисса: уменьшение радиуса сосуда с возрастанием давления внутри сосуда [15].

Для исследования динамических процессов, протекающих в кровеносных сосудах мышечного типа, кроме уравнения, описывающего поведение мышечной стенки (в переменных ρ и χ), необходимо замыкающее уравнение – гидродинамическое, которое описывает движение крови в сосуде.

ИЗВЕСТНЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СОСУДОВ

Приведем здесь некоторые результаты работ, анализирующие поведение мышечных сосудов.

В работах [14*, 16*] сосуд рассматривался как объект с сосредоточенными параметрами, причём ρ и χ имели смысл средних величин по длине сосуда. В [14*] в линейном приближении исследовалось на устойчивость поведение малых возмущений. В [16*] рассматривалась нелинейная модель с сосредоточенными параметрами, причём характеристики N - и S -сосудов аппроксимировались полиномами третьей степени. Показано, что в S -сосуде S -типа возможно существование нескольких предельных циклов с различной устойчивостью. Проведены численные расчёты и оценки. Показано, что периодических решений в рамках нелинейной сосредоточенной модели сосуда N -типа не существует.

В работах [17*, 18*] рассмотрена в квазиодномерном гидравлическом приближении распределенная модель сосудов N - и S -типа. В [17*] исследовано поведение малых возмущений (линейных волн), наложенных на стационарное течение в сосудах бесконечной и конечной длины. В [18*] проведено исследование стационарных нелинейных волн конечной амплитуды (типа солитонов, периодических волн и типа ударных волн).

В работе [19] численно решена в квазиодномерной постановке задача о течении вязкой жидкости (крови) в сосуде конечной длины.

В настоящей работе рассматриваются условия, при ко-

торых возможно существование стационарных волн перепадного типа в мышечных сосудах.

АВТОВОЛНЫ В S-СОСУДЕ

Рассмотрим одномерные нелинейные уравнения, моделирующие сосуд мышечного типа. Покажем существование решений автоволнового типа в данной среде. На основании изложенного выше, уравнение для гладкомышечной стенки S-сосуда имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} - \Phi(\rho, r) = \kappa \frac{\partial r}{\partial t}; \quad \Phi(\rho, r) = \beta [r - \rho_3(\rho)], \quad (2)$$

где $\rho_3(\rho)$ - полином третьей степени; β, κ - некоторые фиксированные вязкоупругие модули.

Замыкающее гидродинамическое уравнение для несжимаемой жидкости с вязкостью μ в безынерционном гидравлическом приближении запишем в виде

$$r \frac{\partial r}{\partial t} = \frac{1}{16\mu} \frac{\partial}{\partial x} \left(r^4 \frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (3)$$

Из уравнения (3) видно, что в явном виде диффузия имеется только по давлению.

Преобразуем уравнения (2) и (3). Будем рассматривать отклонение от стационарного положения (ρ_*, r_*) : $\delta \rho = \rho - \rho_*$, $\delta r = r - r_*$. Введём безразмерные величины u, v, \bar{t}, \bar{x} : $\delta r = r_0 u$; $\delta \rho = \rho_0 v$; $x = x_0 \bar{x}$; $t = t_0 \bar{t}$, где r_0, ρ_0, x_0, t_0 - характерные величины изменения соответственно радиуса, давления, пространственной координаты и времени. При этом уравнение (2) оставляем нелинейным, а уравнение (3) линеаризуем [18]. Отсюда получаем систему двух безразмерных уравнений:

$$n \frac{\partial u}{\partial \bar{t}} = m \frac{\partial v}{\partial \bar{t}} - cu - v \left(1 - \frac{v}{v_1} \right) \left(1 + \frac{v}{v_2} \right); \quad (4)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + 2\bar{u}_* \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{u}_* u = \nu_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial v}{\partial x}; \quad (5)$$

$$n = ck/\beta t_0; \quad m = 1/\alpha\beta t_0; \quad c = r_0/\alpha\rho_0;$$

$$\bar{u}_* = \frac{2t_0}{r_*} \frac{\partial}{\partial x} (r_* \langle u \rangle_*); \quad \bar{u}_* = \frac{t_0}{x_0} \langle u \rangle_*; \quad \nu_1 =$$

$$= r_*^3 \rho_0 t_0 / 16\mu r_0 x_0^2; \quad \nu_2 = 4x_0 r_*^{-1} \frac{\partial r_*}{\partial x} \nu_1.$$

Здесь ν_1 и ν_2 - безразмерные корни полинома $P_3(\rho)$; α - коэффициент в линейном члене $P_3(\rho)$; $\langle u \rangle_*$ - средняя по сечению стационарная скорость течения. Постоянные величины $\alpha, \beta, k, \nu_1, \nu_2$ выбраны положительными [18]. Принято также, что стационарный радиус r_* не зависит от времени ($\partial r_* / \partial t = 0$).

Рассмотрим сначала решение уравнений (4)-(5), когда стационарная скорость течения равна нулю ($\langle u \rangle_* = 0$), при этом имеем $\bar{u}_* = \bar{u}_* = 0$. Исключая u , получим уравнение для изменения давления

$$n\nu_1 \frac{\partial^3 v}{\partial x^2 \partial t} + n\nu_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} - m \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + c\nu_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + c\nu_2 \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial P_3(v)}{\partial t} = 0;$$

$$P_3(v) = v \left(1 - \frac{v}{\nu_1}\right) \left(1 + \frac{v}{\nu_2}\right).$$

Будем рассматривать стационарные волны. Переходя к переменной $\xi = x - at$, интегрируя один раз (и полагая постоянную интегрирования равной нулю), получим

$$\frac{d^2 v}{d\xi^2} + \frac{a^2 m + an\nu_2 - c\nu_1}{an\nu_1} \frac{dv}{d\xi} - \frac{1}{n\nu_1\nu_2} (v - \nu_1) \times$$

$$\times (v + \nu_2) v - c\nu_2 (an\nu_1)^{-1} v = 0 \quad (6)'$$

Отсюда получаем решение в виде перепада [25]

$$v(\xi) = \frac{\omega_3 + \omega_1}{2} - \frac{\omega_3 - \omega_1}{2} \operatorname{th} \frac{\xi - \xi_0}{l_0}, \quad (7)$$

$$l_0 = \pm 2 \sqrt{2n\nu_1\nu_1\nu_2} / (\omega_3 - \omega_1), \quad (8)$$

где ξ_0 определяется начальным условием, а $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ — неубывающий ряд корней функции

$$\rho_3(v) - \frac{c\nu_2}{a} v = 0$$

Решение для изменения радиуса u дается выражением

$$u(\xi) = \frac{\omega_3 - \omega_1}{2a} \left[\frac{\nu_1}{l_0} \left(\operatorname{ch} \frac{\xi - \xi_0}{l_0} \right)^{-2} + \right. \\ \left. + \nu_2 \operatorname{th} \frac{\xi - \xi_0}{l_0} \right] - \frac{\nu_2}{2a} (\omega_3 + \omega_1) \quad (9)$$

Скорость стационарной волны a найдем из формулы

$$\frac{a^2 m + a n \nu_2 - c \nu_1}{a n \nu_1} = \pm \sqrt{\frac{1}{2n\nu_1\nu_1\nu_2}} \times \\ \times (\omega_1 + \omega_3 - 2\omega_2). \quad (10)$$

Выражение (9) описывает волну расширения сосуда (волну вазодилатации), или волну сжатия сосуда (волну вазоконстрикции). Рассмотрим случай, когда стационарная скорость $\langle u \rangle_* \neq 0$, но $d\langle u \rangle_* / dt = 0$ и $d\nu_* / dt = 0$. В этом случае $\bar{u}_* = 0$ и $\nu_2 = 0$ и легко получить уравнение для стационарной волны

$$\frac{d^2 v}{d\xi^2} + \frac{a^2 m - 2am\bar{u}_* - c\nu_1}{an\nu_1} \frac{dv}{d\xi} + \frac{a - 2\bar{u}_*}{an\nu_1} \rho_3(v) = 0$$

Скорость a волны найдем из выражения

$$\frac{a^2 m - 2 a m \bar{u}_* - c v_1}{a \rho v_1} = \pm \sqrt{\frac{a - 2 \bar{u}_*}{2 a \rho v_1 v_1 v_2}} (v_1 - v_2), \quad (11)$$

$$(a - 2 \bar{u}_*) / a > 0.$$

Решения для давления $v(\xi)$ и радиуса $u(\xi)$ имеют соответственно вид перепада и колокола

$$v(\xi) = \frac{v_1 - v_2}{2} - \frac{v_1 + v_2}{2} \operatorname{th} \frac{\xi - \xi_0}{\rho_0}, \quad (12)$$

$$u(\xi) = \frac{v_1 (v_1 + v_2)}{2 \rho_0 (a - 2 \bar{u}_*)} \left(\operatorname{ch} \frac{\xi - \xi_0}{\rho_0} \right)^{-2}, \quad (13)$$

$$\rho_0 = \pm 2 \sqrt{\frac{2 a \rho v_1 v_1 v_2}{a - 2 \bar{u}_*}} \cdot \frac{1}{v_1 + v_2}. \quad (14)$$

Полученные результаты показывают, что в кровеносных сосудах мышечного типа могут распространяться активные волны (автоволны). Некоторые качественные указания на возможность существования таких эффектов приведены в работе [15]. Однако для более точного сопоставления нужны более тщательные эксперименты.

Кроме того, полученные решения указывают на возможность определения вязкоупругих и нелинейных параметров сосуда непосредственно в живых тканях по измерениям параметров автоволн (скорости, амплитуды и характерной длины волны).

Автор благодарит В.Г.Яхно, В.А.Антонца и Л.А.Розенблюма за полезное обсуждение.

Л и т е р а т у р а

- 1* Фолков Б., Нил Э. Кровообращение. М., Медицина, 1976.
- 2* Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1,2. М., Наука, 1976.
- 3* Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М., Мир, 1964.
- 4* Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М., Мир, 1967.
- 5* Усик П.И. Континуальная механо-химическая модель мышечной ткани. - ПММ, 1973, 37, с.448.
- 6* Регирер С.А., Усик П.И., Чернова И.В. Математическое описание свойств мышечной ткани. - Механика полимеров, 1975, №4, с.579.
- 7* Brankov G., Petrov N. A thermodynamic model of biological body: muscle mechanics. - Trans. ASME. J.Biomech.Eng., 1978, 100, p.14.
- 8* Цатурян А.К., Изаков В.Я. Математическая модель сопряжения возбуждения с сокращением в сердечной мышце. - Биофизика, 1978, 23, с.895.
- 9* Никитин Н.Л. Модель мышечной ткани с переменным числом работающих волокон. - Механика композитных материалов, 1980, №1, с.113.
- 10* Клочков Б.Н. Статические характеристики сосудов мышечного типа. - Тезисы докл. II Всесоюз. конф. по проблемам биомеханики. Рига, Зинатне, 1979, т.2, с.61.
- 11* Burton A.C. On the physical equilibrium of small blood vessels. - Amer.J.Physiol., 1951, 164, p.319.
- 12* Crane H.D. Switching properties in bubbles, balloons, capillaries and alveoli. - J.Biomechanics, 1973, 6, p.411.
- 13* Регирер С.А. О критических изменениях просвета малых артериальных сосудов. - Механика композитных материалов, 1979, №1, с.110.
- 14* Регирер С.А., Руткевич И.М., Усик П.И. Модель сосудистого тонуса. - Механика полимеров, 1975, №4, с.585.

- 15.* Конради Г.П. Регуляция сосудистого тонуса. Л., Наука, 1973.
- 16.* Киреева Е.Е., Ключков Б.Н. О модели с сосредоточенными параметрами для описания поведения артериол. - Тезисы докл. II Всесоюзн. конф. по проблемам биомеханики. Рига, Зинатне, 1979, т.2, с.55.
- 17.* Регирер С.А., Руткевич И.М. Волновые движения жидкости в трубках из вязкоупругого материала. Волны малой амплитуды. - Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1975, №1, с.45.
18. Руткевич И.М. Волновые движения жидкости в трубках из вязкоупругого материала. Стационарные нелинейные волны. - Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1975, №4, с.86.
19. Скобелева И.М. Модель сосудистого тонуса (численный эксперимент). - Механика композитных материалов, 1980, №1, с.107.

Институт прикладной физики
АН СССР

О ВОЗНИКНОВЕНИИ СТАЦИОНАРНЫХ
ДИССИПАТИВНЫХ СТРУКТУР
В СИСТЕМЕ ТИПА " ХИЩНИК-ЖЕРТВА "

В.Н.Разжевайкин

В последнее время довольно часто стали появляться работы, посвященные моделированию диссипативных структур (ДС) в различных естественных (физических, химических, биологических, экологических) системах (см., например, статьи в сборниках [96, 1^а] и библиографию там же).

Под ДС обычно понимаются (см., [2]) состояния системы, обладающие пространственной и временной упорядоченностью, в организации которой принимают активное участие диссипативные процессы (теплопроводность, диффузия и т.п.). Если система моделируется некоторым набором уравнений реакции с диффузионным типом связи в пространстве (РД), то под ДС можно понимать устойчивые стационарные или автоколебательные решения этих уравнений. В дальнейшем речь пойдет только о стационарных ДС.

Система уравнений РД имеет вид

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = D \Delta \bar{u} + \bar{f}(\bar{u}), \quad (1)$$

где $\bar{u}(x, t)$ и \bar{f} — n -мерные векторы, $D = \text{diag}\{d_1, \dots, d_n\}$, $d_i > 0$ — коэффициенты "диффузии", $\Delta = \sum_{i=1}^n \partial^2 / \partial x_i^2$ — лапласиан по пространственным переменным, x

В статьях [2^а - 4^а] для $n=1$ в случаях различных пространственных областей с непроницаемыми границами (если таковые существуют) доказано отсутствие ДС у системы (1).

Подобные результаты говорят о том, что для выявления таких структур модель должна быть сравнительно сложной.

В случае $n=2$ примеры ДС можно найти в упомянутых выше сборниках. В заметке [5^{*}] приведены условия возникновения так называемых "мягких" ДС в случае $n=2$, $K=1$ в ограниченной пространственной области. Мягкими называем такие структуры, которые достаточно мало отличаются от стационарного однородного решения системы (1) и образуются при бифуркациях в случае малых изменений некоторого параметра исходной системы вблизи своего критического значения. В качестве такого бифуркационного параметра выбиралось отношение коэффициентов диффузии.

Настоящая работа является, с одной стороны, иллюстрацией применения методов [5^{*}] к конкретной модельной системе двух РД уравнений, с другой — примером появления ДС в такой системе. В ней вскрывается ряд особенностей поведения системы типа "хищник-жертва" в случае возникновения диффузионной неустойчивости однородного положения равновесия (см. гл.8 в работе [194]).

Условия, приведенные в [5^{*}], могут быть сформулированы следующим образом. Пусть система (1) является системой уравнений в отклонениях от некоторого положения равновесия, $\bar{u} = (u^1, u^2)^T$, пространственная область

$$x \in \Omega = [0, \pi], \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \Big|_{x=0, \pi} = 0, \quad D = D(\lambda) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$\bar{f}(\bar{u}) = A\bar{u} + \bar{q}(\bar{u}), \quad \text{где } \bar{q} = (q^1, q^2)^T, \quad (3)$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}; \quad |\bar{q}(\bar{u})| = O(|\bar{u}|),$$

$\lambda > 0$ — параметр бифуркации.

Пусть матрица A обладает следующими свойствами:

$$\begin{aligned} \det A &> 0, \\ \text{tr } A &< 0, \\ a_{11} &< 0 \quad \text{при} \quad a_{22} > 0 \quad \text{или} \quad a_{11} > 1. \end{aligned} \quad (4)$$

В этом случае можно выбрать $\lambda = \lambda_0$ так, чтобы оно было наибольшим (при $a_{11} < 0$) или наименьшим (при $a_{11} > 1$) из тех значений $\lambda = \lambda_n > 0$ (n - целое), при которых

$$\det [A - D(\lambda) n^2] = 0. \quad (5)$$

На рис. 1 приведены зависимости λn^2 , удовлетворяющие соотношению (5), или в явном виде

$$\lambda(n^2) = \frac{1}{a_{11}} \left(\frac{a_{12} a_{21}}{n^2 - a_{11}} + \frac{\det A}{n^2} \right). \quad (6)$$

Заметим, что если стационарная точка отображения (6) лежит между n^2 и $(n+1)^2$, то $n_0 > 0$, соответствующее λ_0 , равно n или $n+1$.

При таком выборе λ_0 весь спектр оператора $D\Delta + A$, за исключением одного простого нулевого собственного значения, лежит слева от мнимой оси. Это своеобразная граничная ситуация при возникновении диффузионной неустойчивости точечно устойчивой системы.

Пусть $\hat{u} = (\hat{u}^1, \hat{u}^2)^T$ и $\hat{v} = (\hat{v}^1, \hat{v}^2)^T$ - двумерные векторы, удовлетворяющие соотношениям $L_0(\hat{u}) = 0$, $L_0^T \hat{v} = 0$, где $L_0 = A - D(\lambda_0) n_0^2$. В окрестности точки $(\bar{u}, \lambda) = (0, \lambda_0)$ имеются два семейства решений уравнения

$$D(\lambda)\Delta \bar{u} + A\bar{u} + \bar{q}(\bar{u}) = 0,$$

$$\Gamma_1: [\bar{u}(x) \equiv 0, \lambda] \quad \text{и} \quad \Gamma_2: [\bar{u}(x, s), \lambda(s)]$$

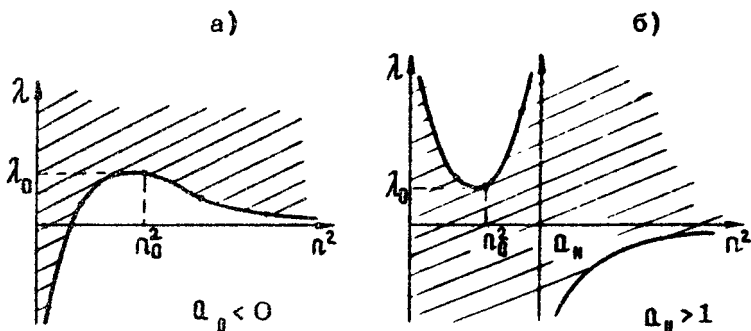
с параметром $|s| < \varepsilon_2$. Здесь

$$\bar{u}(x, s) = s \hat{u} \cos n_0 x + \bar{u}_2(x, s), \quad (7)$$

где

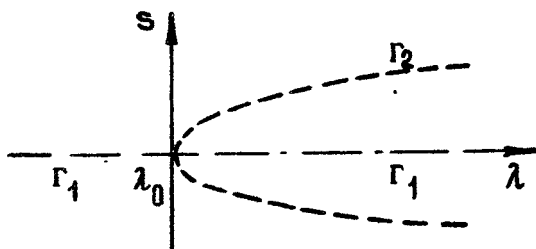
$$\bar{u}_2(x, 0) = \frac{\partial \bar{u}_2(x, s)}{\partial s} \Big|_{s=0} = 0.$$

В разложении $\lambda(s) = \lambda_0 + \alpha_2 s^2 + O(s^2)$, как нетрудно показать, линейных членов нет. Это обусловливается одномерностью области Ω .



Р и с.1. Зависимости $\lambda(n^2)$ из (6). Точки на кривых соответствуют целым значениям n (схематично). Заштрихованные области соответствуют положительным значениям детерминанта из (5)

Схематично ветви Γ_1 и Γ_2 показаны на рис.2 ($\alpha_2 > 0$).



Р и с.2. Схематичное изображение ветвей однородных Γ_1 и неоднородных Γ_2 стационарных решений в окрестности точки бифуркации. Одинаковым пунктиром обозначены полуветви, имеющие одинаковую устойчивость

В случае $\alpha_2 < 0$ всю картинку следует отразить симметрично относительно оси $\lambda = \lambda_0$.

Интересующая нас ветвь неоднородных решений будет устойчивой $[S^*]$, если $\text{sign } R = 1$,

$$\text{где } R = [(\widehat{N} \widehat{B} \widehat{N} \widehat{u}, \widehat{v}) - (\widehat{u}, \widehat{v})] / (\widehat{u}, \widehat{v}), \quad (8)$$

$$B = 2B_1 + B_2, \quad B_1 = A^{-1}, \quad B_2 = [A - 4n_0^2 D(\lambda_0)]^{-1},$$

матрица $\|R_{ij}\|$; $i, j = 1, 2$; $R_{i,j} = q_{jk}^i \hat{u}^k$ (по повторяющимся внизу иверху индексам производится суммирование от 1 до 2),

$$q_{i_1 \dots i_2}^i = \frac{\partial^2 q^i(\bar{u})}{\partial u^{i_1} \dots \partial u^{i_2}} \Big|_{\bar{u}=0};$$

вектор $\hat{u} = \hat{u}^i \hat{u}^i$, скобка обозначает скалярное произведение в \mathbb{R}^2 , так что $(\hat{u}, \hat{v}) = \hat{u}^1 \hat{v}^1 + \hat{u}^2 \hat{v}^2$

Заметим, что $\text{sign } \alpha_2 = \text{sign } (\alpha \text{ в } \mathbb{R})$.

Из условия (4) следует, что коэффициенты α_{11} и α_{22} имеют противоположные знаки, т.е. один из видов является самостимулирующим, другой — самолимитирующим. Такая ситуация характерна для систем типа "хищник-жертва". Выясним условия возникновения "мягких" ДС для модельной системы такого типа, предложенной Ю.М.Свиричевым в работе [194], где динамика популяций описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N^1}{\partial t} &= D_1 \Delta N^1 + N^1 \left(\frac{\epsilon N^1}{1 + N^1} - N^2 \right); \\ \frac{\partial N^2}{\partial t} &= D_2 \Delta N^2 + N^2 (N^1 - \gamma N^2). \end{aligned}$$

Здесь $x \in [0, l]$, $N^{1,2}(x, t)$ — плотности "жертвы" и "хищника", $D_i \sim \rho_i^2$, где $\rho_{1,2}$ — соответствующие радиусы индивидуальной активности особей обоих видов. Такое описание справедливо, если миграция видов в пространстве носит случайный характер и равновероятна по направлению. В этом случае радиусы индивидуальной активности предполагаются малыми по сравнению с характерными размерами занимаемого сообществом ареала ($\epsilon = l^2/\pi^2 D_1 \gg 1$ и $l^2/\pi^2 D_2 \gg 1$).

На границах считается выполненным условие непроницаемости

$$\frac{\partial N^{1,2}(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0, l} = 0. \quad (9)$$

Это пространственный аналог модели вольтерровского типа, учитывающей ограниченность скорости естественного прироста "жертвы", когда ее плотность мала. Обычно такие ограничения появляются из-за двуполости ее размножения. В модели пренебрегается смертностью "хищника" (т.е. сильной внутривидовой конкуренцией). Можно считать $\gamma = \delta/\beta$, $\epsilon = \alpha/\beta$, где β - коэффициент межвидового взаимодействия "хищника" и "жертвы", δ - коэффициент внутривидовой конкуренции среди "хищников", α - максимальная скорость естественного прироста "жертвы" (при ее достаточно высокой плотности). Все $\alpha, \beta, \gamma > 0$.

Рассмотрим случай, когда для "хищника" коэффициент внутривидового взаимодействия сравним с коэффициентом межвидового ($\gamma \sim 1$), в то время как для жертвы первый значительно превосходит второй ($\epsilon \gg 1$).

Обозначим $D_2/D_1 = \lambda$ и сделаем замену переменных $x^1 = \pi x/\rho$ и $t^1 = t/\epsilon$ (полученные переменные вновь обозначим через x и t). Тогда имеется однородное нетривиальное решение системы (9)

$$N^{1*} = \epsilon\gamma - 1, \quad N^{2*} = (\epsilon\gamma - 1)/\gamma.$$

Для отклонений $u^i = N^i - N^{i*}$ получается система вида (1)-(3). В этом случае условия (4) выполняются. Следовательно, для выяснения устойчивости неоднородного решения необходимо определить $\text{sign } R$ (см. формулу (8)). Для этого воспользуемся оценочными значениями коэффициентов матрицы $\|A\|$:

$$a_{11} = \epsilon N^{2*}/\epsilon\gamma \approx \epsilon/\gamma, \quad a_{12} = a_{21} - \epsilon\gamma N^{2*} \approx -\epsilon\epsilon\gamma, \quad a_{21} = \epsilon N^{2*} \approx \epsilon\epsilon.$$

При этом $\lambda(n^2)$ принимает свое минимальное значение $\lambda_0 = 4\epsilon^2\gamma^3(n_0 = \epsilon/2\gamma)$. Последовательно определяя вид матриц $\|L_0\|$, $\|B\|$, $\|N\|$ и вектора \vec{w} и подставляя их в (7), находим, что вторым членом в формуле (8) можно пренебречь, так что

$$R = \frac{1}{9} \frac{\epsilon}{\epsilon^2\gamma^2} \left(19 - \frac{4}{\gamma} \right).$$

Следовательно, при $\gamma > 4/19$ неоднородное решение в гармоническом приближении

$$N^1(x) = (\epsilon\gamma - 1) + s\epsilon \cos \frac{\pi n_0}{l} x, \quad (10)$$

$$N^2(x) = \epsilon - \gamma^{-1} + s(2\gamma^2)^{-1} \cos \frac{\pi n_0}{l} x.$$

устойчиво по отношению к малым возмущениям. Таким образом, при отношении радиусов индивидуальной активности видов $\rho_1/\rho_2 = \sqrt{D_2/D_1} \approx 2\epsilon\sqrt{\gamma^3}$ однородное решение становится неустойчивым и образуются "мягкие" ДС с характерным размером $l/\pi n_0 = \sqrt{2D_1\gamma}$.

Автор благодарит Ю.М.Свирижева за внимание к работе и ряд ценных замечаний.

Л и т е р а т у р а

- 1.* Математические модели в экологии. Межвуз. сборник. Горький. ГГУ, 1980.
- 2.* Chaffe N. Asymptotic behavior for solutions of a one-dimensional parabolic equation with homogeneous Neumann boundary conditions. - J.diff.eq., 1975, 18, N1, p.111-134.
- 3.* Casten R.G., Holland C.J. Instability results for reaction-diffusion equations with Neumann boundary conditions. - J.diff.eq., 1978, 27, N2, p.266 - 273.
- 4.* Разжевайкин В.Н. Неустойчивость стационарных неоднородных решений задачи Коши для квазилинейного параболического уравнения и ее экологические применения. - Журн.вычисл. математики и мат. физики, 1980, 20, №5, с.1328-1333.
- 5.* Разжевайкин В.Н. О возникновении диссипативных структур в системе двух уравнений реакции - диффузии. - ДАН СССР, 1980, 255, №6, с.1321-1322.

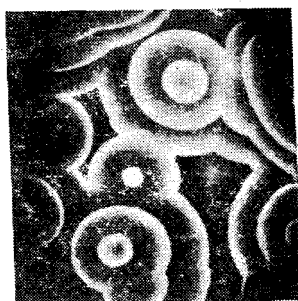
Рисунки

к статье В. И. Крицкого, А. М. Жаботинского

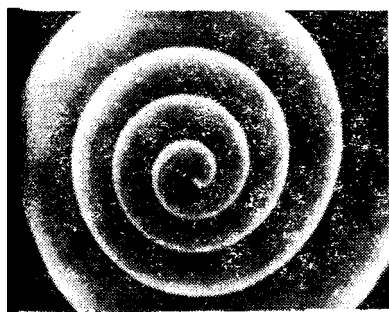
«АВТОВОЛНОВЫЕ СТРУКТУРЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ ИССЛЕДОВАНИЯ»



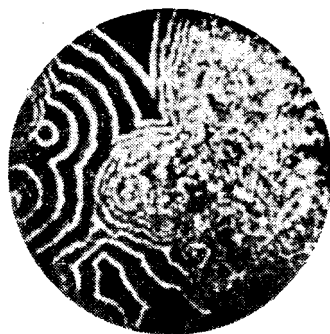
а)



б)

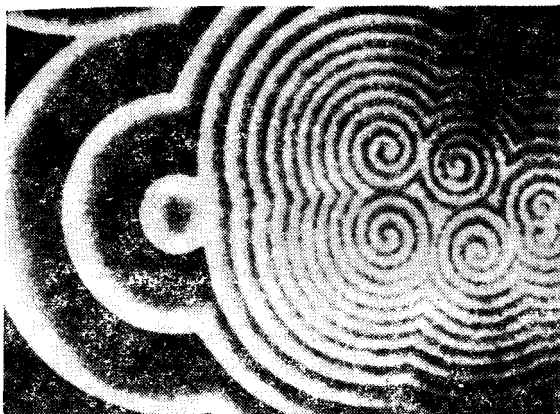


в)

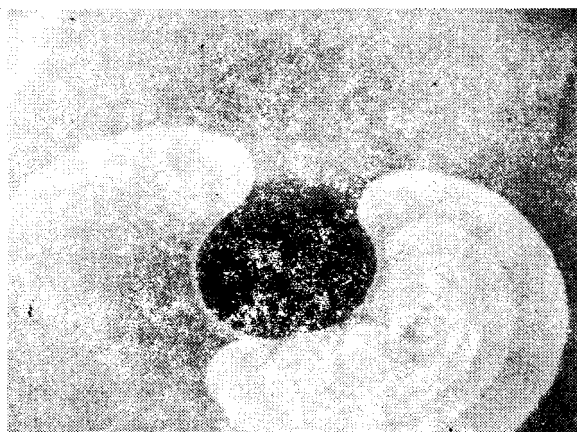


г)

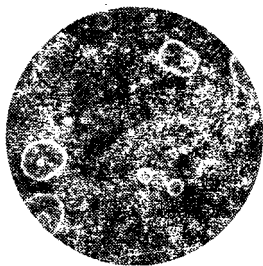
Рис. 1. Автоволновые структуры: а -- структура Тьюринга; б -- ВЦ; в -- ревербератор; г -- хаос



Р и с. 5, д. Ревербераторы, уничтожающие ВЦ
(химическая возбужденная среда)



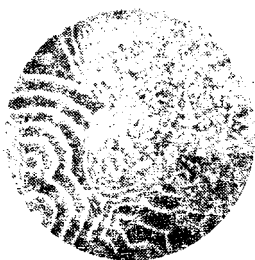
Р и с. 8. Ревербераторы, возникшие на границе
неоднородности. Неоднородность была получена
добавлением капли КОИ



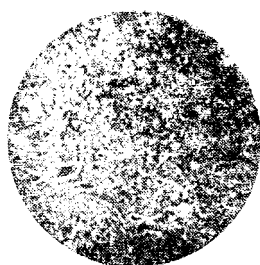
1



2



3



4

Рис. 9. Турбулизации в химической системе.
Цифры — номера кадров

Рисунок

к статье А. М. Перцова, А. В. Панфилова

«СПИРАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В АКТИВНЫХ СРЕДАХ. РЕВЕРБЕРАТОР В МОДЕЛИ ФИТЦ ХЬЮ-НАГУМО»

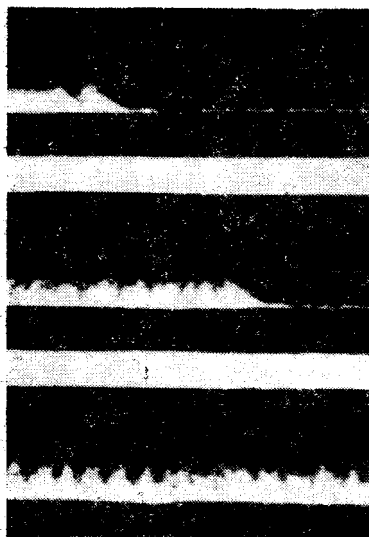


Рис. 1. Ревербераторы в жидкофазной химической активной среде. Слева в увеличенном виде показана центральная область ревербератора

Рисунок

к статье С А Жукова, В В Барелко, Л. Ф. Бокова

**«ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ
НА ТЕПЛОВЫДЕЛЯЮЩИХ ПОВЕРХНОСТЯХ
ПРИ КИПЕНИИ ЖИДКОСТЕЙ»**



Р и с. 2. Кинограмма распространения волны пленочного режима (кипение воды на платиновой проволочке.

Диаметр нити 100 мкм, длина 8,6 см
 $T_{\text{воды}} = 98^{\circ}\text{C}$; $i = 2,96\text{A}$, $u = 1,1 \text{ см/с}$)

Рисунк

к статье В. А. Теплова, С. И. Бейлиной,
М. В. Евдокимова, А. В. Приезжева, Ю. М. Романовского

«АВТОВОЛНОВЫЕ МЕХАНИЗМЫ
ВНУТРИКЛЕТОЧНОЙ ПОДВИЖНОСТИ»

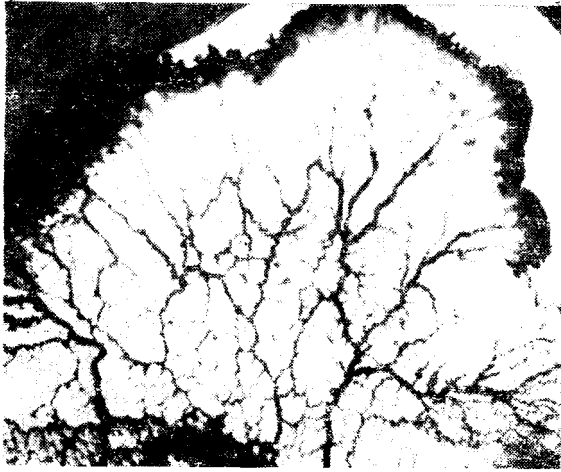
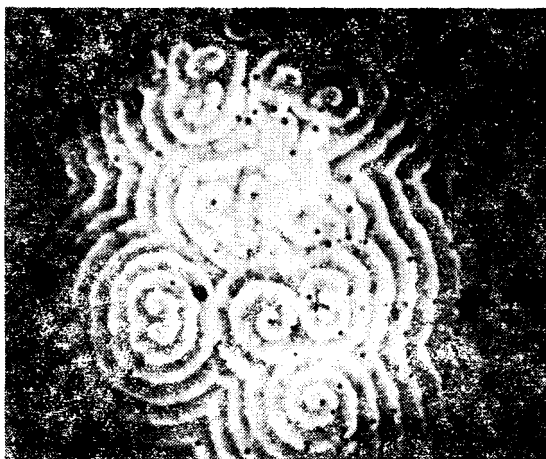


Рис. 2. Мигрирующий плазмодий миксомицета
Physarum Polycephalum

Рисунки
к статье А. К. Гренадера
«АВТОВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ И ИСТОЧНИКИ
СЕРДЕЧНЫХ АРИТМИЙ»



Р и с. 2, г. Ревербераторы в химической возбуждаемой среде. Длина волны около 1 мм

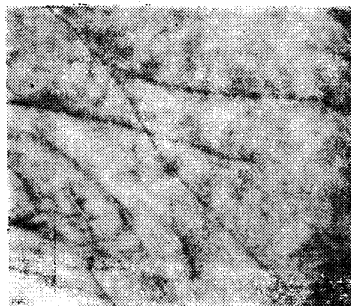


Р и с. 3, б. Фибрилляция в химической возбуждаемой среде

Рисунок

к статье В. А. Антонца, М. А. Антонца, А. В. Кудряшова

«О ВОЗМОЖНОСТИ АВТОВОЛНОВЫХ ЯВЛЕНИИ В СЕТЯХ МЕЛКИХ КРОВЕНОСНЫХ СОСУДОВ»



Р и с. 4. Пятна неоднородного кровозаполнения
на ладони человека. Для повышения контрастности
ладонь освещена УФ-облучателем

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ ПЕРЕЧЕНЬ

1. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах, М., Мир, 1979.
2. Гленсдорф П., Пригожин И. Термодинамическая теория структуры, устойчивости и флуктуаций. М., Мир, 1973.
3. Пригожин И., Николис Г. Биологический порядок, структура и неустойчивости. - УФН, 1973, 109, №3, с.517.
4. Скотт Э. Волны в активных и нелинейных средах в приложении к электронике. М., Сов.радио, 1977.
5. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах: Введение в теорию диссипативных структур. М., Мир, 1979.
6. Winfree A.T. The Geometry of Biological Time, Springer-Verlag, New York-Heidelberg-Berlin, 1980
7. Жаботинский А.М. Концентрационные автоколебания. М., Наука, 1974.
8. Хакен Г. Синергетика, М., Мир, 1980.
9. Иваницкий Г.Р., Кринский В.И., Сельков Е.Е. Математическая биофизика клетки. М., Наука, 1978.
10. Иваницкий Г.Р., Заикин А.Н., Жаботинский А.М., Кринский В.И. Обнаружение нового класса автоволновых процессов и исследование их роли в нарушении устойчивости распределенных возбудимых систем: Реферат. Пушкино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1979.
11. Moe G.K., Reinboldt W.C., Abildskov S.A. A computer model of atrial fibrillation. - Amer. Heart J, 1964, 67, p.200.
12. Кринский В.И. Фибрилляция в возбудимых средах. Проблемы кибернетики. М., Наука, 1968.
13. Романовский Ю.М., Степанова Н.В., Чернавский Д.С. Математическое моделирование в биофизике. М., Наука, 1975.
14. Кринский В.И., Решетилов А.Н., Перцов А.М. Исследование одного механизма возникновения эктопического очага возбуждения на модифицированных уравнениях Ходжкина - Хаксли. - Биофизика, 1972, 17, с.271.

28. Кринский В.И., Холопов А.В. Эхо в возбудимой ткани. - Биофизика, 1967, 12, №3, с.524.
29. Яхно В.Г. Об одной модели ведущего центра. - Биофизика, 1975, 20, №4, с.669.
30. Busse H.G. A spatial periodic homogeneous chemical reaction. - J.Physiol.Chem., 1969, 73, p.750.
31. Herschkowitz -Kaufman M. Structures dissipatives dans une reaction chimie homogene. - Comp.rend.Acad.Sci.Paris, 1970, 270с, p.1049.
32. Заикин А.Н., Жаботинский А.М. Распространение концентрационных волн в двумерной жидкофазной автоколебательной системе. - Журн.физ.химии, 1971, 45, №2, с.265.
33. Zhabotinsky A.M., Zaikin A.N. Autowave processes in a distributed chemical system. - J.Theor.Biol., 1973, 40, p.45.
34. Krinsky V.I., Porotcov V.I. Method for analysis of drug action on muscle and nerve membranes from voltage clamp data (nullclines method). - Studia biophysica, 1973, 39, p.69.
35. Кринский В.И., Кокос Ю.М. Сведение уравнений Нобла к системе 2-го порядка. - Биофизика, 1973, 18, №6, с.1067.
36. Васильев В.А., Заикин А.Н. Волновые режимы в реакции описания броммалоновой кислоты броматом, катализируемой ионами железа. - Кинетика и катализ, 1976, 17, №4 с.903.
37. Zaikin A.N., Kawczynski A.L. Spatial effects in Active Chemical systems. I. Model of Leading Center. - J.Non.Equilib.Thermodyn., 1977, 2, p.39.
38. Zaikin A.N., Zhabotinsky A.M. Concentration Wave Propagation in Two-dimensional Liquid-phase Self-oscillating System. - Nature, 1970, 225, p.535.
39. Жаботинский А.М. Пространственное поведение колебательной химической реакции в гомогенной структуре. - В кн: Колебательные процессы в биологич. и химич.

- . системах. М., Наука, 1967, с.252.
40. Zhabotinsky A.M. A study of a self-oscillatory chemical reaction. III. Space behaviour. - In: Biological and Biochemical Oscillators. B.Chance et al ed's, Acad.Pr., New York-London, 1979, p.89.
 41. Белоусов Б.П. Периодическая действующая реакция и ее механизм. - В сб. рефератов по радиац. медицине за 1958, М., Медгиз, 1959, с.145.
 42. Field R.J., Korös E., Noyes R.M., - J.Amer.Chem. Soc., 1972, 94(25), p.8649.
 43. Tyson J.J. Oscillations, bistability and Echo Waves in Models of the Belousov-Zhabotinsky reaction. - Ann. New York Acad. Sci., 1979, 316 (1), p.279.
 44. Жаботинский А.М., Заикин А.Н., Корзухин М.Д., Крейцер Г.П. Математическая модель автоколебательной химической реакции. - Кинетика и катализ, 1971, 12, №3, с.584.
 45. Showalter K., Noyes R.M., Bar-Eli K.A. A modified Oregonator model exhibiting complicated limit cycle behaviour in a flow system. - J.Chem.Phys., 1978, 69(6), p.2514.
 46. Жаботинский А.М., Заикин А.Н. Пространственные эффекты в автоколебательной химической системе. - В кн.: Колебательные процессы в биологических и химических системах. Пушкино, ОНТИ, НЦБИ АН СССР, 1971, с.279.
 47. Кринский В.И., Перцов А.М., Решетиллов А.Н., Щербунов А.М. Колебательный режим при взаимодействии ждущих генераторов. - В сб.: Колебательные процессы в биол. и химич. системах, Пушкино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1971, т.2, с.314.
 48. Antzelevitch C., Jalife S., Moe G.K. Characteristics of Reflection as a mechanism of re-entrant arrhythmias and its relationship to parasystole. - Circulation., 1980, 61, p.182.

49. Балаховский И.С. Некоторые режимы движения возбуждения в идеальной возбудимой ткани. - Биофизика, 1965, 10, №6, с.1063.
50. Храмов Р.Н. Циркуляция импульса в возбудимой среде. Критический размер замкнутого контура. - Биофизика, 1978, 23, №5, с.871.
51. Храмов Р.Н., Кринский В.И. Стационарные скорости распространения устойчивого и неустойчивого импульса. Зависимость от ионных токов мембраны. - Биофизика, 1977, 22, №3, с.512.
52. Рабинович М.И. Автоколебания распределенных систем. - Изв.вузов. Радиофизика, 1974, 17, №4, с.477.
53. Гапонов А.В., Островский Л.А., Рабинович М.И. Одномерные волны в нелинейных системах с дисперсией. - Изв.вузов. Радиофизика, 1970, 13, №2, с.163.
54. Гулько Ф.Е., Петров А.А. Механизм образования замкнутых путей проведения в возбудимых средах. - Биофизика, 1972, 17, №2, с.261.
55. Зыков В.С., Петров А.А. О роли неоднородности возбудимой среды в механизмах самоподдерживающейся активности. - Биофизика, 1977, 22, №2, с.300.
56. Щербунов А.И., Кукушкин Н.И., Саксон М.Е. Ревербератор в системе взаимосвязанных волокон, описываемых уравнением Нобла. - Биофизика, 1973, 18, №3, с.519.
57. Кринский В.И., Кокос Ю.М. Анализ уравнений возбудимых мембран. I. Сведение уравнений Ходжкина-Хаксли к системе 2-го порядка. - Биофизика, 1973, 18, №3, с.506.
58. Noble D. A modification of the Hodgkin-Huxley equations applicable to Purkinje fibre action and pacemaker potentials.- J.Physiol., 1962, 160, p.317.
59. Hodgkin A., Huxley A. A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve.- J. Physiol., 1952, 117, p.500.
60. Allesie M., Bonke F., Schopman F. Circus movement in rabbit atrial muscle as a mechanism of tachycardia.- Circul., Res., 1973, 33, p.52.

61. Розенштраух Л.В. Распространение возбуждения по различным структурам сердца. - В кн.: Физиология кровообращения. Физиология сердца. Л., Наука, 1980, с.92.
62. Gerish G. Cell aggregation and differentiation in *Dictyostelium discoideum*. - *Curr.Top.Deo. Biol.*, 1968, 3, p.157.
63. M.Darmon, Ph.Brachet. Chemotaxis and Differentiation during the Aggregation of *Dictyostelium Discoidium Amoebae*. - In: *Taxis and Behavior (Receptors and Recognition)*. Ser. B., 1978, 5, p. 103.
64. Goldbeter A., Erneux T., Segel L.A. Excitability in the adenylate cyclase reaction in *Dictyostelium discoideum*. - *FEBS Letters*, 1978, 89, p.237.
65. Барелко В.В., Курочка И.И., Мержанов А.Г., Шкадинский К.Г. Самопроизвольное распространение волны реакции по гладкой поверхности катализатора: Препринт. Черно-головак, отд-ние ин-та хим.физики АН СССР, 1978.
66. Барелко В.В. Процессы самопроизвольного распространения гетерогенно-каталитической реакции по поверхности катализатора: Препринт. Черноголовка, Отд-ние ин-та хим.физики АН СССР, 1977.
67. Othmer H.G. Applications of bifurcation theory in the analysis of spatial and temporal pattern formation. - *Ann.New York, Acad.Sci.*, 1979, 316, p.64.
68. Sattinger D.H. Stability of bifurcating solutions by Leray-Schauder degree. - *Arch.Rat. Mech.Anal.*, 1971, 43, p.154.
69. Вольперт А.И., Иванова А.Н. О пространственно-неоднородных решениях нелинейных диффузионных уравнений. Препринт. Черноголовка, Отд-ние ин-та хим.физики АН СССР, 1981.
70. Орлов В.Н. Условия возникновения неустойчивости в системах взаимодействующих подсистем и их приложение к задачам химической кинетики. - *Автоматика и телемеханика*, 1980, №10, с.21.

71. Баренблатт Г.И. Автоколебательное распространение шейки в полимерах. – МТТ, 1970, №5, с.121.
72. Баренблатт Г.И., Володченко В.А., Павлов Д.Я. Изотермическое распространение шейки в полимерах. Экспериментальное исследование. – МТТ, 1973, №4, с.172.
73. Жуков С.А., Барелко В.В., Мержанов А.Г. К теории волновых процессов на тепловыделяющих поверхностях при кипении жидкостей. – ДАН СССР, 1978, 242, №5, с.1064.
74. Жуков С.А., Барелко В.В., Мержанов А.Г. Динамика перехода между пузырьковым и пленочным кипением в режиме бегущей волны. – ДАН СССР, 1979, 245, №1, с.94.
75. Балкарей Ю.И., Никулин И.Г., Елинсон М.И. Континуальные среды для обработки информации (автоволновые среды). – В кн.: Проблемы современной радиотехники и электроники. М., Наука, 1980, с.431.
76. Кернер Б.С., Осипов В.В. Нелинейная теория стационарных страт в диссипативных системах. – ЖЭТФ, 1978, 74, вып.5, с.1675.
77. Зельдович Б.Я., Пикольнер С.Б. Фазовое равновесие и динамика газа при объемном нагревании и охлаждении. – ЖЭТФ, 1969, 56, №1, с.310.
78. Landa P.S., Mishinova N.A., Ponomaryov Yu.V. In: 13th JCPJG Contrib.Pap., Part I.Berlin, 1977, p.277.
79. Поляков С.В., Яхно В.Г. О термодиффузионном механизме генерации неоднородностей электронной концентрации в F-слое ионосферы. – Физ. плазмы, 1980, 6, №2, с.383.
80. Гуревич Ю.Я., Харкад Ю.И. Фазовые переходы в несимметричных системах. – Письма в ЖЭТФ, 1976, 23, №5, с.249; О температурном поведении адсорбции взаимодействующих частиц. – ДАН СССР, 1976, 230, №1, с.132.
81. Мазур Н.Г., Маркин В.С. Теоретическое исследование модели Лими. – В кн.: Колебательные процессы в биологич. и химич. системах. Т.2, Пушкино, НЦБИ АН СССР, 1971, с.309.

82. Пастушенко В.Ф., Маркин В.С., Чизмаджев Ю.А. Физика нервного импульса. - УФН, 1977, 123, №2, с.289.
83. Пастушенко В.Ф., Маркин В.С., Чизмаджев Ю.А. Основные теории возбудимых сред. - В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Бионика. Кибернетика. Биоинженерия. Вып.2. М., ВИНТИ, 1977, 106 с.
84. Смолянинов В.В., Блюх Ж.Л. Механика движения фиб - робластов. - В кн.: Немышечные формы подвижности. Пушино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1976, с.5.
85. Tillmann W., Wagner D., Schröter W. Verminderte Flexibilität der Erythrozyten von Neugeborenen- 1977, 34, p.281.
86. Lea T.J. Free calcium measurement in cells.- Nature, 1977, 269, N 5624, p.108.
87. Coleman A., Coleman Y., Griffin Y., Weltman N., Chapmen K.M. Methylxathine-Induced Escalation: A Propagated Wave Phenomenon Observed in Skelital Muscle Developing in Culture. - Proc.Nat.Acad.Sci USA,1972,69,N.63,
88. Барановский З.П. Связь волновых явлений с миграцией плазмодия минсомицета. - В кн.: Немышечные формы подвижности. Пушино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1976, с.47
89. Alessie M.A.,Bonke F.J.M.,Schopman F.J.G. Circus movement in rabbit atrial muscle as a mechanism of tachycardia. I. -Circul. Res., 1973, 33, p.54.
90. Alessie M.A.,Bonke F.J.M.,Schopman F.J.G. Circus movement in rabbit atrial muscle as a mechanism of tachycardia. II. Role of non-uniform recovery of excitability in the occurrence of unidirectional block,as studied with multiple microelectrodes, - Circul. Res.,1976, 39, p.168.

91. Allesie M.A., Bonke F.J.M., Schopman F.J.G. Circus movement in rabbit atrial muscle as a mechanism of tachycardia. III. The "leading circle" concept: a new model of circus movement in cardiac tissue without the involvement of an anatomical obstacle. - *Circul.Res.*, 1977, 41, p.9.
92. Саксон М.Е., Кукушкин Н.И. Избирательное активирование быстро и медленного электрогенеза сердечных мембран в уязвимый период сердечного цикла. - *Биофизика*, 1978, 23, №1, с.127.
93. Козаров Д.П., Гидихов А.Г., Радичева Н.П. Электрографическое исследование двигательных единиц в дельтовидной мышце собаки. - *Биофизика*, 1974, 19, №1, с.169.
94. Королева В.И., Кузнецова Г.Д. Свойства распространяющейся депрессии при создании в коре головного мозга крысы двух калийных очагов. - В кн.: *Электрическая активность головного мозга*. М., Наука, 1971. с.130.
95. Marridge G.A. The coordination of the protective retraction of coral polyps. - *Phil.Trans. Roy.Soc.Ser.B.*, 1957, 240, p.495.
96. Факторы разнообразия в математической экологии и популяционной генетике: Сб. статей/Под ред. А.М.Молчанова и Л.Д.Базыкина. Пушино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1980.
97. Розанов А.С. Формирование и эволюция пространственной генетической структуры вида (эколого-генетическая модель). - В кн.: *Факторы разнообразия в математической экологии и популяционной генетике*. Пушино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1980.
98. Зельдович Я.Б., Франк-Каменецкий Д.А. Теория равномерного распространения пламени. - *ДАН СССР*, 1938, 19, с.693.
99. Франк-Каменецкий Д.А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М., Наука, 1967.
100. Колмогоров А.Н., Петровский И.Е., Пискунов Н.С. Изучение уравнения диффузии с источником вещества и его приложение к биологическим проблемам. - В кн.: *Вопросы кибернетики*, вып.12. М., Изд-во АН СССР, 1975, с.3.

101. Nagumo J., Arimoto S., Yoshizawa S. The active pulse transmission line simulating nerve axon. - Proc. JRE., 1962, 50, p. 2061.
102. Гельфанд И.М., Цетлин М.Л. О континуальных моделях управляющих систем. - ДАН СССР, 181, 1960, с.1242.
103. Кринский В.И., Фомин С.В., Холопов А.В. О критической массе при фибрилляции. - Биофизика, 1967, 12 №5, с.908.
104. Беркинблит М.Б. Периодическое блокирование импульсов в возбудимых тканях. - В сб.: Модели структурно-функциональной организации некоторых биологических систем. М., 1966, с.131.
105. Кринский В.И., Яхно В.Г. Спиральные волны возбуждения в сердечной мышце. - В кн.: Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький, ИПФ АН СССР, 1980, с.200.
106. Ундровикас А.И., Пастушенко В.Ф., Маркин В.С. Расчёт формы и скорости нервного импульса. - ДАН СССР, 1972, 204, с.229.
107. Пастушенко В.Ф., Маркин В.С., Чизмаджев Ю.А. Основы теории возбудимых сред. - В кн.: Итоги науки и техники. Сер. Бионика, Биокибернетика, Биоинженерия. Вып.2. М., ВИНТИ, 1977. 106с.
108. Шербунов А.И., Кринский В.И., Перцев А.М. Ведущий центр в одномерной возбудимой среде. - В кн.: Модели структурно-функциональной организации биологических систем. М., Наука, 1972, с.95.
109. Заикин А.Н., Морозова П.Г. Распространение возбуждения в активной одномерной среде с участком триггерной неоднородности. - Биофизика, 1979, 24, № 1, с.124.
110. Кернер Б.С., Осипов В.В. Стохастические неоднородные структуры в неравновесных системах. - ЖЭТФ, 1980, 79, вып.12, с.2219.
111. Кудряшов А.В., Яхно В.Г. Распространение областей повышенной импульсной активности в нейронной сети. - В кн.: Динамика биологических систем. Горький, ГГУ, 1978, вып.2, с.45.

112. Шкадинский К.Г., Барелко В.В., Курочка И.И. О множестве решений в виде бегущих волн для уравнений типа горения. - ДАН СССР, 1977, 233, с.639.
113. Изаков В.Я., Горбачев В.В. Влияние адреналина на хронотропию предсердий и желудочков крысы. - Физиол. журн. СССР, 1978, 64, №1, с.49.
114. Куйбышева О.В. Исследование гомогенной химической автоколебательной системы: бром-ферроин-ацетилацетон. Дипломная работа. [Рукопись]. М., МГУ, 1972.
115. Базыкин А.Д., Маркин Г.С. О диссипативных структурах в экологических системах. - В кн.: Факторы разнообразия в математической экологии и популяционной генетике. Пушкино, ОНТИ НЦБИ АН СССР, 1980.
116. Ивлева Т.П., Мержалов А.Г., Шкадинский К.Г. О закономерностях спинового горения. - Физика горения и взрыва, 1980, 16, №2, с.3.
117. Зельдович Я.Б. Горение : нелинейная температурная волна в веществе, выделяющем тепло. - В кн.: Нелинейные волны. Распространение и взаимодействие . 1980, с.30.
118. Алдушин А.П., Зельдович Я.Б., Маломед Б.А. К феноменологической теории стационарного горения. - ДАН СССР, 1980, 251, №50, с.1102.
119. Алдушин А.П., Каспарян С.Г. О теплодиффузионной неустойчивости фронта горения. - ДАН СССР, 1979, 244, №1, с.67.
120. Кринский В.И., Холопов А.В. Проведение импульсов в возбудимой ткани с непрерывно распределенной рефрактерностью. - Биофизика, 1967, 12, №4, с.669.
121. Маркин С.В., Пастушенко В.Ф. Распространение возбуждения в нервном волокне с перегородками. I. Расчет скорости импульса. - Биофизика, 1973, 18, №2, с.346.
122. Маркин С.В. Электрическое взаимодействие параллельных нелинеаризованных нервных волокон. I. Изменение возбудимости соседнего волокна. - Биофизика, 1970, 15, с.22, 713.
123. Маркин С.В. Электрическое взаимодействие параллельных нелинеаризованных нервных волокон III. Взаимо-

- действие в пучках. - Биофизика, 1973, 18, № 2, с.324.
124. Яхно В.Г., Гольцова Ю.К., Жислин Г.М. Нестационарные процессы в одномерной возбудимой среде. Сложные режимы в автоколебательной возбудимой среде. - Биофизика, 1976, 21, №6, с.1067.
125. Tyson J.J., Fife P.C. Target patterns in realistic model of the Belousov-Zhabotinskii reaction. - J.Chem.Phys., 1980, 73, p.2224.
126. Канель Я.И. О некоторых задачах теории горения. - ДАН СССР, 1961, 136, с.277.
127. Жислин Г.М., Яхно В.Г., Гольцова Ю.К. Нестационарные процессы в одномерной возбудимой среде. - Биофизика, 1976, 21, №4, с.792.
128. Иванов А.Ф., Телеснин В.Р. Прохождение пар импульсов через цепочку и кольцо ждущих мультивибраторов. - Изв.вузов. Радиофизика, 1959, 2, №1, с.125.
129. Телеснин В.Р. К вопросу о распространении возбуждения в одномерной возбудимой ткани. - Изв.вузов. Радиофизика, 1963, 6, №3, с.624.
130. Телеснин В.Р. К вопросу о распространении возбуждения в одномерных структурах. - Изв.вузов. Радиофизика, 1965, 18, №1, с.196.
131. Яхно В.Г. Распространение импульсов через гладкую неоднородность возбудимой среды. - Биофизика, 1978, 23, №4, с.654.
132. Яхно В.Г. Нестационарные процессы в однородной возбудимой среде. IV. Особенности распространения импульсов в среде с немонотонной зависимостью. - Биофизика, 1977, 22, №5, с.8.
133. Гольцова Ю.К., Жислин Г.М., Яхно В.Г. Нестационарные процессы в одномерной возбудимой среде. Д.Влияние параметров возбудимой среды на процесс деления фронта возбуждения. - Биофизика, 1976, 21, №5, с.893.
134. Холопов А.В. Распространение возбуждения в волокне, рефрактерность которого зависит от периода возбуждения. - Биофизика, 1968, 13, №4, с.670.

135. Перцов А.М., Панфилов А.В., Храмов Р.Н. Резкий рост рефрактерности при подавлении возбудимости в модели Фитц Хью. Новый механизм действия антиаритмиков. - Биофизика, 1981, 26.
136. Erneux T., Herschkowitz-Kaufman M. The Bifurcation diagram of a model chemical reaction. II. Two dimensional time-periodic patterns. - Bull. of Math. Biol., 1979, 41, p.767.
137. Cohen D.S., Neu J.C., Rosales R.R. Rotating spiral wave solutions of reaction-diffusion equations. - SIAM J. Appl. Math., 1978, 35, p.536.
138. Capelle F.S.L., Durrer D. Computer Simulation of Arrhythmias in a Network of Coupled Excitable Elements. - Circul. Res., 1980, 47, p.454.
139. Greenberg S.M., Periodic Solutions to reaction-diffusion equation. - SIAM J. Appl. Math., 1976, 30, p.199.
140. Kogan B.Ya., Zykov V.S., Petrov A.A. Hybrid computer simulation of stimulative media. Simulation of systems IMACS Congress, Sorrento, preprints, 1979, p.693.
141. Winfree A.T. Spirial waves of chemical activity. - Science, 1972, 175, p.634.
142. Winfree A.T. Stably rotating patterns of reaction and diffusion in Theoretical Chemistry, ed. H. Fyring and D. Henderson, Academic, N.Y., 1978, v.4, p.1.
143. Yamada T., Kuramoto Y. Spirial Waves in a Nonlinear Dissipative System. - Prog. Theor. Phys., 1976, 55, p.2035.
144. Зыков В.С. Аналитическая зависимость скорости волны возбуждения в двумерной возбудимой среде от кривизны ее фронта. - Биофизика, 1980, 25, № 5, с.888.

145. Зыков В.С., Морозова О.Л. Частота циркуляции спиральной волны и форма импульса возбуждения. - Биофизика, 1980, 25, №6, с.1071.
146. Белинцев Б.Н., Лифшиц М.А., Волькенштейн М.В. Исследование устойчивости пространственно-неоднородных состояний распределенных систем. - Биофизика, 1978, 23, №6, с.1056.
147. Белинцев Б.Н., Лифшиц М.А., Волькенштейн М.В. Устойчивость пространственно-неоднородных стационарных состояний распределенной системы. Позиционная дифференцировка. - Биофизика, 1979, 24, №1, с.117.
148. Баренблатт Г.И., Зельдович Б.Я. Об устойчивости распространения пламени. - ПММ, 1957, 21, №6, с.856.
149. Гренадер А.К., Зурабишвили Г.Г. Рефрактерность сердечной ткани и механизм гибели источников спиральных волн возбуждения в сердце. - Биофизика, 1980, 25, №5, с.893.
150. Саксон М.Е., Кукушкин Н.И., Букаускас Ф.Ф. Ретроградное возбуждение в миокарде и его роль в генезе аритмий уязвимой фазы сердечного цикла. - Докл. ВИНТИ, №4274, 1972.
151. Балкаррей Ю.И., Никулин М.Г. О диффузионном периодическом расслоении в неравновесном полупроводнике. - ФТП, 1976, 10, №11, с.2039.
152. Кернер Б.С., Осипов В.В. Страты в разогретой электронно-дырочной плазме. - ФТП, 1979, 13, №4, с.721.
153. Балкаррей Ю.И., Никулин М.Г. О нелинейных волнах в среде из осцилляторов Ван-дер-Поля, связанных диффузией. - ЖТФ, 1979, 49, №2, с.231.
154. Балкаррей Ю.И., Никулин М.Г. Самофокусировка и автомодуляция волн в среде из осциллятора Ван-дер-Поля, связанных диффузией. - ЖТФ, 1979, 49, №10, с.2248.
155. Балкаррей Ю.И., Евтихов М.Г., Елинсон М.И. Локализованные стационарные состояния в распределенной автоволновой среде. - Микроэлектроника, 1979, 8, №6, с.493.
156. Балкаррей Ю.И., Евтихов М.Г., Елинсон М.И. Локализованные стационарные состояния в двумерной диффузионной автоволновой среде. - Микроэлектроника, 1980, 9, №2, с.144.

157. Балкарей Ю.И., Евтихов М.Г., Елинсон М.И. Исследование явления самодостройки в активной диффузионной среде. - Микроэлектроника, 1981, 10, №1, с.78.
158. Евтихов М.Г., Балкарей Ю.И., Никулин М.Г., Елинсон М.И. Математическое моделирование динамической фазовой памяти автоволновой среды. - Микроэлектроника, 1978, 7, №5, с.421.
159. Балкарей Ю.И., Елинсон М.И. Полистабильные автоволновые среды. - Микроэлектроника, 1979, 8, №5, с.428.
160. Балкарей Ю.И., Захарова А.А., Елинсон М.И. О возможности создания полистабильных активных распределенных систем. - Микроэлектроника, 1981, 10, №3, с.260.
161. Балкарей Ю.И., Никулин М.Г. О некоторых возможных применениях концентрационных волн. - ДАН СССР, 1975, 224, №1, с.61.
162. Букатова И.Л., Елинсон М.И., Шаров А.М. Оптоэлектронное устройство восприятия двумерных изображений. - Микроэлектроника, 1978, 7, №5, с.397.
163. Балкарей Ю.И., Никулин М.Г. О моделировании автоволновой среды в полупроводниках. - ФТП, 1976, 10, №8, с.1455.
164. Сандомирский В.Б., Суханов А.А., Ждан А.Г. Феноменологическая теория концентрационной неустойчивости в полупроводниках. - ЖЭТФ, 1970, 58, №5, с.1683.
165. Балкарей Ю.И., Никулин М.Г. Полупроводниковая автоволновая среда. - ФТП, 1978, 12, №2, с.347.
166. Балкарей Ю.И., Сандомирский В.Б. Термоконцентрационная автоколебательная система вблизи порога неустойчивости. - ФТП, 1979, 13, №5, с.1006.
167. Балкарей Ю.И., Сандомирский В.Б. Термоконцентрационная неравновесная система вблизи неустойчивости относительно расслоения. - ФТП, 1980, 14, №4, с.796.
168. Вольтер Б.В., Сальников И.Е. Устойчивость режимов работы химических реакторов. М., Химия, 1972. 100с.
169. Балкарей Ю.И., Эпштейн Э.М. Термоконцентрационный гистерезис в фотопроводнике. - ФТП, 12, №9, с.1704.

170. Балкарей Ю.И., Эпштейн Э.М. Колебательные и волновые процессы при оптическом тепловом пробое полупроводников. - ФТП, 1979, 13, №1, с.65.
171. Балкарей Ю.И., Захарова А.А. Термоконцентрационные автоколебания при оптическом возбуждении полупроводника вблизи края собственного поглощения. - ФТП, 1980, 14, №9, с.1791.
172. Балкарей Ю.И., Елинсон М.И., Никулин М.С. Автоволновая среда с памятью. - Микроэлектроника, 1977, 6, №2, с.152.
173. Балкарей Ю.И., Никулин М.Г., Елинсон М.И. Автоволновая среда на основе системы жидкий кристалл-полупроводник. - Письма в ЖТФ, 1977, 3, №6, с.265.
174. Голик Л.Л., Неменуций В.Н., Елинсон М.И., Балкарей Ю.И. Нелинейные волны переключения в двумерной твердотельной автоволновой среде. - Письма в ЖТФ, 1981, 7, №20.
175. Мержанов А.Г., Барелко В.В., Курочка И.И., Шкадинский К.Г. О распространении фронта гетерогенно-каталитической реакции. - ДАН СССР, 1975, 221, с.1114.
176. Barelko V.V., Kurochka I.I., Merzhanov A.G., Schkadinskii K.G. Investigation of traveling waves on catalytic wires. - Chem. Engng.Sci., 1978, 33, p.805.
178. Барелко В.В., Володин Ю.Е. О распространении волны активности по поверхности катализатора. - ДАН СССР, 1975, 223, №1, с.112.
179. Жуков С.А., Барелко В.В. О газодиффузионном механизме явлений распространения реакционной волны по поверхности катализатора. - ДАН СССР, 1978, 238, №1, с.135.
180. Zeldovich Ya.B., Barenblatt Gr.J. Theory of flame propagation. - Combustion and Flame, 1959, 3(1), p.61.
181. Баренблатт Г.И., Зельдович Я.Б. Промежуточные асимптотики в математической физике. - УМН, 1971, 26, №2, с.115.

182. Райскина М.Е., Молостов О.К. Экспериментальное изучение механизмов фибрилляции желудочков при острой коронарной недостаточности (по материалам научно-координационного совещания стран - членов СЭВ). - Кардиология, 1979, №2, с.117.
183. Юрвичус И.А., Розенштраух Л.В. Формирование эктопического возбуждения в сердце под действием аконитина. II. Генерация осцилляторных колебаний мембранного потенциала и тока. - Кардиология, 1980, №8, с.61.
184. Davis L.D. Effect of changes in Cycle Length on diastolic depolarization produced by ouabain in canine Purkinje fibers. - Circul. Res., 1973, 32, p.206.
185. Durrer D., Lie K.L., Janse M.J., Schuilenburg R.M. Mechanisms of tachyarrhythmias, past and present. - Europ. J. Cardiol., 1978, 8, p.281.
186. Federman J., Vlietstra R.E. Series on pharmacology in practice. 2. Antiarrhythmic drug therapy. - Mayo Clin. Proc., 1979, 54, p. 531.
187. Ferrier G.R., Rosenthal J.E. Automatically and entrance block induced by focal depolarization of mammalian ventricular tissues. - Circul. Res., 1980, 47, p.238.
188. Мержанов А.Г., Руманов Э.Н. Горение без топлива. - М., Знание, 1978, №4.
189. Ferrier G.R., Sounders J.H., Mendez C. A cellular mechanism for generation of ventricular arrhythmias by acetylcholinesterase inhibition. - Circul. Res., 1973, 32, p.600.
190. Krinsky V.J. Mathematical models of cardiac arrhythmias (spiral waves). - Pharmac. Ther., 1978, B3, p.539.

191. Moe G.K. Evidence for reentry as a mechanism of cardiac arrhythmias. - Res. Physiol. Bioch. Pharm., 1975, 72, p.55.
192. Pappano A.J., Carmeliet E.E. Epinephrine and the pacemaking mechanism at plateau potentials in sheep cardiac Purkinje fibers. - Pflug. Arch., 1979, 382, p.17.
193. Wit A.L., Cranfield P.F. Reentrant excitation as a cause of cardiac arrhythmias. - Amer. J. Physiol., 1978, 235(1), p.H1-H17.
194. Свирижев Ю.М., Логофет Д.О. Устойчивость биологических сообществ. М., Наука, 1978.
195. Анализ распространения активных волн в ряде биологических систем (отчёт), шифр "среда", инв. №Б852995, 19 мая 1980. ИПФ АН СССР. Горький, 1979. 103с., 34 графика.
196. Антонец В.А., Антонец М.А., Кудряшов А.В. О возможности регулирования кровотока в сети мелких сосудов за счёт изменения его пространственной структуры (статистическая модель). Препринт ИПФ АН СССР , №10. Горький, 1980.

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
------------------	---

ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ИССЛЕДОВАНИЯ АВТОВОЛН

В.И.Кринский, А.М.Жаботинский. Автоволновые структуры и перспективы их исследования.....	6
А.И.Вольперт, А.И.Иванова. О диффузионной неустойчивости и диссипативных структурах в химической кинетике.....	33
В.Г.Яхно. Автоволновые процессы в одномерных релаксационных системах.....	46
А.М.Перцов, А.В.Панфилов. Спиральные волны в активных средах. Ревербератор в модели Фитц Хью-Нагумо	77
В.С.Зыков. Стационарная и нестационарная циркуляция возбуждения.....	85
О.А.Морнев. Об условиях возбуждения одномерных автоволновых сред.....	92
Р.Н.Храмов. Характеристики автоволновых процессов в одномерном приближении.....	99
Л.А.Розенблом, И.М.Старобинец, В.Г.Яхно. О поведении неподвижного волнового фронта.....	107

АВТОВОЛНЫ В ФИЗИЧЕСКИХ И ХИМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Ю.И.Балкарей, М.Г.Никулин, М.И.Еллисон. Твердотельные автоволновые среды.....	117
---	-----

В. В. Барелко, В. М. Бейбутян, Ю. Э. Володин, Я. Б. Зельдович. Тепловые волны и неоднородные стационарные состояния в системе $F_2 + H_2$	135
С. А. Жуков, В. В. Барелко, Л. Ф. Бокова. Волновые процессы на тепловыделяющих поверхностях при кипении жидкостей.	149
В. П. Поляков, С. В. Поляков. Автоволновые процессы в нижней ионосфере, модифицированной мощным радиоизлучением (нелинейный режим перегретой неустойчивости)	166
Б. П. Белоусов. Периодически действующая реакция и ее механизм.	176

АВТОВОЛНЫ В БИОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

В. А. Теплов, С. И. Бейлина, М. В. Евдокимов, А. В. Приезжев, Ю. М. Романовский. Автоволновые механизмы внутриклеточной подвижности.	190
Ю. М. Романовский, Е. Б. Черняева, В. Г. Коляинко, Н. П. Хорс. Математические модели подвижности протоплазмы.	202
А. К. Гренадер. Автоволновые процессы и источники сердечных аритмий.	220
В. А. Антонен, М. А. Антонен, А. В. Кудряшов. О возможности автоволновых явлений в сетях мелких кровеносных сосудов.	228
Б. Н. Ключков. Автоволновые процессы в кровеносных сосудах мышечного типа.	233
В. Н. Разжевайкин. О возникновении стационарных диссипативных структур в системе типа "хищник-жертва"	243
Библиографический перечень	259

УДК 577.3

Автоволновые структуры и перспективы их исследования. К р и н с к и й В.И., Ж а б о т и н с к и й А.М. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с. 6.

В статье дана сводка основных результатов по автоволновым структурам в биологических и химических активных средах. Описаны основные типы автоволн в одно- и двухмерных средах. С помощью простейших математических моделей анализируются механизмы возникновения автоволновых структур. Показывается, что автоволновая неустойчивость может приводить к двум противоположным эффектам: хаотизации исходно упорядоченной среды или возникновению пространственно-временных структур в первоначально однородной среде. Особое внимание уделяется экспериментальным результатам. Ил. 9, список лит. 3 назв.

УДК 517.9

О диффузионной неустойчивости и диссипативных структурах в химической кинетике. В о л ь п е р т А.И., И в а н о в а А.Н. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с. 33.

Рассмотрена система уравнений многокомпонентной диффузии и химической кинетики в наиболее общем виде в рамках предположений, принятых в неравновесной термодинамике. Найдены явные условия диффузионной неустойчивости пространственно-однородного решения. Методом бифуркаций исследовано появление диссипативных структур, изучена зависимость от геометрии области. Использован индекс стационарной точки для нелокального (по параметру) исследования устойчивости диссипативных структур. Для кинетических систем установлена связь условий рождения диссипативных структур со свойствами графа реакций. Ил. 1, список лит. 4 назв.

УДК 577.3 : 534.2

Автоволновые процессы в одномерных релаксационных системах. Я х н о В.Г. – В кн.: Автоволновые процессы в системе с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.46

В обзоре рассматриваются основные элементы теории автоволновых процессов в релаксационных системах. Показано, что качественное описание различных АВ процессов может быть проведено с помощью только трех основных характеристик: зависимости скорости фронта от величины медленной переменной; области параметров, соответствующей неподвижному фронту; нуль-изоклин системы. Приведена таблица характерных АВ решений для релаксационной системы. Проведено сопоставление результатов теоретического анализа с экспериментальными данными. Табл.3, ил.4, список лит.8 назв.

УДК 577.3

Спиральные волны в активных средах. Ревербератор в модели Фитц Хью-Нагумо. П е р ц о в А.М., П а н ф и л о в А.В. – В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.77.

Численными методами исследованы свойства ревербератора в модели Фитц Хью – Нагумо. Обнаружена покойщаяся область в центре ревербератора и показана ее возбудимость. Получены значения критического размера, размера ядра и периода ревербератора и изучена их зависимость от параметров активной среды. Ил.4.

УДК 577.3

Стационарная и нестационарная циркуляция возбуждения. З ы к о в В.С. – В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с. 85.

В вычислительных экспериментах показано, что в двумерной возбудимой среде помимо стационарной циркуляции возбуждения возможно циркулирующее движение возбуждения, которое не стремится ни к какому стационарному режиму – нестационарная циркуляция. Приведены модели (одно- и двумерные), позволяющие качественно представить механизм и условия возникновения нестационарного режима. Ил.3, список лит.1 назв.

УДК 530.18

Об условиях возбуждения одномерных автоволновых сред. М о р м е в О.А. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.92

Получены пороговые условия возбуждения нелинейной автоволны переключения в полубесконечной среде, описываемой уравнением типа Колмогорова-Петровского-Пискунова с N-образной функцией источника.

Среда возбуждается посредством "медленной" инъекции активных частиц со стороны левой границы; генерации автоволны в этом случае соответствует потеря устойчивости устанавливающегося пространственно-неоднородного стационарного профиля концентраций. Определение порогов возбуждения проведено как для потоковых, так и для концентрационных граничных условий; конкретный аналитический вид нелинейности в вычислениях не используется. Ил.2, список лит.4 назв.

УДК 577.3

Характеристики автоволновых процессов в одномерном приближении. Х р а м о в Р.Н. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.99.

Для кабельной модели Фитц Хью на основе метода возмущений получены в аналитическом виде следующие характеристики одномерных автоволновых процессов: а) минимальный размер кольца для незатухающей циркуляции импульса; б) скорости устойчивого и неустойчивого импульса; в) рефрактерность и длительность импульса; г) латентность проведения. Объяснен ряд феноменов, наблюдаемых в электрофизиологии сердца, в том числе то, что антиаритмические вещества 1-го класса, уменьшающие быстрый натриевый ток, увеличивают минимальный размер кольца, блокируя тем самым циркуляцию импульса. Ил.3, список лит.3 назв.

УДК 577.3

О поведении неподвижного волнового фронта. Розенблюм Л.А., Старобинец И.М., Яхнов В.Г. – В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.107.

Остановившийся волновой фронт может приводить к формированию источника импульсов в возбудимой среде. Для понимания таких явлений поведение неподвижного фронта было рассмотрено более подробно. Показано, что такой нестационарный АВ процесс может быть изучен на основе анализа стационарных режимов и их устойчивости. Выяснено, что медленные процессы, предшествующие "делению" волнового фронта, являются неустойчивыми к сдвигаемым возмущениям. Показано, что эти процессы сами могут быть источником сдвиговых возмущений. "Негрубость" режима деления вызвана тем, что сдвиговые возмущения можно ликвидировать лишь при строго подобранных параметрах среды. Найдены условия, при которых реализуется режим деления. Ил.4, список лит. 2 назв.

УДК 621.383.8

Твердотельные автоволновые среды. Балкарей Ю.И., Никитин М.Г., Елинсон М.И. – В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.117.

Обсуждаются проблемы создания и практического использования распределенных твердотельных автоволновых сред, эквивалентных большим сетям из дискретных активных элементов. Рассматриваются конкретные модели, их параметры и пространственно-временные характеристики. Ил.7, список лит.3 назв.

УДК 541.127

Тепловые волны и неоднородные стационарные состояния в системе $Fe + N_2$. Барелко В.В., Бейбутян В.М., Володин Ю.Э., Зельдович Я.Б. – В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.135

Нагреваемые током нити часто применяются при исследовании каталитических процессов. В связи с этим теоретически и экспериментально изучено явление распространения нелинейных температурных волн, разделяющих области с различной температурой, по нагреваемой электрическим током железной нити, находящейся в атмосфере N_2 . Показано, что характер процесса распространения волны зависит от режима питания нити: при питании от источника регулируемого тока волна распространяется с постоянной скоростью, от источника напряжения – с переменной. В обоих случаях возможно образование неоднородных по температуре устойчивых стационарных состояний (структур). В первом случае они существуют при одном значении параметра (тока), во втором – в некотором интервале значений параметра (напряжения). Ил.6, список лит. 7 назв.

УДК 541.127

Волновые процессы на тепловыделяющих поверхностях при кипении жидкостей. Жуков С.А., Барелко В.В., Бок ова Л.Ф. – В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький . ИПФ АН СССР, 1981, с.149.

Представлены результаты цикла теоретических и экспериментальных исследований переходных волновых процессов между режимами пузырькового и пленочного кипения на проволочных тепловыделяющих поверхностях, возникающих в ответ на внесение локальных тепловых возмущений. Установлены области существования волн перехода от пузырькового к пленочному режиму и наоборот. Экспериментально подтвержден вывод теории об "области безразличного равновесия", в которой оба режима стационарно сосуществуют (область нулевых скоростей движения волны – стоячих волн). Проведено экспериментальное исследование особенностей волновых процессов при отклонении нагревательного элемента от горизонтального положения. Ил.11, список лит.7 назв.

УДК 533.9 : 537.311.37

Автоволновые процессы в нижней ионосфере, модифицированной мощным радиоизлучением (нелинейный режим перегретой неустойчивости). Поляков В.П., Поляков С.В. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.166.

Исследована нелинейная стадия перегретой неустойчивости, обусловленной неоднозначной зависимостью стационарной электронной температуры от поля. Показано, что на нелинейной стадии перегретой неустойчивости формируется односвязная трехмерная область, расположенная в нижней ионосфере ($h = 65 + 105$ км), границу, которой составляют резкие перепады температуры с характерным масштабом порядка нескольких метров. Ил.4, список лит. 11 назв.

УДК 541,128.7 : 577.02

Периодически действующая реакция и ее механизм. Белоусов Б.П. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.176

Открыта периодическая, длительно протекающая (пульсирующая) реакция.

На основе наблюдения картины и анализа фактического материала предложены соображения об узловых моментах механизма ее действия. Ил.1.

УДК 577.37

Автоволновые механизмы внутриклеточной подвижности. Теплов В.А., Бейлина С.И., Евдокимов М.В., Романовский Ю.М. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.190

Дан обзор экспериментальных данных по автоволновым явлениям в сократительных системах, основанных на актомиозиноподобных белках и ответственных за движение протоплазмы в клетках водоросли *Nitzschia* и миксоциста *Pyrustrum*. На этой основе предложен механизм подвижности протоплазмы в данных клетках. Ил.4, список лит. 30 назв.

УДК 577.37

Математические модели подвижности протоплазмы. Романовский Ю.М., Черняева Е.Б., Колинко В.Г., Хорс Н.П. — В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.202.

Предложены математические модели подвижности протоплазмы в клетках *Nitella* и *Dryasctum* как автоволнового процесса в активной распределенной системе. В модели входят: кинетические уравнения взаимодействия миозина с актином; гидродинамические уравнения течения протоплазмы; формулируется связь усилий, развиваемых сократительными элементами, и гидродинамических сил. Ил.7, список лит. 2 назв.

УДК 577.3

Автоволновые процессы и источники сердечных аритмий. Гренадер А.К. — В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.220

Дан обзор различных автоволновых режимов, реализующихся в сердце. Показана их связь с конкретными нарушениями ритма сердца. Кратко описаны механизмы действия лекарственных антиаритмических препаратов на автоволны в сердце. Ил.3, список лит. 7 назв.

УДК 577.3 : 612.13

О возможности автоволновых явлений в сетях мелких кровеносных сосудов. Антонен В.А., Антонен М.А., Кудряшов А.В. — В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.228.

В работе рассматривается возможность автоволновых явлений в сети мелких кровеносных сосудов, связанная с особенностями пространственных механизмов регулирования тканевого кровотока. Ил.4, список лит.11 назв.

УДК 532.59

Автоволновые процессы в кровеносных сосудах мышечного типа. К л о ч к о в Б.Н. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.233.

Рассматриваются динамические процессы, связанные с действием активных механизмов сосуда. Приведен способ получения определяющих нелинейных уравнений для мышечной стенки сосуда на основе методов механики сплошной среды и неравновесной термодинамики. Получены стационарные решения в виде перепада для давления внутри сосуда и в виде колоколообразной функции для радиуса сосуда. Получены аналитические выражения для скорости такой автоволны и характерной её длины. Учтено влияние градиента невозмущенного радиуса сосуда. Список лит.19 назв.

УДК 517.956.4 : 57

О возникновении стационарных диссипативных структур в системе типа "хищник-жертва". Р а з ж е в а й к и н В.П. - В кн.: Автоволновые процессы в системах с диффузией. Горький, ИПФ АН СССР, 1981, с.243.

Условия возникновения мягких стационарных диссипативных структур применяются к конкретной модельной системе типа "хищник - жертва" в случае одной пространственной переменной. Ил.2, список лит.5 назв.